Quantenelektronik

Einführung in die Physik des Lasers

W. Brunner
W. Radloff
K. Junge

Quantenelektronik

Eine Einführung in die Physik des Lasers

W. Brunner
W. Radloff
K. Junge



Quantenelektronik

Eine Einführung in die Physik des Lasers

W. Brunner
W. Radloff
K. Junge

W. Brunner / W. Radloff / K. Junge
Quantenelektronik
Eine Einführung in die Physik des Lasers

Hochschulbücher für Physik

Herausgegeben von Robert Rompe und Ernst Schmutzer
Band 36

Quantenelektronik

Eine Einführung in die Physik des Lasers

von W. Brunner / W. Radloff / K. Junge

2., durchgesehene Auflage



VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften
Berlin 1977

Verlagslektor: Dipl.-Phys. H. Hammig
Schutzumschlaggestalter: R. Wendt

Printed in the German Democratic Republic
Lizenz-Nr. 206 · 435/138/77
Fotomechanischer Nachdruck: VEB Druckerei „Thomas Müntzer", 582 Bad Langensalza
LSV 1154
Bestellnummer: 570 156 4
DDR 54,— M

Vorwort

Das Buch wendet sich an den Leserkreis, der sich mit den Problemen der Quantenelektronik beschäftigt oder der sich nur einen Überblick über dieses moderne Teilgebiet der Physik verschaffen will. Dementsprechend trägt das Buch zum einen lehrbuchhaften Charakter, wobei wir uns — ausgehend von relativ einfachen Grundvorstellungen — bemüht haben, die Begriffe und Probleme vor allem von der physikalischen Seite her einzuführen und zu erläutern. Theoretische Abhandlungen haben wir so weit aufgenommen, wie sie uns für das Grundverständnis der Zusammenhänge als notwendig erscheinen. Zum anderen war es unser Bestreben, einen möglichst weitreichenden Überblick über das Gebiet zu geben, auch wenn zwangsläufig bei der Auswahl der zu behandelnden Themen — schon um den Umfang des Buches zu begrenzen — gewisse Einschränkungen vorgenommen werden mußten. Dabei werden Vorkenntnisse der Grundlagen der klassischen Physik einschließlich ihrer theoretischen Beschreibung vorausgesetzt. Gewisse Grundkenntnisse der Quantenmechanik sollten vorhanden sein.

Wir haben versucht, die theoretischen Ableitungen so zu formulieren, daß sie auch für Leser verständlich sind, die sich noch nicht mit diesem Problemkreis beschäftigt haben. Bei der Darstellung haben wir uns bei den Gebieten, für die bereits ausführliche Publikationen vorliegen (z. B. der Beschreibung der Lasertypen oder auch verschiedener Anwendungen einschließlich technischer Einzelheiten), auf das Prinzipielle beschränkt, während besonderer Wert auf die Darstellung von solchen Problemkreisen gelegt wurde, die im Rahmen der Laserphysik wesentlich und im allgemeinen weniger geläufig sind (wie z. B. die Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld, die Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse, die Frequenzstabilisierung u. ä.). Abschnitte, die besondere theoretische Schwierigkeiten bereiten könnten, sind mit einem Stern gekennzeichnet und dürfen beim ersten Lesen überschlagen werden.

Wir hoffen, daß das vorliegende Buch dem immer größer werdenden Kreis von Interessenten das Verständnis der Grundzüge der Laserphysik vermitteln und daß es auch dem auf diesem Gebiet schon tätigen Wissenschaftler und Techniker eine nützliche Unterstützung bei seiner Arbeit geben kann.

Bei der Erarbeitung des Manuskripts haben uns verschiedene Kollegen aus dem Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie der Akademie der Wissenschaften der DDR mit kritischen Hinweisen und Vorschlägen tatkräftig unterstützt. Hierfür gilt unser besonderer Dank den Herren Dr. R. Fischer, Dr. P. Glas, Dr. E. Klose, Dr. R. König, Dr. H. Lenk, Dr. H. Paul, Dr. S. Raab und Dr. V. Stert.

Herrn Prof. Dr. G. Richter danken wir sehr herzlich für eine Reihe von wertvollen Hinweisen.

Ebenso danken wir dem Verlag für weitgehende Berücksichtigung unserer Wünsche und insbesondere der Verlagslektorin, Frau Dipl.-Phys. H. Hammig, für die gute Zusammenarbeit.

Berlin, August 1973 — W. Brunner, W. Radloff, K. Junge

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die Entwicklung des Lasers gehört zweifellos zu den herausragenden Leistungen der Physik der letzten zwanzig Jahre. Sie hat dazu beigetragen, unsere Kenntnisse über die Natur zu bereichern und führte darüber hinaus zu weitreichenden Anwendungsmöglichkeiten in Wissenschaft und Technik.

Eingeleitet wurde diese Entwicklung im Jahre 1917 mit der Erkenntnis Einsteins, daß angeregte Atome neben der spontanen Emission auch eine, durch ein schon vorhandenes Strahlungsfeld bedingte, sogenannte induzierte Emission aufweisen. Es verging dann jedoch eine erstaunlich lange Zeit, ehe man erkannte, daß unter geeigneten Bedingungen eine Verstärkung von elektromagnetischer Strahlung durch induzierte Emission möglich sein sollte. So wurden erst 1954 verschiedene Methoden vorgeschlagen, wie dieses Prinzip im Mikrowellenbereich tatsächlich zu verwirklichen sei, und zwar unabhängig voneinander von Basow und Prochorow in der Sowjetunion und von Gordon, Zeiger und Townes in den USA. Für das entwickelte Gerät, mit welchem eine Verstärkung und schließlich auch eine Erzeugung von Mikrowellen mit Hilfe der induzierten Emission möglich ist, wurde der Name „Maser" als Abkürzung für „Microwave amplification by stimulated emission of radiation" gewählt. Die mit dem Maser erzeugte Strahlung zeichnet sich gegenüber der mit bisher bekannten Methoden erhaltenen Strahlung durch extreme Rauscharmut und geringe Linienbreite aus.

Schon im Jahre 1958 schlugen Schawlow und Townes vor, dieses Prinzip auch auf den optischen Bereich mit seinen wesentlich höheren Frequenzen auszudehnen. Wenig später, nämlich bereits im Jahre 1960, gelang Maiman der experimentelle Nachweis der Verstärkung von Licht durch induzierte Emission in einem Rubin-Kristall und damit die Schaffung des ersten heute als Laser („Light amplification by stimulated emission of radiation") bezeichneten Lichtverstärkers. In der Folgezeit begann eine intensive Forschungsarbeit auf diesem Gebiet.

Es wurden zunächst einmal die verschiedensten Lasertypen entwickelt, so z. B. im Jahre 1961 von Javan, Bennett und Herriott der erste, schon 1959 von Javan vorgeschlagene Gaslaser. Ebenso geht der Vorschlag von Basow, Wul und Popow,

Halbleiter zur induzierten Emission anzuregen, auf das Jahr 1959 zurück. Das führte 1962 zur Entwicklung des Injektionslasers. Im Jahre 1966 folgte der Farbstofflaser und damit die Möglichkeit, die bis dahin im wesentlichen festen Laserfrequenzen innerhalb des gesamten sichtbaren Spektralbereiches kontinuierlich durchzustimmen.

Zum anderen erkannte man sehr bald die besonderen Eigenschaften der Laserstrahlung, welche sich sowohl in quantitativer wie in qualitativer Hinsicht von denen der bisher bekannten Lichtquellen unterscheiden und zu einer wesentlichen Erweiterung des für die Optik so wichtigen Begriffs der Kohärenz und allgemein zu einer detaillierteren Vorstellung von der Wechselwirkung zwischen elektromagnetischer Strahlung und Atomen oder Molekülen führten.

Darüber hinaus ermöglichte die Anwendung der intensiven, monochromatischen Strahlung eines Lasers Experimente, welche mit herkömmlichen Lichtquellen nicht durchführbar waren. So wurde bereits 1961 von Franken, Hill, Peters und Weinreich über erste Untersuchungen zu optisch nichtlinearen Effekten berichtet, und heute gehört die Nichtlineare Optik zu den wichtigsten Forschungsrichtungen der Quantenelektronik. Ähnliche Feststellungen treffen auf große Bereiche der modernen optischen Spektroskopie sowie auf die Holographie zu, die ebenfalls erst durch den Einsatz des Lasers ihre praktische Bedeutung erlangten. Neben diesen vorwiegend wissenschaftlichen Anwendungen zeichneten sich auch sehr bald technische Einsatzmöglichkeiten, etwa in der Materialbearbeitung oder in der Nachrichtenübertragung ab, die schon heute zum Teil industriell genutzt werden.

Die Entwicklung der Laserphysik führte in relativ kurzer Zeit zu einer erstaunlichen Vielfalt von Ergebnissen, die nicht nur zur Erweiterung und Vervollkommnung physikalischer Grundlagen beitrugen, sondern auch völlig neue Anwendungsbereiche der Optik erschlossen. Die Bedeutung der Anwendungsmöglichkeiten des Lasers für die zukünftige wissenschaftliche und technische Entwicklung ist dabei kaum zu überschätzen.

Man hat oft nach den Gründen für die außerordentlich rasche Entwicklung der Laserphysik gefragt. Obwohl sich diese Frage nicht umfassend beantworten läßt, kann man wohl doch folgendes feststellen:

Einmal ist es richtig, daß eine wesentliche Voraussetzung dafür in dem hohen Entwicklungsstand der für die Lasertechnik maßgeblichen Disziplinen der klassischen Physik, wie z. B. Mikrowellenphysik und klassischer Optik, zu sehen ist.

Die entscheidenden Triebkräfte für die Entwicklung des Lasers ergaben sich jedoch mit fortschreitender Erkenntnis aus den besonderen Eigenschaften und Potenzen dieser neuartigen Lichtquelle selbst. In dem Maße, in dem man erkannte, welche Konsequenzen die außerordentlichen Eigenschaften der Laserstrahlung für Wissenschaft und Technik hatten, wurden der Umfang und die Intensität der Forschungsarbeiten erhöht.

Die Wissenschaftler, die die Entwicklung der Laserphysik maßgeblich beeinflußt haben, Prof. N. G. Basow und Prof. A. M. Prochorow vom Lebedew-Institut in Moskau und Prof. C. H. Townes von der Columbia-Universität in New York, erhielten 1964 den Nobelpreis für Physik.

1. Grundlagen der Strahlungstheorie

1.1. Einführung

Bis zur Mitte des vorigen Jahrhunderts wurden elektromagnetische und optische Erscheinungen als unabhängig voneinander betrachtet. Die Grundlagen der Optik waren durch die Vorstellung gekennzeichnet, daß das Licht — im Gegensatz zu dem von Newton begründeten Korpuskelbild (Emanationstheorie) — einen Wellenvorgang darstellt, so daß sich insbesondere die Beugungs- und Interferenzphänomene auf zwanglose Weise erklären ließen. Die Ausbreitung sollte als mechanische Welle in einem alles durchdringenden Äther erfolgen, der allerdings als physikalisch weitgehend unverständlich erschien. Der entscheidende Schritt zur Lösung dieses Problems gelang Maxwell im Jahre 1871 mit der Aufstellung der Grundgleichungen der Elektrodynamik und auf der Grundlage der durch die Messungen von Weber 1858 angeregten Erkenntnis, daß es sich auch beim Licht um elektromagnetische Schwingungen handelt. Nehmen wir schließlich noch die experimentelle Bestätigung der Maxwellschen Vorstellungen durch Hertz im Jahre 1888, die Einsteinsche Lichtquantenhypothese von 1905 und das einfache Bohrsche Atommodell (1913) hinzu, so scheint erkenntnismäßig das Prinzip der elektromagnetischen Strahlung, einschließlich des Lichtes, klar zu sein (wenn auch gerade durch die Quantentheorie mit ihrem Welle-Korpuskel-Charakter für das Licht das anschauliche Verständnis erschwert wird): Elektromagnetische Strahlung mit einer Frequenz ν tritt dann auf, wenn ein mit dieser Frequenz schwingender Dipol vorhanden ist. Das Spektrum der erzeugten Strahlung reicht dabei von wenigen 10^4 Hz der Radiowellen über die atomaren Dipolschwingungen von 10^{15} Hz im sichtbaren optischen Bereich und die γ-Schwingungen der Atomkerne bis hin zur kosmischen Strahlung von 10^{22} Hz.

Während der Erzeugungsmechanismus im Prinzip für den gesamten Bereich des elektromagnetischen Spektrums gleich ist, unterscheiden sich die Eigenschaften der nachgewiesenen Strahlung für Frequenzen bis etwa 10^{11} Hz, also der Radiowellen sowie der Zentimeter- und Millimeterwellen, von denen der wesentlich kürzeren Wellen im optischen Bereich als Folge der Verschiedenheit der schwingenden Dipolmomente. Wir wollen diesen Unterschied etwas näher beleuchten, da auf diese Weise der mit der Entwicklung der Laserphysik erreichte Fortschritt deutlich und deren

Bezeichnung als Quantenelektronik verständlich wird. Wir betrachten zunächst die Ausstrahlung elektromagnetischer Wellen im „makroskopischen“ Bereich, nämlich die Erzeugung von km-, m- und cm-Wellen. Der Begriff „makroskopisch“ soll dabei in dem Sinne verstanden werden, daß der schwingende Dipol, die Antenne oder der Sender, wie auch die Wellenlänge selbst, makroskopische Dimensionen besitzen. Die Anfachung der Wellen erfolgt in einem Schwingkreis, der im einfachsten Fall durch eine Kombination aus Induktivität und Kapazität gegeben ist. Die Energie des Schwingkreises wird abwechselnd im Kondensator und in der Induktionsspule gespeichert. Das bedeutet, daß im Schwingkreis der Strom der Elektronen hin und her „pendelt“. Die Frequenz dieser Schwingung ist durch die charakteristischen Größen der Schwingkreiselemente bestimmt. Ganz analog erfolgt auch bei den kürzeren cm-Wellen (etwa in einem Magnetron oder einem Klystron) die Anregung durch einen aus vielen Elektronen gebildeten Elektronenstrom und führt damit zu einer Schwingung mit definierter Frequenz und fester Phase, die man etwa in Form einer Sinusschwingung darstellen kann. Die Erzeugung von elektromagnetischer Strahlung läßt sich direkt mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen als Folge der Schwingungen eines Hertzschen Dipols verstehen.

Diese Betrachtungsweise, derzufolge die elektromagnetische Strahlung durch einen in makroskopischen Dimensionen pendelnden Elektronenstrom erzeugt wird, ist nur bis in den Bereich der mm-Wellen anwendbar, da dann die notwendigen Schwingkreis-Dimensionen so klein werden, daß sie praktisch nicht mehr realisierbar sind. Die Erzeugung noch kürzerer Wellen ist nur noch im mikroskopischen Bereich, z. B. durch schwingende atomare Dipole möglich. Damit ändern sich aber die charakteristischen Eigenschaften der im Makroskopischen nachgewiesenen Strahlung grundsätzlich.

Das Atom besteht aus dem positiv geladenen Kern, den die Elektronen — nach dem einfachen Bohrschen Atommodell — auf diskreten strahlungslosen Bahnen umkreisen. Wird das Atom durch Stoß oder durch Absorption eines Lichtquants angeregt, so wird das äußere Elektron auf eine höhere Bahn gehoben, von der es durch Ausstrahlung einer elektromagnetischen Welle wieder in den ursprünglichen Zustand übergehen kann. Die Dauer der Ausstrahlung, und damit die zeitliche Länge des ausgesandten Wellenzuges ist durch die Lebensdauer τ des oberen Niveaus gegeben, deren reziproker Wert die Wahrscheinlichkeit für diesen Übergang darstellt. Die Frequenz der Strahlung wird durch die Energiedifferenz der beiden Atomniveaus bestimmt. Der Beginn der Ausstrahlung durch ein bestimmtes Atom erfolgt spontan, ist also nicht vorhersagbar. Bei einer Vielzahl von beispielsweise thermisch angeregten Atomen erhalten wir damit eine Folge von Wellenzügen, deren Anfangsphasen statistisch regellos verteilt sind. Das auf diese Weise gebildete makroskopische Strahlungsfeld besitzt auf Grund der statistischen Überlagerung von vielen, endlich langen Wellenzügen sehr starke Amplitudenfluktuationen und nur begrenzte Bereiche mit definierter Phase. Es läßt sich daher in seiner Gesamtheit nicht durch eine klassische Sinuswelle darstellen. Diese Betrachtungs-

weise gilt generell für alle konventionellen Strahlungsfelder, die durch atomare Dipole erzeugt werden.

Mit der Entwicklung des Lasers ist es nun jedoch gelungen, den Bereich, in welchem nach dem klassischen Vorbild die Erzeugung von Strahlungsfeldern mit konstanter Amplitude und fester Phase, also praktisch von Sinuswellen makroskopischer Intensität möglich ist, bis zu den Frequenzen der atomaren Dipolschwingungen, nämlich bis etwa 10^{15} Hz auszudehnen. Die von der Elektronik her bekannten Effekte konnten damit auch im atomaren (Quanten-) Bereich verwirklicht werden. So ist klar, daß — nachdem das Prinzip der erforderlichen Synchronisierung der einzelnen atomaren Dipole erkannt war — ein Ziel der „Quantenelektronik" darin besteht, den Frequenzbereich über 10^{15} Hz hinaus zu erweitern.

Entscheidend für das Verständnis des Prinzips der Synchronisierung ist die Tatsache, daß neben der spontanen Emission eines Atoms auch eine induzierte Emission möglich, ja prinzipiell notwendig ist, wie erstmals von EINSTEIN (1917) erkannt wurde. Diesem Gedankengang wollen wir uns im folgenden zuwenden, um uns das Verhalten eines Atoms im Strahlungsfeld eines thermischen Strahlers, welchen wir uns als ein System von spontan emittierenden atomaren Dipolen vorstellen, klarzumachen.

1.2. Die Einsteinschen Übergangswahrscheinlichkeiten

Wir betrachten hierzu einleitend das Verhalten eines klassischen elektrischen Dipols in einem elektrischen Feld. Den Dipol wollen wir vereinfachend als eindimensionalen, ungedämpften harmonischen Oszillator darstellen, während die durch das elektrische Feld bedingte äußere Kraft durch $eE \cos(\omega t + \varphi)$ gegeben sei. Bezeichnen wir mit x die Auslenkung der schwingenden Ladung e, dann lautet die entsprechende Bewegungsgleichung

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E \cos(\omega t + \varphi) \tag{1,1}$$

mit der Abkürzung $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ für die Eigenfrequenz des Dipols. k bezeichnet die Konstante für die rücktreibende Kraft, und m bedeutet die Masse des schwingenden Teilchens, also etwa die eines Elektrons. Als Lösung der homogenen Gleichung erhalten wir

$$x_h = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1,2}$$

Um ein partikuläres Integral der inhomogenen Gleichung zu finden, setzen wir an:

$$x_p = B \cos(\omega t + \varphi). \tag{1,3}$$

Gehen wir mit diesem Ausdruck in Gl. (1,1) ein, so ergibt sich

$$-B(\omega^2 - \omega_0^2) = \frac{e}{m} E,$$

also

$$B = -\frac{eE}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2}. \tag{1,4}$$

Berücksichtigen wir die Anfangsbedingung in der Weise, daß für $t = 0$ die Auslenkung $x(0)$ durch A und φ_0 sowie B und φ bestimmt wird, so folgt als Lösung von Gl. (1,1)

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) - \frac{eE}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2} \cos(\omega t + \varphi). \tag{1,5}$$

Bei einer äußeren Feldstärke $E \cos(\omega t + \varphi)$ ergibt sich nun die im Zeitintervall dt übertragene Energie zu

$$U\,\mathrm{d}t = eE \cos(\omega t + \varphi)\,\mathrm{d}x, \tag{1,6}$$

so daß die pro Zeiteinheit zwischen Dipol und elektrischem Feld ausgetauschte Energie

$$U = eE \cos(\omega t + \varphi)\,\dot{x} \tag{1,7}$$

beträgt. Mit dem aus Gl. (1,5) folgenden Ausdruck für $\dot{x}$ erhalten wir dann

$$U = e\omega_0 AE \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos(\omega t + \varphi) + \frac{e^2E^2}{m} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \sin(\omega t + \varphi) \cos(\omega t + \varphi). \tag{1,8}$$

Mitteln wir über eine Periode bezüglich ω, so fällt der letzte Term weg, und die übertragene Leistung ist in Resonanznähe (für $|\omega_0 - \omega| \ll \omega$) gegeben durch

$$U = eAE \frac{\omega_0}{2} \cos(\varphi_0 - \varphi). \tag{1,9}$$

Die pro Zeiteinheit übertragene Energie ist also je nach der Phasenlage von Dipol und äußerem Feld positiv oder negativ. Für $\cos(\varphi_0 - \varphi) > 0$ wird Energie aus dem Feld entnommen, und die Dipolschwingungen werden angefacht, d. h., der Dipol absorbiert. Für den anderen Fall, $\cos(\varphi_0 - \varphi) < 0$, emittiert der Dipol Energie. Anschaulich ist diese Abhängigkeit von der Phasenlage sofort klar, wenn wir uns überlegen, daß einmal das schwingende Elektron durch das elektrische Feld „beschleunigt", das andere Mal aber durch die äußere Schwingung „gebremst" wird.

Wir stellen also fest, daß bei Einwirkung eines äußeren elektrischen Feldes ein schwingender Dipol je nach Phasenlage Energie aus dem Feld aufnimmt oder an dieses abgibt. Diesen aus der klassischen Physik wohlbekannten Sachverhalt hat nun EINSTEIN (1917) als Ausgangspunkt genommen, um die Wechselwirkung eines

Strahlungsfeldes mit einem Atom- oder Molekülsystem auch quantentheoretisch zu erfassen. Wir wollen diesen Gedankengang nachvollziehen und erinnern hierzu an die bekannte klassische Strahlungstheorie für Temperaturstrahler, welche die Abhängigkeit der Strahlungsdichte u_T (definiert als Energie pro Volumeneinheit und Frequenzintervall) von der Frequenz ν und der Temperatur T durch die Rayleighsche Formel

$$u_T = \frac{8\pi k}{c^3}\nu^2 T \tag{1,10}$$

beschreibt. Die Größe k bezeichnet die Boltzmann-Konstante. Für große Werte von $\frac{\nu}{T}$ stimmen die experimentellen Ergebnisse jedoch nicht mit Gl. (1,10) überein, sondern werden durch die Wiensche Formel

$$u_T = \frac{8\pi h}{c^3}\nu^3 e^{-\frac{h\nu}{kT}} \tag{1,11}$$

wiedergegeben, in der h eine Konstante der Dimension Energie mal Zeit bezeichnet. Eine Formel für die Strahlungsdichte, welche für den gesamten Frequenzbereich zu richtigen Ergebnissen führt, fand erst PLANCK durch die Einführung von diskreten Energiezuständen für die in Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld stehenden Dipole (die als harmonische Oszillatoren behandelt werden). Die Plancksche Strahlungsformel lautet

$$u_T = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{1,12}$$

Gl. (1,12) enthält die fundamentale Plancksche Konstante h und stellt den Ausgangspunkt für die Entwicklung der Quantenmechanik dar. Im weiteren interessiert nun die Frage, wie der Mechanismus der Wechselwirkung von Strahlung mit einem Atom- oder Molekülsystem als Wechselspiel von Absorption und Emission im einzelnen aussieht, wenn das daraus resultierende Strahlungsfeld durch einen Ausdruck gemäß Gl. (1,12) beschrieben werden kann. Wir betrachten hierzu die Wechselwirkung eines Strahlungsfeldes, welches sich im thermodynamischen Gleichgewicht (Temperatur T) mit einem System von Atomen (oder Molekülen) befindet. Ein (beliebig herausgegriffenes) Atom besitze, wie wir vereinfachend voraussetzen wollen, nur 2 Niveaus mit den Energien E_1 und E_2 ($E_2 > E_1$), welche gemäß der Boltzmann-Verteilung mit der Wahrscheinlichkeit

$$W_i = p_i e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad i = 1, 2, \tag{1,13}$$

angeregt sind. p_i bezeichnet das statistische Gewicht des Zustandes i, d. h. gibt an, wie oft der Zustand prinzipiell zu besetzen ist. Das Atom hat dann die Möglichkeit, entweder durch Absorption von Energie vom Zustand 1 in den Zustand 2 oder umgekehrt durch Energieabgabe von 2 in 1 überzugehen.

Wir betrachten zunächst die freie Ausstrahlung und nehmen an, daß sich das Atom im angeregten Zustand 2 befindet. Durch Emission der Strahlungsenergie $E_2 - E_1$ kann das Atom in den unteren Zustand 1 übergehen, ohne daß ein äußerer Anlaß besteht, ähnlich wie auch ein Hertzscher Dipol ohne äußeres Feld Energie abstrahlt. Für die Wahrscheinlichkeit $\mathrm{d}W_\mathrm{S}$, daß dieser „spontane" Übergang innerhalb der Zeit $\mathrm{d}t$ stattfindet, wollen wir schreiben

$$\mathrm{d}W_\mathrm{S} = A_{21}\,\mathrm{d}t. \tag{1,14}$$

A_{21} beschreibt dann die spontane Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für den Übergang vom Zustand 2 in den Zustand 1.

Befindet sich das Atom in einem äußeren Strahlungsfeld, so haben wir oben gesehen, daß der atomare Dipol entweder Energie abgeben oder aufnehmen kann, wobei die Energieübertragung proportional zur Feldstärke des vorhandenen Strahlungsfeldes ist. In analoger Weise kann im Rahmen der Quantentheorie ein angeregtes Atom unter Einwirkung eines äußeren Feldes vom angeregten Zustand 2 in den Zustand 1 übergehen, wobei die Wahrscheinlichkeit $\mathrm{d}W_\mathrm{in}$ für diesen Emissionsvorgang proportional zur Strahlungsdichte ist, so daß wir ansetzen können

$$\mathrm{d}W_\mathrm{in} = B_{21} u_T\,\mathrm{d}t. \tag{1,15}$$

Den von den Energiezuständen 2 und 1, also den Eigenschaften des Atoms abhängigen Proportionalitätsfaktor B_{21} bezeichnen wir als Einstein-Koeffizienten für die „induzierte" Übergangswahrscheinlichkeit.

Entsprechend der Energieaufnahme des klassischen Dipols aus dem Felde muß auch quantentheoretisch der analoge Prozeß, nämlich die Absorption eines Lichtquants und damit der Übergang des Atoms vom Zustand 1 in den höheren Zustand 2, möglich sein. Für die entsprechende Wahrscheinlichkeit können wir schreiben

$$\mathrm{d}W_\mathrm{ab} = B_{12} u_T\,\mathrm{d}t. \tag{1,16}$$

B_{12} bezeichnet den entsprechenden Einstein-Koeffizienten für die Absorption. Im thermischen Gleichgewicht muß nun die Zahl der Übergänge von 1 nach 2 gleich der von 2 nach 1 sein, so daß wir unter Benutzung der Beziehungen (1,14) bis (1,16) und bei Berücksichtigung von Gl. (1,13) die Bedingungsgleichung

$$B_{12} u_T \mathrm{e}^{-\frac{E_1}{kT}} = (B_{21} u_T + A_{21})\,\mathrm{e}^{-\frac{E_2}{kT}} \tag{1,17}$$

erhalten, wobei wir vereinfachend die Gewichtsfaktoren $p_1 = p_2$ gesetzt haben. Aus Gl. (1,17) ergibt sich für die Strahlungsdichte

$$u_T = \frac{\frac{A}{B_{21}}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} - 1}, \qquad (1,18)$$

wobei für A_{21} abkürzend A geschrieben wurde. Gleichung (1,18) ist identisch mit dem Planckschen Strahlungsgesetz, Gl. (1,12), wenn wir

$$B_{21} = B_{12} \equiv B, \qquad (1,19)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 \qquad (1,20)$$

und

$$E_2 - E_1 = h\nu \qquad (1,21)$$

setzen.

Gl. (1,21) kennen wir als die 2. Grundannahme in Bohrs Atomtheorie, sie ist uns weitgehend geläufig und bedarf an dieser Stelle keiner weiteren Erläuterung. Die eigentlich gesuchten Beziehungen für die quantenmechanischen Übergangswahrscheinlichkeiten sind in den Beziehungen (1,19) und (1,20) enthalten. Das Ergebnis können wir kurz so formulieren: Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Atom aus einem Strahlungsfeld ein Energiequant $h\nu$, ein Photon, absorbiert, ist nach Gl. (1,19) genau so groß wie die, daß das entsprechend angeregte Atom unter dem Einfluß des äußeren Feldes ein Photon emittiert. Diese Art der Emission nennen wir „induzierte Emission". Aus Gl. (1,20) folgt schließlich weiter, daß die Übergangswahrscheinlichkeit für die induzierte Emission proportional zur Wahrscheinlichkeit für die spontane Emission ist, jedoch sehr stark, nämlich in der 3. Potenz, mit der Frequenz abnimmt. Hieraus folgt, daß ein Überwiegen der induzierten Emission über die spontane — und darauf wird es ankommen, wie wir noch sehen werden — bei vorgegebener Strahlungsdichte um so einfacher zu realisieren ist, je kleiner die Frequenz der betrachteten Strahlung ist. (Hierin liegt einer der Gründe dafür, daß Laser für den kurzwelligen Bereich, sagen wir den ultravioletten und den Bereich noch kürzerer Wellen, nur schwer realisiert werden können.)

Die Übergangswahrscheinlichkeit A und der Einstein-Koeffizient B hängen von den Eigenschaften des Atoms ab und sind relativ einfach quantentheoretisch zu berechnen. Wir kommen in Abschnitt 1.3. hierauf zurück, wollen uns vorerst jedoch noch kurz den weiteren Einsteinschen Überlegungen zuwenden. Die obigen Untersuchungen bezogen sich allein auf die energetischen Verhältnisse beim Austausch

von Energie zwischen Atom und Strahlungsfeld. Es liegt nahe, auch die Impulsübertragung zu betrachten. Diese Untersuchungen wurden ebenfalls von EINSTEIN (1917) in der gleichen Arbeit durchgeführt und führten zu einem für das Verständnis der induzierten Emission wesentlichen Ergebnis. Die statistisch-thermodynamischen Überlegungen hierzu sind nicht ganz einfach, und wir wollen nicht näher darauf eingehen, sondern uns damit begnügen, das Ergebnis zu notieren. Aus der Forderung, daß die, durch die Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld (bei der Temperatur T) bedingte, mittlere quadratische Geschwindigkeit der Moleküle genau gleich dem entsprechenden Mittelwert sein muß, wie er (für die Temperatur T) aus der kinetischen Gastheorie erhalten wird, folgt, daß bei der Emission und Absorption von Photonen auch der Impulssatz für den *Einzelprozeß* erfüllt sein muß, d. h. das Atom einen Impuls $\frac{h\nu}{c}$ in Richtung der einfallenden Strahlung bei Absorption bzw. in Gegenrichtung bei Emission erhalten muß. Hieraus folgt speziell für die induzierte Emission, daß das induziert emittierte Photon genau in Flugrichtung des ankommenden Photons ausgestrahlt wird. Dieses für die Entwicklung des Lasers wesentliche Prinzip folgt auch aus der quantentheoretischen Behandlung der Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld, allerdings in der allgemeineren Form, daß bei der induzierten Emission eine Welle mit genau den Eigenschaften (Frequenz, Ausbreitungsrichtung und Polarisation) emittiert wird, wie sie auch die ankommende (induzierende) Welle besitzt. Ferner folgt aus diesen Rechnungen das ebenfalls für das Verständnis des Laserprozesses wesentliche Resultat, daß auch die Phase für das induzierte Strahlungsfeld praktisch mit der der schon vorhandenen Welle übereinstimmt, oder genauer, daß die Phase der ankommenden Welle durch die hinzukommende induzierte Welle um so weniger geändert wird, je intensiver die ursprüngliche Welle (definierter Phase) ist (vgl. Abschnitt 1.3.).

Um dies zu zeigen, müssen wir den Vorgang der Emission (bzw. der Absorption) über die bisher gegebene mehr pauschale Behandlung hinaus betrachten, womit wir zugleich zwei der wesentlichsten Methoden zur Behandlung der Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld an einem einfachen Modell kennenlernen werden.

1.3. Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld

1.3.1. Semiklassische Berechnung der induzierten Emission

Wir untersuchen die Wechselwirkung eines Atoms mit einem Strahlungsfeld im Rahmen der Quantentheorie und zwar in diesem Abschnitt in der sogenannten „semiklassischen Näherung“, bei der das Atomsystem quantenmechanisch, das Strahlungsfeld jedoch wie im vorhergehenden Abschnitt klassisch behandelt wird.

Wir betrachten die Wechselwirkung eines Strahlungsfeldes der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ mit einem Atom, welches nur zwei Niveaus 1,2 mit den Energien $E_1 < E_2$ besitzen soll.

Die Schrödingergleichung für das Atom lautet

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi = (H_A + H_W)\,\psi, \tag{1,22}$$

wobei ψ die Wellenfunktion des Atoms und H den Hamiltonoperator bezeichnen, der sich (als Ausdruck für die Energie des Systems) zusammensetzt aus dem Operator H_A für das ungestörte Atom und dem Wechselwirkungsanteil H_W. Für die Wellenfunktion ψ_j, welche angibt, daß sich das Atom stationär genau im Zustand j ($j = 1, 2$) mit der Energie E_j befindet, gilt dann

$$H_A\psi_j = i\hbar \frac{\partial \psi_j}{\partial t} = E_j\psi_j, \tag{1,23}$$

und hieraus folgt für die Eigenfunktion ψ_j

$$\psi_j = e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t}\varphi_j, \tag{1,24}$$

wobei φ_j die (zeitunabhängigen) Eigenfunktionen des Atomoperators bezeichnen.

Die potentielle Energie eines elektrischen Dipols mit dem Dipolmoment $-e\boldsymbol{r}$ in einem elektrischen Feld $\boldsymbol{E}$ ist gegeben durch $-e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}$. $\boldsymbol{r}$ bezeichnet dabei den Abstand zwischen den beiden entgegengesetzten Ladungen und ist, denken wir an ein Atom, gleich dem Ortsvektor zwischen dem Schwerpunkt des Atoms und dem entsprechenden an der Wechselwirkung beteiligten (Leucht-) Elektron. Dieser Ausdruck ist damit, mit $\boldsymbol{r}$ als Operator des Ortsvektors, als Wechselwirkungsoperator H_W anzusetzen. Voraussetzung hierfür ist die sogenannte Dipolnäherung, d. h. die Vernachlässigung der räumlichen Änderung des klassischen Vektorpotentials $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ innerhalb des Atoms, was im optischen Bereich bei Wellenlängen $\lambda > 10^{-1}$ µm in guter Näherung zulässig ist[1]). Es gilt also

$$H_W = -e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_A, t). \tag{1,25}$$

$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_A, t)$ bezeichnet das klassische Strahlungsfeld am Ort $\boldsymbol{r}_A$ des Atoms und es sei

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_A, t) = E\boldsymbol{e} = E_0\boldsymbol{e}\cos\omega t \tag{1,26}$$

($\boldsymbol{e}$ Polarisationsvektor).

---

[1]) Der genaue Wechselwirkungsoperator der Quantenmechanik lautet

$$H_W = -\frac{e}{mc}\boldsymbol{p}\boldsymbol{A} + \frac{e^2}{2mc^2}\boldsymbol{A}^2$$

($\boldsymbol{p}$ Impulsoperator und m Masse des Elektrons). Es ist im Rahmen der Störungstheorie zu zeigen, daß dieser Operator in Dipolnäherung äquivalent dem in Gl. (1,25) angegebenen Operator ist (Paul und Frahm (1967)).

Die Wellenfunktion des Atoms ist zur Lösung von Gl. (1,22) allgemein als Superposition der Eigenfunktionen anzusetzen. In unserem Fall bedeutet dies nach (1,24)

$$\psi = c_1(t)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_1 t}\varphi_1 + c_2(t)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_2 t}\varphi_2, \quad (\hbar\omega_j = E_j), \tag{1,27}$$

wobei die Entwicklungskoeffizienten c_1, c_2 durch

$$|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1 \tag{1,28}$$

normiert seien, so daß die Absolutquadrate der Koeffizienten $c_j(t)$ $(j = 1, 2)$ die Wahrscheinlichkeit angeben, daß zum Zeitpunkt t der Zustand j besetzt ist. Zur Zeit $t = 0$ sei das Atom im angeregten Zustand. Damit gilt als Anfangsbedingung

$$c_1(0) = 0,$$

$$c_2(0) = 1. \tag{1,29}$$

Gehen wir mit dem Ansatz (1,27) in Gl. (1,22) ein, multiplizieren die erhaltene Gleichung mit φ_1^* und integrieren über das Normierungsvolumen der Wellenfunktionen, dann erhalten wir wegen

$$\int_V \varphi_i^* \varphi_j \, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = \delta_{ij} \tag{1,30}$$

(Normierungsbedingungen für die Eigenfunktionen) eine Gleichung für den Koeffizienten c_1:

$$\dot{c}_1 = \mathrm{i}\, \frac{E_0 e \boldsymbol{D}_{12}}{2\hbar} (1 + \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\omega t})\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varepsilon t} c_2. \tag{1,31}$$

Dabei haben wir die Abkürzungen

$$\boldsymbol{D}_{12} = \int_V \varphi_1^* e \boldsymbol{r} \varphi_2 \, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} \tag{1,32}$$

für das Dipol-Matrixelement des Überganges $2 \rightarrow 1$ und

$$\varepsilon = (\omega_2 - \omega_1) - \omega \tag{1,33}$$

für die Differenz zwischen der Frequenz des äußeren Strahlungsfeldes und der dem Atomübergang entsprechenden Frequenz $\frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \omega_2 - \omega_1$ verwendet. $\varepsilon = 0$ bedeutet Resonanz. Nach dem gleichen Verfahren erhalten wir auch die Gleichung für c_2. Es ergibt sich

$$\dot{c}_2 = \mathrm{i}\, \frac{E_0 e \boldsymbol{D}_{12}}{2\hbar} (1 + \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\omega t})\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varepsilon t} c_1. \tag{1,34}$$

Dabei haben wir vorausgesetzt, daß die Phasen der Atomwellenfunktionen φ_1 und φ_2 so gewählt seien, daß $e\boldsymbol{D}_{12}$ reell ist.

In den Gleichungen (1,31) und (1,34) können wir die mit $e^{\pm 2i\omega t}$ hochfrequenten Terme streichen, da sie sich bei der Integration über Zeiten, die in der Größenordnung der Schwingungsdauer ($\sim \omega^{-1}$) des Strahlungsfeldes liegen, nahezu herausmitteln und damit nur vernachlässigbar kleine Beiträge zur Lösung liefern. Diese Näherung bezeichnet man in der Literatur üblicherweise als „rotating wave approximation".

Die Lösung der gekoppelten linearen Differentialgleichungen (1,31) und (1,34) ergibt sich unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung, Gl. (1,29), nach einfacher Rechnung zu

$$c_1 = \frac{-iK}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}} e^{-i\frac{\varepsilon}{2}t} \sin \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}\, t \tag{1,35}$$

und

$$c_2 = \left\{ \cos \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}\, t - \frac{i\varepsilon}{2\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}} \sin \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}\, t \right\} e^{i\frac{\varepsilon}{2}t} \tag{1,36}$$

mit

$$K = \frac{E_0 e D_{12}}{2\hbar} \quad \text{(reell)}. \tag{1,37}$$

Damit ist die Besetzungswahrscheinlichkeit für den Zustand 1 durch

$$|c_1|^2 = \frac{K^2}{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2} \sin^2 \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}\, t \tag{1,38}$$

gegeben. Für $t = 0$ ist dieser Zustand nicht besetzt, $|c_1(0)|^2 = 0$, das Atom befindet sich mit Sicherheit im angeregten Zustand. Mit zunehmender Zeit wächst die Wahrscheinlichkeit $|c_1|^2$, das Atom im unteren Zustand anzutreffen, bis im Zeitpunkt

$$t = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}} \tag{1,39}$$

das Atom (bei genauer Resonanz zwischen Atom und Strahlungsfeld, d. h. $\varepsilon = 0$) sicher im Zustand 1 ist, also sicher eine induzierte Emission stattgefunden hat. Wirkt das elektrische Feld weiter ein, dann wird mit zunehmender Zeit wieder Energie aus dem Feld absorbiert und das Atom wieder angeregt, bis es sich im Zeitpunkt

$$t = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2}} \tag{1,40}$$

wieder im angeregten Zustand befindet. Dieser Vorgang wiederholt sich periodisch, wobei das Atom zwischen den Zuständen 1 (welcher mit Sicherheit nur für $\varepsilon = 0$ erreicht wird) und 2 hin- und herpendelt, wie in Abb. 1 dargestellt ist. Wir erkennen weiter, daß die Wahrscheinlichkeit für die induzierte Emission mit wachsender

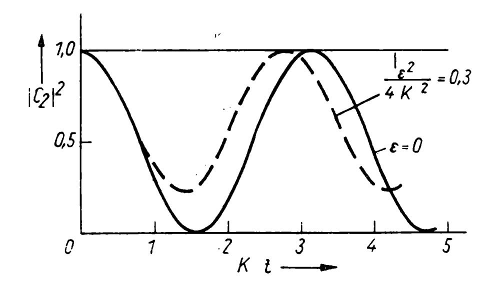


Abb. 1. Besetzungswahrscheinlichkeit für das obere Niveau $|c_2(t)|^2$, mit $|c_2(0)|^2 = 1$, bei Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld. $\varepsilon = 0$ kennzeichnet den Resonanzfall

Verstimmung ($\varepsilon \neq 0$) stark abnimmt und für $\varepsilon^2 \gg K^2$ gegen Null geht als Folge der dann verschwindenden Wechselwirkung.

Es ist in der Strahlungstheorie üblich, neben der zeitabhängigen Übergangswahrscheinlichkeit (entsprechend $|c_1|^2$ in unserer obigen Behandlung) eine Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit w zu definieren, wie wir sie schon in Abschnitt 1.2. eingeführt haben. Wir erhalten sie aus $|c_1|^2$, wenn wir über eine gewisse Frequenzbreite bzw. Energieunschärfe (wie sie physikalisch in einem Ensemble von Atomen mit inhomogener Linienbreite, d. h. von Atom zu Atom etwas verschiedener Frequenz, auftritt) integrieren.[1]) Bezeichnen wir mit $\varrho(\nu)$ die Dichte (siehe Gl. (1,77)) der Eigenschwingungen pro Frequenzintervall $d\nu$ und Raumwinkelelement $d\Omega$, dann können wir mit Gl. (1,38) für die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit w_{in} der induzierten Emission schreiben (wenn wir $\varrho(\nu)d\nu = \varrho(\omega)d\omega$ beachten)

$$\overline{|c_1|^2}^{\varepsilon} = w_{\text{in}} \cdot t = 2K\, d\Omega \int\limits_{-\Delta\omega}^{+\Delta\omega} \varrho(\omega + \varepsilon) \frac{\sin^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon}{2K}\right)^2}\, Kt}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{2K}\right)^2}\, d\left(\frac{\varepsilon}{2K}\right). \tag{1,41}$$

---

[1]) Ein irreversibler, d. h. nur in einer Richtung verlaufender Vorgang, wie er durch eine Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit beschrieben wird, ist nur dadurch zu erfassen, daß sehr viele (strenggenommen ∞ viele) Freiheitsgrade zur Verfügung stehen, um so die Wiederkehrzeit ebenfalls sehr groß ($\to \infty$) zu machen.

Hieraus folgt durch Integration[1]), wenn wir $\varrho(\omega)$ als näherungsweise konstant betrachten und die Grenzen ins Unendliche legen ($\Delta\omega \to \infty$),

$$w_{\text{in}} = 2\pi\varrho(\omega)\, K^2\, \mathrm{d}\Omega. \tag{1,42}$$

Wir erkennen, daß wegen $K \sim E_0$ entsprechend Gl. (1,37) die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für die induzierte Emission proportional zu $E_0{}^2$, also zur Intensität des einfallenden elektrischen Feldes ist, und bestätigten damit die Überlegungen in Abschnitt 1.2.

Der Übergang des Atoms vom angeregten in den Grundzustand führt zur Emission von elektromagnetischer Strahlung (und damit zur Verstärkung des einfallenden Feldes), die in unserem semiklassischen Modell (ähnlich wie bei der schon kurz dargestellten Wechselwirkung eines klassischen harmonischen Oszillators mit dem Feld) als Folge der Schwingungen des angeregten Atomdipols auftritt. In der Wellenmechanik sind im Zustand scharfer Energie prinzipiell alle Erwartungswerte zeitunabhängig, so daß kein schwingendes Dipolmoment auftritt, wenn nur *ein* Zustand angeregt ist. In unserem Falle sind jedoch außer zu den Zeiten $t = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\varepsilon^2}{4} + K^2\right)^{-1/2} n$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$) stets zwei Zustände gleichzeitig mit gewisser Wahrscheinlichkeit besetzt, so daß der Atomdipol je nach Phasenlage strahlen oder auch absorbieren kann.

Das (zeitabhängige) Dipolmoment des Atoms ist gegeben durch (vgl. Gl. (1,32))

$$\boldsymbol{D}(t) = \int_V \psi^* e\boldsymbol{r}\psi\, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}.$$

Setzen wir die Lösung für ψ^* und ψ ein, dann erhalten wir für $\varepsilon = 0$

$$\boldsymbol{D}(t) = -\boldsymbol{D}_{12} \sin 2Kt \cdot \sin \omega t. \tag{1,43}$$

Ausgehend vom Zeitpunkt $t = 0$, zu dem das Dipolmoment $\boldsymbol{D} = 0$ ist (da das Atom exakt im angeregten Zustand ist), wächst $\boldsymbol{D}$ an, erreicht für $t = \frac{\pi}{4K}$ sein Maximum (Niveau 1 und 2 sind mit gleicher Wahrscheinlichkeit besetzt) und nimmt für $t = \frac{\pi}{2K}$ wieder den Wert $\boldsymbol{D} = 0$ an, wenn sich das Atom sicher im unteren Niveau befindet und damit seine Energie vollständig an das äußere Feld abgegeben hat (vgl. Abb. 1.) Verbleibt das Atom weiter in Wechselwirkung mit dem äußeren Feld, so wird sich wieder ein Dipolmoment aufbauen, welches aber jetzt nach einem Phasensprung bei

---

[1]) Die Lösung des Integrals ist nicht ganz einfach und liefert für den zu t proportionalen Anteil den Wert $\pi K t$, der sich ebenfalls ergibt, wenn das Integral in Gl. (1,41) näherungsweise durch die vielfach verwendete einfachere Form $\int \frac{\sin^2 xKt}{x^2}\,\mathrm{d}x$, wie sie aus der Störungstheorie erhalten wird, ersetzt wird.

$t = \frac{\pi}{2K}$ Energie aus dem Feld absorbiert, so daß das Atom wieder in den oberen Zustand übergeht.

Für das mittlere Dipolmoment zwischen $t = 0$ und $t = \frac{\pi}{2K}$ erhalten wir aus Gl. (1,43) durch Mittelung von $\sin 2Kt$ über dieses Zeitintervall

$$\overline{\boldsymbol{D}} = -\frac{2}{\pi}\boldsymbol{D}_{12}\sin\omega t,$$

und damit ergibt sich für die mittlere, vom Dipol an das äußere elektrische Feld gemäß Gl. (1,26) abgegebene Leistung (vgl. Gl. (1,7))

$$U = \overline{\boldsymbol{E}(t)\frac{\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{D}}}{\mathrm{d}t}} = -\frac{2}{\pi}\omega e\boldsymbol{D}_{12}E_0\overline{\cos^2\omega t} = -e\boldsymbol{D}_{12}\frac{E_0\omega}{\pi}. \tag{1,44}$$

Hieraus erkennen wir, daß die Phase der hochfrequenten Dipolschwingung $\sin\omega t$ optimal günstig für eine Wechselwirkung mit dem äußeren Feld ist, da diese durch $\dot{\overline{\boldsymbol{D}}}$ bestimmt wird und $\dot{\overline{\boldsymbol{D}}}$ aber genau der Schwingungsphase des äußeren Feldes entspricht. Daraus ist zu schließen, daß die Phase des elektrischen Feldes durch die Wechselwirkung mit dem atomaren Dipol (in unserem semiklassischen Modell) nicht geändert wird.

Andererseits haben wir in Abschnitt 1.2. gesehen, daß neben der induzierten Emission auch eine spontane Emission möglich ist, die im Gegensatz zur induzierten Emission im allgemeinen nicht phasengerecht mit dem schon vorhandenen Feld erfolgt und so die Eigenschaften des sich bei der Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld herausbildenden Feldes mit bestimmen wird. Um diesen Effekt zu erfassen, müssen wir in der quantenmechanischen Behandlung noch einen Schritt weitergehen und auch das Strahlungsfeld quantisieren. Wir kommen so zu den Grundlagen der Quantenelektrodynamik, die wir nur so weit, wie es in unserem Zusammenhang notwendig ist, kurz skizzieren wollen.

1.3.2.* Quantenelektrodynamische Behandlung

Wir erinnern hierzu daran, daß im Rahmen der Maxwellschen Theorie für die in einem Volumen V enthaltene Energie W eines Strahlungsfeldes mit der elektrischen Feldstärke $\boldsymbol{E}$ und der magnetischen Feldstärke $\boldsymbol{H}$ gilt

$$W = \frac{1}{8\pi}\int\limits_V (\boldsymbol{E}^2 + \boldsymbol{H}^2)\,\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}. \tag{1,45}$$

Wir wollen uns dabei im folgenden vereinfachend auf stehende Wellen beschränken. (Bezüglich der Einbeziehung von laufenden Wellen vgl. z. B. PAUL (1966).) Durch

Entwicklung des Strahlungsfeldes nach den gemäß

$$\int_V \boldsymbol{E}_\lambda \boldsymbol{E}_{\lambda'}\, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = 4\pi\delta_{\lambda\lambda'}, \qquad \int_V \boldsymbol{H}_\lambda \boldsymbol{H}_{\lambda'}\, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = 4\pi\delta_{\lambda\lambda'} \tag{1.46}$$

orthogonalen und normierten Eigenschwingungen $\boldsymbol{E}_\lambda$, $\boldsymbol{H}_\lambda$ im Volumen V,

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\sum_\lambda \bar{p}_\lambda(t)\, \boldsymbol{E}_\lambda(\boldsymbol{r}), \qquad \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, t) = \sum_\lambda \omega_\lambda \bar{q}_\lambda(t)\, \boldsymbol{H}_\lambda(\boldsymbol{r}), \tag{1.47}$$

erhalten wir aus Gl. (1,45)

$$W = \frac{1}{2} \sum_\lambda (\bar{p}_\lambda^2 + \omega_\lambda^2 \bar{q}_\lambda^2). \tag{1,48}$$

$\boldsymbol{E}_\lambda$ und $\boldsymbol{H}_\lambda$ sind dabei reelle Funktionen. Wie sich unschwer durch Einsetzen der Beziehungen (1,47) in die Maxwellschen Gleichungen zeigen läßt (siehe z. B. FAIN und CHANIN (1969)), sind die Entwicklungskoeffizienten $\bar{q}_\lambda$ und $\bar{p}_\lambda$ kanonische Variable, für die $\dot{\bar{q}}_\lambda = \bar{p}_\lambda$ und $\dot{\bar{p}}_\lambda = -\omega_\lambda^2 \bar{q}_\lambda$ gilt. Dementsprechend ist dann die Energie des Systems nach Gl. (1,48) als Summe über die Energien einzelner unabhängiger harmonischer Oszillatoren zu schreiben.

Entsprechend der Forderung der Quantenmechanik haben wir die (generalisierten) Koordinaten $\bar{q}_\lambda$ und die dazu kanonisch konjugierten Impulse $\bar{p}_\lambda$ durch hermitesche Operatoren $\tilde{q}_\lambda$ und $\tilde{p}_\lambda$ zu ersetzen, die der Vertauschungsregel

$$(\tilde{p}_\lambda \tilde{q}_{\lambda'} - \tilde{q}_{\lambda'} \tilde{p}_\lambda) \equiv [\tilde{p}_\lambda, \tilde{q}_{\lambda'}] = \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\, \delta_{\lambda\lambda'} \mathbf{1} \tag{1,49}$$

genügen. Durch Umschreibung auf die Operatoren

$$q_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_\lambda}} (\omega_\lambda \tilde{q}_\lambda + \mathrm{i}\tilde{p}_\lambda), \tag{1,50}$$

$$q_\lambda^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_\lambda}} (\omega_\lambda \tilde{q}_\lambda - \mathrm{i}\tilde{p}_\lambda) \tag{1,51}$$

für die dann die Vertauschungsregel (1,49) in der Form

$$[q_\lambda, q_{\lambda'}^\dagger] = \delta_{\lambda\lambda'} \mathbf{1} \tag{1,52}$$

gilt, erhalten wir aus Gl. (1,48) für den Hamiltonoperator des Strahlungsfeldes

$$H_\mathrm{S} = \sum_\lambda \hbar\omega_\lambda \left(q_\lambda^\dagger q_\lambda + \frac{1}{2}\right). \tag{1,53}$$

$\hbar\omega_\lambda$ beschreibt bekanntlich die Energie eines Photons der Frequenz $\frac{\omega_\lambda}{2\pi}$, während $q_\lambda^\dagger q_\lambda$ den Operator der Photonenzahl für die Eigenschwingung λ angibt. Die Energie des Strahlungsfeldes ist also gequantelt. (Die Nullpunktsenergie $\frac{1}{2}\hbar\omega_\lambda$ wird im folgenden nicht berücksichtigt.)

Die Operatoren wirken auf eine „Wellenfunktion" oder auf einen Zustand, welcher als „Koordinaten" die Photonenzahlen enthält. In Diracscher Bezeichnung wird für den Zustand

$$\Psi \to |n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots\rangle \tag{1,54}$$

geschrieben, was bedeutet, daß n_{λ_j} Photonen in der Eigenschwingung λ_j vorhanden sind. Die Wirkung der Operatoren $q_\lambda^\dagger$, q_λ auf die Zustandsfunktion (man spricht auch vom Zustandsvektor im Hilbert-Raum) ist dann durch

$$q_{\lambda_j}|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots\rangle = \sqrt{n_{\lambda_j}}\,|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, (n_{\lambda_j} - 1), \ldots\rangle \tag{1,55}$$

$$q_{\lambda_j}^\dagger|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots\rangle = \sqrt{n_{\lambda_j} + 1}\,|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, (n_{\lambda_j} + 1), \ldots\rangle \tag{1,56}$$

gegeben, d. h., q_{λ_j} vernichtet ein Photon in der Eigenschwingung λ_j, während durch $q_{\lambda_j}^\dagger$ ein Photon erzeugt wird. Wir bezeichnen die Operatoren $q_\lambda^\dagger$, q_λ daher auch als Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren. Aus den Gleichungen (1,55) und (1,56) folgt

$$q_{\lambda_j}^\dagger q_{\lambda_j}|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots\rangle = n_{\lambda_j}|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots\rangle, \tag{1,57}$$

so daß, wie oben schon angegeben, $q_\lambda^\dagger q_\lambda$ den Operator der Photonenzahl angibt.

Die Normierungsbedingung für die Wellenfunktion lautet dann in diesem Formalismus

$$\langle n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots | n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots\rangle = 1. \tag{1,58}$$

Aus den Gleichungen (1,55) und (1,56) folgt für die quantenmechanischen Erwartungswerte (Matrixelemente) der Operatoren q_λ bzw. $q_\lambda^\dagger$

$$\langle n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots | q_{\lambda_j} | n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, (n_{\lambda_j} + 1), \ldots\rangle = \sqrt{n_{\lambda_j} + 1} \tag{1,59}$$

$$\langle n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, (n_{\lambda_j} + 1), \ldots | q_{\lambda_j}^\dagger | n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_j}, \ldots\rangle = \sqrt{n_{\lambda_j} + 1}. \tag{1,60}$$

Wir wollen nun die Wechselwirkung eines Strahlungsfeldes mit einem 2-Niveau-Atom im Formalismus der Quantenelektrodynamik betrachten, um einmal die Übergangswahrscheinlichkeiten einschließlich der für die spontane Emission zu berechnen und uns zum anderen einen Überblick über die Eigenschaften des so entstehenden Strahlungsfeldes zu verschaffen.

Wir setzen voraus, daß sich das Atom zur Zeit $t = 0$ im angeregten Zustand $|2\rangle$ befindet, während das Strahlungsfeld genau n_λ Photonen der Sorte λ enthalte. Ist das Atom in den Grundzustand $|1\rangle$ übergegangen, dann liegen $(n_\lambda + 1)$ Photonen

vor, so daß wir für die Wellenfunktion ganz analog zu Gl. (1,27)

$$\Psi = c(t)_1 e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t - i(n_\lambda+1)\omega_\lambda t} |1; n_\lambda + 1\rangle + c_2(t) e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t - i n_\lambda \omega_\lambda t} |2; n_\lambda\rangle \tag{1,61}$$

ansetzen können, wobei wir daran erinnern wollen, daß

$$H_0 |1; n_\lambda + 1\rangle = [E_1 + \hbar\omega_\lambda(n_\lambda + 1)] |1; n_\lambda + 1\rangle \tag{1,62}$$

und

$$H_0 |2; n_\lambda\rangle = (E_2 + \hbar\omega_\lambda n_\lambda)|2; n_\lambda\rangle \tag{1,63}$$

gilt ($H_0 = H_A + H_S$).

Gehen wir mit der Wellenfunktion (1,61) in die Schrödingergleichung (1,22) ein, erhalten wir — nach Multiplikation mit $\langle 1; n_\lambda + 1|$ bzw. $\langle 2; n_\lambda|$ — die beiden Gleichungen für die Koeffizienten c_1 und c_2

$$\dot{c}_1 = \frac{1}{i\hbar} \langle 1; n_\lambda + 1|H_W|2; n_\lambda\rangle\, e^{-i(\omega_0-\omega_\lambda)t} c_2 \equiv \frac{\hat{h}}{i\hbar}\, e^{-i(\omega_0-\omega_\lambda)t} c_2, \tag{1,64}$$

$$\dot{c}_2 = \frac{1}{i\hbar} \langle 2; n_\lambda|H_W|1; n_\lambda + 1\rangle\, e^{i(\omega_0-\omega_\lambda)t} c_1 \equiv \frac{\hat{h}^*}{i\hbar}\, e^{i(\omega_0-\omega_\lambda)t} c_1, \left(\frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \omega_0\right) \tag{1,65}$$

welche von genau der gleichen Struktur sind wie die semiklassisch abgeleiteten Beziehungen (1,31) und (1,34). (Der Unterschied besteht lediglich darin, daß als Folge der vorausgesetzten Realität der Funktion $\boldsymbol{E}_\lambda$ die Matrixelemente mit H_W nach Gl. (1,68) sowie $\boldsymbol{E}$ nach Gl. (1,69) rein imaginär werden, wie die Gleichungen (1,70) und (1,71) zeigen.) Wir können daher die Lösung von dort übernehmen und erhalten nach Gl. (1,38)

$$|c_1|^2 = \frac{|\hat{h}|^2}{|\hat{h}|^2 + \left(\frac{\omega_0 - \omega_\lambda}{2}\right)^2} \sin^2 \sqrt{|\hat{h}|^2 + \left(\frac{\omega_0 - \omega_\lambda}{2}\right)^2}\, t. \tag{1,66}$$

Hieraus ergibt sich analog zu Gl. (1,41) durch Integration über ein Frequenzintervall für die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit (vgl. Gl. (1,42))

$$\overline{|c_1|^2}\, \frac{1}{t} = w = \frac{2\pi}{\hbar^2}\, \varrho(\omega_\lambda)|\hat{h}|^2\, d\Omega. \tag{1,67}$$

Es verbleibt lediglich die Berechnung der Matrixelemente für H_W. Der Wechselwirkungs-Hamiltonoperator ist nach Gl. (1,25) durch

$$H_W = -e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E} \tag{1,68}$$

gegeben.

Den Operator $\boldsymbol{E}$ der elektrischen Feldstärke in Gl. (1,68) können wir gemäß Gl. (1,47) unter Benutzung der Beziehungen (1,50) und (1,51) als Funktion der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $q_\lambda^\dagger$ und q_λ [1])

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \mathrm{i} \sum_\lambda \sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}}\, (q_\lambda - q_\lambda^\dagger)\, \boldsymbol{E}_\lambda \tag{1,69}$$

schreiben. Damit ergibt sich unter Benutzung der Beziehungen (1,55) und (1,56) für die Matrixelemente

$$\hat{h}^* = \langle 2;\, n_\lambda | H_\mathrm{W} | 1;\, n_\lambda + 1\rangle = -\mathrm{i}\sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}} \langle 2;\, 0_\lambda | e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}_\lambda q_\lambda | 1;\, 1_\lambda\rangle \sqrt{n_\lambda + 1} \equiv H_{12}^* \sqrt{n_\lambda + 1} \tag{1,70}$$

$$\hat{h} = \langle 1;\, n_\lambda + 1 | H_\mathrm{W} | 2;\, n_\lambda\rangle = \mathrm{i}\sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}} \langle 1;\, 1_\lambda | e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}_\lambda q_\lambda^\dagger | 2;\, 0_\lambda\rangle \sqrt{n_\lambda + 1} \equiv H_{12} \sqrt{n_\lambda + 1}, \tag{1,71}$$

so daß wir für Gl. (1,67) schreiben können

$$w = \frac{2\pi}{\hbar^2}\, \varrho(\omega_\lambda) |H_{12}|^2\, \mathrm{d}\Omega (n_\lambda + 1). \tag{1,72}$$

Wir erhalten damit eine Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, welche proportional zu $(n_\lambda + 1)$ ist, also aus zwei Teilen besteht. Es ist sinnvoll, den zu n_λ proportionalen Ausdruck als die induzierte, w_in, und den schon für $n_\lambda = 0$ auftretenden Term als die spontane Übergangswahrscheinlichkeit, w_sp, aufzufassen. Dies wird bestätigt durch Vergleich von w_sp mit dem entsprechenden von WEISSKOPF und WIGNER (1930) erhaltenen Ausdruck, der aus der direkten Berechnung der Lebensdauer des oberen Niveaus bei Berücksichtigung aller Eigenschwingungen λ folgt. Für w nach Gl. (1,72) können wir damit

$$w = w_\mathrm{in} + w_\mathrm{sp} \tag{1,73}$$

schreiben, und es gilt

$$\frac{w_\mathrm{in}}{w_\mathrm{sp}} = n_\lambda. \tag{1,74}$$

---

[1]) Vielfach erfolgt die Beschreibung des elektromagnetischen Feldes nicht durch die elektrische und magnetische Feldstärke, $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$, sondern allein durch das klassische Vektorpotential $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$. Die Quantisierung ist dann ebenso möglich und führt, nach Entwicklung von $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$, zu dem Ausdruck (1,53) für den Hamiltonoperator, während der Operator der elektrischen Feldstärke dann durch $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \sum_\lambda \frac{\mathrm{i}}{c} \sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}}\, (\boldsymbol{A}_\lambda q_\lambda - \boldsymbol{A}_\lambda^\dagger q_\lambda^\dagger)$ gegeben ist (vgl. HEITLER (1954)).

Wir wollen nun schließlich noch den Zusammenhang zwischen der Photonenzahl n_λ und der in Abschnitt 1.2. benutzten Strahlungsdichte u_T bestimmen.

Für die Energie eines (sich im freien Raum ausbreitenden) Strahlungsfeldes mit der mittleren Photonenzahl n gilt bei einer Anzahl von $\mathrm{d}Z$ Eigenschwingungen zwischen ν und $\nu + \mathrm{d}\nu$ pro Raumwinkelelement

$$U = h\nu n \, \mathrm{d}Z. \tag{1,75}$$

Für die Strahlungsdichte, also die Energie pro Volumeneinheit und Frequenzintervall, gilt dann

$$u = \frac{U}{V \, \mathrm{d}\nu} = h\nu n \frac{\mathrm{d}Z}{V \, \mathrm{d}\nu}, \tag{1,76}$$

wobei die Zahl der Eigenschwingungen pro Raumwinkelelement $\left(\frac{1}{4\pi}\right)$ und nur einer Polarisationsrichtung durch (vgl. z. B. Joos (1964))

$$\frac{\mathrm{d}Z}{V \, \mathrm{d}\nu} = \frac{\nu^2}{c^3} \equiv \left(\frac{\varrho(\nu)}{V}\right) \tag{1,77}$$

gegeben ist. Diesen Ausdruck in Gl. (1.76) eingesetzt, folgt schließlich

$$n = \frac{c^3}{h\nu^3} u. \tag{1,78}$$

Damit können wir für Gl. (1.74) wie folgt schreiben, wenn wir uns überlegen, daß diese, oben nur für stehende Wellen abgeleitete Beziehung auch allgemein für ein sich im freien Raum ausbreitendes Strahlungsfeld gilt (siehe z. B. Paul (1969)),

$$\frac{w_{\mathrm{in}}}{w_{\mathrm{sp}}} = \frac{c^3}{h\nu^3} u. \tag{1,79}$$

Diese Gleichung, die hier aus der expliziten quantentheoretischen Berechnung folgt, stimmt mit der Einsteinschen Beziehung (1,20) überein, wenn wir beachten, daß sich die Einsteinsche Strahlungsdichte u_T auf den thermischen Strahler bezieht, bei dem die Ausstrahlung mit beiden Polarisationsrichtungen in den gesamten Raumwinkel (4π) erfolgt, also

$$u_T = 8\pi u \tag{1,80}$$

gilt.

Darüber hinaus ist aus Gl. (1,72) auch direkt der absolute Wert für die spontane Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, den wir in Abschnitt 1.2. mit A bezeichnet haben und der durch $\tau = \frac{1}{A}$ die Lebensdauer des entsprechenden Niveaus (gegenüber spontaner Emission) bestimmt, zu berechnen.

Nach Gl. (1,70) ist das Absolutquadrat des Matrixelementes H_{12} gegeben durch

$$|H_{12}|^2 = \frac{\hbar\omega_\lambda}{2} |\langle 2|e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}_\lambda|1\rangle|^2 = \frac{\hbar\omega}{2} |\mu|^2 E_\lambda^2(\boldsymbol{r}_A) \sin^2\vartheta \quad (\omega_\lambda = \omega),$$

wobei ϑ den Winkel zwischen Dipolmoment $e\boldsymbol{r}$ und der Polarisationsrichtung $\boldsymbol{e}_\lambda$ des $\boldsymbol{E}_\lambda$-Feldes sowie μ das Matrixelement $\langle 2|er|1\rangle$ bezeichnen. Die ϑ-Abhängigkeit beschreibt die bekannte Ausstrahlungscharakteristik des Dipols. In einem System von vielen Atomen sind die Richtungen der einzelnen Dipole willkürlich, so daß die gesamte spontane Übergangswahrscheinlichkeit A als Mittelwert über alle Richtungen gegeben ist. Aus Gl. (1,72) folgt mit $\varrho(\omega)$ nach Gl. (1,77), bei Berücksichtigung beider Polarisationsrichtungen und räumlicher Mittelung über V, $\overline{E_\lambda^2(\boldsymbol{r}_A)} = \frac{4\pi}{V}$, siehe Gl. (1,46),

$$A = \frac{2\pi}{\hbar^2} \int \varrho(\omega)|H_{12}|^2 \,\mathrm{d}\Omega = \frac{8\pi^3}{h} \frac{\nu^3}{c^3} |\mu|^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^3\vartheta \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}\varphi, \tag{1,81}$$

also

$$A = \frac{64\pi^4}{3h} \frac{1}{\lambda^3} |\mu|^2. \tag{1,82}$$

Wird die obige Rechnung mit der Anfangsbedingung $c_1 = 1$ und $c_2 = 0$ durchgeführt, so erhält man auf analoge Weise — dem Leser sei dies als Übungsaufgabe empfohlen — die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit w_{ab}. Für diese gilt (siehe Gl. (1,19))

$$w_{ab} = w_{in}. \tag{1,83}$$

Wesentliches Ergebnis der vorstehenden Überlegung ist, daß bei der Wechselwirkung eines Strahlungsfeldes endlicher Intensität ($n \neq 0$) mit einem angeregten Atom stets eine induzierte *und* eine spontane Emission erfolgt, wobei kein Anteil „abzuschalten“ ist, sondern „beide Wechselwirkungen“ simultan erfolgen. Gerade durch diese Tatsache wird das erzeugte Strahlungsfeld in seinen Eigenschaften hinsichtlich Phase und Amplitude weitgehend bestimmt, wie wir uns im folgenden klarmachen wollen.

1.4.* Die Streuung der elektrischen Feldstärke nach der induzierten Emission

Während die Frage nach der Phasenbeziehung zwischen dem induzierenden Strahlungsfeld und dem Dipolmoment des Atoms bzw. dem nach der induzierten Emission vorliegenden Strahlungsfeld im Rahmen des klassischen oder auch semiklassischen Modells eindeutig in dem Sinne zu beantworten ist, daß keine Phasenänderungen

auftreten, also sich die ankommende und die entstehende Welle phasengerecht zusammensetzen, ist die Beantwortung in einer quantisierten Strahlungstheorie problematischer. Dies ist dadurch bedingt, daß aus der allgemeinen Heisenbergschen Unschärfebeziehung der Quantenmechanik auch für die Phase φ und die Photonenzahl N näherungsweise (da eine mathematisch strenge Definition für einen Phasenoperator nicht möglich ist, vgl. hierzu PAUL (1966)) eine Unschärfebeziehung abzuleiten ist, und zwar in der Form (vgl. HEITLER (1954))

$$\Delta N \Delta\varphi \geqq 1. \tag{1,84}$$

Das bedeutet, daß in einem Zustand scharfer Energie, $\Delta N = 0$, die Phase vollkommen undefinierbar ist, während ein Zustand scharfer Phase einem energetisch undefinierten Zustand entspricht.

Daraus folgt, daß eine eindeutige Bestimmung der Phase unabhängig von der Energie (klassisch gesprochen also von der Amplitude des Feldes) nicht möglich ist. Die Eigenschaften des Strahlungsfeldes jedoch sind (in der niedrigsten Ordnung) durch den Erwartungswert (Mittelwert) und die Streuung der elektrischen Feldstärke zu beschreiben, wobei die Streuung sowohl durch Phasen- wie auch durch Amplituden-Fluktuationen bedingt ist. (Für eine ausführliche Diskussion dieser Problematik siehe RICHTER, BRUNNER und PAUL (1964).) Zur Untersuchung des Einflusses der (induzierten und spontanen) Emission eines Atoms auf die Eigenschaften des mit dem Atom wechselwirkenden Strahlungsfeldes erscheint es daher notwendig, die Streuung der elektrischen Feldstärke vor und nach der Emission zu berechnen. Wir beschränken uns bei dieser Rechnung auf eine Eigenschwingung der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ des Strahlungsfeldes. Für deren allgemeinste Zustandsfunktion können wir ansetzen

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-in\omega t} |n\rangle. \tag{1,85}$$

Dabei gilt für die komplexen Entwicklungskoeffizienten

$$c_n = |c_n| e^{-i\varphi_n} \tag{1,86}$$

die Normierung

$$\sum_n |c_n|^2 = 1. \tag{1,87}$$

$|c_n|^2$ gibt dann die Wahrscheinlichkeit an, daß n Photonen vorhanden sind. Die Breite der c_n-Verteilung ist ein Maß für die Unschärfe der Energie, während die mittlere Photonenzahl durch

$$N = \sum_n n |c_n|^2 \tag{1,88}$$

gegeben ist.

Wir berechnen mit der Wellenfunktion (1,85) für das Strahlungsfeld den quantenmechanischen Erwartungswert für die elektrische Feldstärke. Mit Gl. (1,69) erhalten wir mit Hilfe der Beziehungen (1,59) und (1,60) (mit $\boldsymbol{E}_\lambda \to \boldsymbol{E}_0$, reell)

$$\langle \boldsymbol{E} \rangle = \sqrt{2\hbar\omega}\, \boldsymbol{E}_0 \sum_n \sqrt{n+1}\, |c_n||c_{n+1}| \sin(\omega t + \varphi_{n+1} - \varphi_n). \tag{1,89}$$

Je nach der Verteilung der c_n kann dieser Ausdruck zwischen $\langle \boldsymbol{E} \rangle = 0$ und einem Maximalwert $\langle \boldsymbol{E} \rangle = \langle \boldsymbol{E} \rangle_M$ jeden beliebigen Wert annehmen. Eine statistische Verteilung der Phasen φ_n oder auch $c_k = 1$, $c_n = 0$ $(n \neq k)$ liefert für den Erwartungswert der elektrischen Feldstärke $\langle \boldsymbol{E} \rangle = 0$, während der Maximalwert nur für die Verteilung

$$c_n = \sqrt{\frac{N^n}{n!}}\, e^{-\frac{N}{2}}\, e^{-in\varphi} \tag{1,90}$$

mit N nach Gleichung (1,88) erhalten wird.

Zum Verständnis von $\langle \boldsymbol{E} \rangle = 0$ müssen wir uns überlegen, daß es sich hierbei um einen quantenmechanischen Erwartungswert handelt, also um die Aussage über eine Vielzahl von gleichartigen Systemen — man spricht auch von einem Ensemble — oder auch über viele Messungen (der Feldstärke) am gleichen System. Eine (klassische) Einzelmessung wird stets einen bestimmten, jedoch von Messung zu Messung verschiedenen Wert für $\boldsymbol{E}$ liefern und erst der Mittelwert $\langle \boldsymbol{E} \rangle$ kann verschwinden, etwa dann, wenn die Phasen für die elektrische Feldstärke statistisch verteilt sind, so daß bei jeder Messung ein anderer Wert (im Mittel der Wert Null) erhalten wird. Mit der Verteilung (1,90), einer sogenannten Poisson-Verteilung mit einer von n unabhängigen Phase φ, $\varphi_n = n\varphi$, folgt aus Gl. (1,89) jedoch

$$\langle \boldsymbol{E} \rangle = \sqrt{2\hbar\omega N}\, \boldsymbol{E}_0 \sin(\omega t + \varphi). \tag{1,91}$$

Das ist aber genau die klassische Feldstärke für eine Schwingung mit der Energie $\hbar\omega N$ und der Phase φ. Die quantenmechanische Wellenfunktion (1,85) liefert mit der Verteilung (1,90) für den Erwartungswert der elektrischen Feldstärke genau eine klassische Sinuswelle. Wir nennen diesen Zustand quantenmechanisch maximal kohärent[1]). Er entspricht einem synchronisierten Ensemble, d. h., jede Messung liefert den gleichen Wert für die Phase. Als ein Maß für die Streuung der Phase und der Energie wollen wir — wie oben ausgeführt — die (zeitlich gemittelte) Streuung der elektrischen Feldstärke betrachten, welche zu definieren ist als

$$\sigma^2 = \langle (\boldsymbol{E} - \langle \boldsymbol{E} \rangle)^2 \rangle = \langle \boldsymbol{E}^2 \rangle - \langle \boldsymbol{E} \rangle^2. \tag{1,92}$$

---

[1]) Wir kommen auf die allgemeine Definition der Kohärenz ausführlich in Kapitel 5 zu sprechen.

Hieraus folgt mit der Wellenfunktion (1,85) und dem Operator für die elektrische Feldstärke nach Gl. (1,69)

$$\sigma^2 = \hbar\omega E_0^2 \left\{\sum_n |c_n|^2 \left(n + \frac{1}{2}\right) - \left|\sum_n c_n{}^* c_{n+1} \sqrt{n+1}\right|^2\right\}. \tag{1,93}$$

Für den quantenmechanisch maximal kohärenten Zustand mit c_n nach Gl. (1,90) wird σ^2 minimal. Setzen wir den Ausdruck (1,90) für c_n ein, dann erhalten wir, beachten wir die Beziehungen (1,87) und (1,88),

$$\sigma_m{}^2 = \frac{\hbar\omega}{2} E_0^2. \tag{1,94}$$

Die Frage ist nun, wie sich die Streuung der elektrischen Feldstärke durch den Prozeß der Induzierung ändert.

Um dies zu zeigen, wollen wir allgemein von einem Zustand gemäß Gl. (1,85) ausgehen, so daß wir für die Entwicklung der Gesamtwellenfunktion nach den Eigenfunktionen von H_0 in Verallgemeinerung des Ansatzes (1,61) ansetzen können

$$\Psi = \sum_n \alpha_n(t)\ |2; n\rangle\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{E_2}{\hbar}t - \mathrm{i}n\omega t} + \sum_n \beta_n(t)\ |1; n\rangle\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{E_1}{\hbar}t - \mathrm{i}n\omega t} \tag{1,95}$$

Dabei gilt als Anfangsbedingung (das Atom ist im angeregten Zustand, und das Strahlungsfeld ist durch Gl. (1,85) gegeben)

$$\alpha_n(0) = c_n,$$

$$\beta_n(0) = 0. \tag{1,96}$$

Die zu den Gleichungen (1,64) und (1,65) analogen Beziehungen erhalten wir durch Einsetzen des Ansatzes (1,95) in die Schrödinger-Gleichung (1,22) in bekannter Weise zu

$$\dot{\alpha}_n = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \langle 2; n|H_\mathrm{W}|1; n+1\rangle\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_0 - \omega)t}\, \beta_{n+1}, \tag{1,97}$$

$$\dot{\beta}_n = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \langle 1; n|H_\mathrm{W}|2; n-1\rangle\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_0 - \omega)t}\, \alpha_{n-1} \tag{1,98}$$

$$\text{mit}\ \frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \omega_0,$$

wobei wir in Gl. (1,97) den zu β_{n-1}, in Gl. (1,98) den zu α_{n+1} proportionalen Term gestrichen haben, da diese einen hochfrequenten Anteil $\mathrm{e}^{\pm \mathrm{i}(\omega + \omega_0)t}$ enthalten und damit gegenüber den Resonanztermen vernachlässigbar klein sind. Hieraus folgt näherungsweise, wenn wir diesmal vereinfachend die Methode der Störungstheorie

benutzen, d. h. wenn wir in erster Näherung

$$\alpha_{n-1}(t) \approx \alpha_{n-1}(0) = c_{n-1}$$

setzen,

$$\beta_n(t) = \frac{1}{i\hbar} \langle 1; n|H_W|2; n-1\rangle \frac{1 - e^{-i(\omega_0-\omega)t}}{i(\omega_0 - \omega)} c_{n-1}. \tag{1,99}$$

Mit H_W nach Gl. (1,68) gilt für das Matrixelement

$$\frac{1}{i\hbar} \langle 1; n|H_W|2; n-1\rangle = \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar}} \langle 1|e\boldsymbol{r}\boldsymbol{E}_0|2\rangle \sqrt{n}, \tag{1,100}$$

so daß wir nach der induzierten Emission (das Atom befindet sich im unteren Zustand $|1\rangle$) für das Strahlungsfeld die Wellenfunktion

$$\Phi = \sum_n c_n' e^{-in\omega t}|n\rangle \tag{1,101}$$

mit

$$c_n' = \eta \sqrt{n}\, c_{n-1} \tag{1,102}$$

erhalten.

Alle nicht von n abhängigen Terme wurden in dem Normierungsfaktor η zusammengefaßt. Dieser bestimmt sich aus

$$\sum_n |c_n'|^2 = \eta^2 \sum_n n|c_{n-1}|^2 = 1. \tag{1,103}$$

Diese Gleichung können wir — durch Änderung des Summationsindex — in

$$\eta^2 \sum_n n|c_{n-1}|^2 = \eta^2 \sum_n (n+1)\,|c_n|^2 = 1 \tag{1,104}$$

umschreiben, und hieraus folgt mit den Gleichungen (1,87) und (1,88) $\eta^2(N+1) = 1$, also

$$\eta^2 = \frac{1}{N+1}. \tag{1,105}$$

Damit erhalten wir mit Gl. (1,93) für die Streuung σ' nach der induzierten Emission

$$\begin{aligned}\sigma'^2 &= \hbar\omega \boldsymbol{E}_0^2 \left\{\sum_n |c_n'|^2 \left(n + \frac{1}{2}\right) - \left|\sum_n c_n'^* c_{n+1}' \sqrt{n+1}\right|^2\right\} \\ &= \hbar\omega \boldsymbol{E}_0^2 \left\{\frac{1}{N+1} \sum_n n \left(n + \frac{1}{2}\right) |c_{n-1}|^2 - \frac{1}{(N+1)^2} \left|\sum_n \sqrt{n}\,(n+1)\, c_{n-1}^* c_n\right|^2\right\}.\end{aligned} \tag{1,106}$$

Hieraus ergibt sich nach einfacher Rechnung (wir setzen für c_n den Ausdruck nach Gl. (1,90) ein, gehen also von einem maximal kohärenten Zustand für die einfallende Welle aus) mit $N \gg 1$

$$\sigma'^2 = \frac{\hbar\omega}{2} E_0^2 \left(1 + \frac{2}{N^2}\right). \tag{1,107}$$

Der erste Term beschreibt nach Gl. (1,94) die Streuung für die einfallende Welle, so daß der durch den stets vorhandenen spontanen Anteil der Emission bedingte Zuwachs durch

$$(\Delta\sigma)^2 = \sigma'^2 - \sigma^2 = \sigma^2 \cdot \frac{2}{N^2} \tag{1,108}$$

gegeben ist. Er nimmt quadratisch mit der einfallenden Photonenzahl ab und ist damit schon bei relativ kleiner (mittlerer) Photonenzahl N in der Eigenschwingung ($N \gtrsim 10$) sehr klein. Daraus folgt: Bei der Wechselwirkung von Atom und Strahlungsfeld nimmt die Streuung der elektrischen Feldstärke und damit auch die Phasenunschärfe des Feldes um so weniger zu, je stärker das induzierende Feld ist; bei der induzierten Emission bleibt die Phase praktisch erhalten. Das hinzukommende Lichtquant fügt sich in die „Ordnung" der ankommenden Photonen ein, und zwar um so besser, je mehr Photonen ankommen.

Das Ergebnis gilt in ähnlicher Form auch für einen quantenmechanisch inkohärenten Zustand, also einen Zustand mit undefinierter Phase und damit auch $\langle \boldsymbol{E} \rangle = 0$. Nehmen wir als Beispiel einen Zustand mit scharfer Energie, so daß nur ein c_n in Gl. (1,85), nennen wir es $c_{\bar{n}}$, von Null verschieden ist[1]), dann folgt aus Gl. (1,93)

$$\sigma_{\text{ink}}^2 = \hbar\omega \boldsymbol{E}_0^2 \left(\bar{n} + \frac{1}{2}\right) \tag{1,109}$$

für die Streuung vor der Wechselwirkung. (Und diese Beziehung gilt auch für jeden beliebigen anderen Zustand mit $\langle \boldsymbol{E} \rangle = 0$.) Mit Gl. (1,102) gilt dann für den (einzigen) nichtverschwindenden c-Koeffizienten

$$c'_{\bar{n}+1} = \eta \sqrt{\bar{n} + 1}\, c_{\bar{n}}, \tag{1,110}$$

so daß wir für die Streuung der elektrischen Feldstärke nach der Emission

$$\sigma'^2_{\text{ink}} = \hbar\omega \boldsymbol{E}_0^2 \left(\bar{n} + \frac{3}{2}\right) \tag{1,111}$$

---

[1]) Der Einfluß der möglichen Verteilungen von $|c_n|$ und φ_n (vgl. Gl. (1,86)) auf die elektrische Feldstärke wird ausführlich von Richter, Brunner und Paul (1964) diskutiert.

erhalten. Mit Gl. (1,109) folgt hieraus

$$\sigma'^2_{\text{ink}} = \sigma^2_{\text{ink}} \left(1 + \frac{1}{\bar{n} + \frac{1}{2}}\right). \qquad (1{,}112)$$

Also gilt für den Zuwachs

$$(\Delta\sigma)^2_{\text{ink}} = \frac{\sigma^2_{\text{ink}}}{\bar{n} + \frac{1}{2}}. \qquad (1{,}113)$$

Bezogen auf die Anfangsstreuung σ^2_{ink} nimmt dieser somit auch bei Einstrahlung eines inkohärenten Feldes mit der einfallenden Photonenzahl $\bar{n}$ ab, wenn auch nur linear mit $\bar{n}$. Daraus folgt, daß die Phase bei der induzierten Emission auch bei Einstrahlung eines (quantenmechanisch) inkohärenten Feldes erhalten bleibt, die Phasenänderung jedoch um so geringer ist, je kohärenter das einfallende Strahlungsfeld ist.

Neben der hier behandelten induzierten Emission gelten ähnliche Überlegungen auch für die Absorption oder für Prozesse höherer Ordnung, nämlich für sogenannte Mehrphotonenprozesse, wie sie in der nichtlinearen Optik (Kapitel 7.) auftreten. Es ergibt sich, daß bei der Absorption die Kohärenzeigenschaften eines maximal kohärenten Zustandes nicht geändert werden (das „Herausnehmen" eines Photons aus einer Vielzahl ändert nichts am „Ordnungszustand" der Photonen) (Brunner, Paul und Richter (1965/1)) und ähnliches gilt auch für eine Reihe von Mehrphotonenprozessen, z. B. die Harmonischen-Bildung (Brunner, Paul und Richter (1965/2)).

Fassen wir noch einmal kurz zusammen:

Bei der Wechselwirkung zwischen einem Strahlungsfeld und einem Atom oder einem System von Atomen im thermischen Gleichgewicht erfolgen eine spontane Emission, eine induzierte Emission sowie eine Absorption bei entsprechenden Übergängen zwischen den Atomniveaus. Bei der induzierten Emission ist die Übergangswahrscheinlichkeit proportional zur Intensität des schon vorhandenen elektromagnetischen Feldes und erfolgt in der Weise, daß die hinzukommende, vom Atom emittierte Welle weitgehend phasengerecht zur induzierenden Welle ausgesandt wird. Die phasenzerstörende Wirkung der stets auch vorhandenen spontanen Emission ist um so kleiner, je intensiver das vorhandene Strahlungsfeld ist.

2. Das Prinzip von Maser und Laser

Wie wir oben gesehen haben, ist die Übergangswahrscheinlichkeit für die induzierte Emission genau so groß wie die für die Absorption. Im üblichen Fall des thermischen Gleichgewichts ist nun die Zahl der Atome im energetisch tieferen Zustand größer als die im höher angeregten Zustand, so daß bei Wechselwirkung der Atome mit einem Strahlungsfeld die Absorption stets überwiegt. Wenn es gelingt, die Besetzungszahlen so zu ändern, daß im angeregten Zustand mehr Atome vorhanden sind als im unteren Zustand (wir sprechen dann von einer Besetzungsinversion), so kann (bei genügend kleiner spontaner Emission) die induzierte Emission die Absorption überwiegen, und es müßte möglich sein, eine Verstärkung der anfänglich vorhandenen Intensität und bei entsprechender Rückkopplung schließlich — analog zu den Röhrenoszillatoren in der Elektrotechnik — eine selbsterregte Oszillation zu erreichen. Die Realisierung dieses Prinzips führte zur Entwicklung von Maser und Laser. Die erste notwendige Voraussetzung dafür ist also die Erzeugung einer Besetzungsinversion. Wir kennen heute die verschiedensten Verfahren, um in einem Atomsystem eine Besetzungsinversion zu erreichen und werden darauf noch ausführlicher zurückkommen. An dieser Stelle mag es genügen, einige der wesentlichen Anregungsarten in Kurzform zu erwähnen: Optisches Pumpen (Festkörperlaser), Stoßanregung (Gaslaser), Anregung durch Stromdurchgang (Injektionslaser) oder auch durch chemische Prozesse (Chemische Laser).

Eine Besetzungsinversion wird dabei um so leichter zu erreichen sein, je langlebiger das angeregte Atomniveau ist, da dann einmal in diesen Zustand gebrachte Atome relativ lange dort verbleiben. Bei den zuerst entwickelten Lasertypen wurden daher auch bevorzugt Übergänge verwendet, die von metastabilen Niveaus mit Lebensdauern größer als 10^{-4} s ausgehen (NH_3-Maser, Rubin-Laser).

Als zweite Forderung ist eine Rückkopplung und die Auswahl eines möglichst schmalen Frequenzbandes für das wechselwirkende Strahlungsfeld zu berücksichtigen, da erst hierdurch eine effektive Verstärkung durch induzierte Emission möglich wird. Um uns das klarzumachen, müssen wir die Verhältnisse der Wechselwirkung bei Berücksichtigung der endlichen Linienbreite der Atome betrachten.

Ist die Übergangswahrscheinlichkeit klein, so ergibt sich zwar eine relativ schmale Linienbreite für die spontane Emission (eines Einzelatoms), andererseits ist jedoch eine große Intensität erforderlich, um bei kleiner Übergangswahrscheinlichkeit eine merkliche induzierte Emission zu erreichen. Hinzu kommt, daß die Linienbreite der Atome als Folge der Wechselwirkung innerhalb des Atomsystems eine beträchtliche Vergrößerung erfährt. In einem Festkörper beträgt die Linienverbreiterung — dadurch bedingt, daß das Atom als Folge der statistischen thermischen Schwankungen in Bereiche mit unterschiedlicher Feldstärke des Kristallfeldes gerät, was zu einer zeitlich veränderlichen Linienaufspaltung führt — zum Beispiel etwa 10^9 bis 10^{13} Hz. Da die Schwankungen vielfach schneller als die Ausstrahlung erfolgen, ist die Verbreiterung am Einzelatom nicht auflösbar, und wir sprechen von einer *homogenen* Linienverbreiterung. In gasförmigen Substanzen tritt als Folge der thermischen Bewegung der Atome eine Doppler-Verschiebung der ausgestrahlten Frequenz auf. Jede Atomgruppe mit bestimmter Geschwindigkeitskomponente besitzt eine definierte Frequenz. Die Bewegung der Gesamtheit aller Atome führt wegen der unterschiedlichen Geschwindigkeiten zu der Ausstrahlung einer relativ breiten Doppler-Linie ($10^8 - 10^{10}$ Hz). Wir sprechen in diesem Falle von einer *inhomogen* verbreiterten Atomlinie. Die in den angeregten Atomen gespeicherte Energie wird also im allgemeinen in ein relativ breites Frequenzspektrum ausgestrahlt. Daher ist die Strahlungsdichte pro Frequenzintervall und damit die Wahrscheinlichkeit für einen induzierten Übergang relativ klein, so daß es aus diesem Grund notwendig ist, eine bzw. wenige Frequenzen auszuzeichnen.

Hinzu kommt, daß die Wahrscheinlichkeit für einen induzierten Übergang proportional zur Dauer der Wechselwirkung zwischen dem Atom und dem Strahlungsfeld ist, die somit möglichst groß sein sollte. Das ist dadurch zu erreichen, daß das Strahlungsfeld in einem, im Idealfall verlustfreien, Hohlraum mit vollständig reflektierenden Wänden mit den Atomen wechselwirkt. Als Folge der Randbedingungen ergibt sich darüber hinaus, wie gewünscht, nur eine diskrete Anzahl von Frequenzen, welche maximal angeregt oder, wie wir auch wegen der Reflexion an den Wänden sagen können, rückgekoppelt werden. Wir sprechen in diesem Falle von einem Resonator für das Strahlungsfeld. Von der Vielzahl der innerhalb der homogen bzw. inhomogen verbreiterten Atomlinie möglichen Frequenzen werden in einem Resonator nur eine diskrete Anzahl von Frequenzen, nämlich die Eigenschwingungen des Resonators, angeregt, so daß eine induzierte Emission nur genau in diese ausgezeichneten Eigenschwingungen erfolgt.

Wir wollen uns den Einfluß des Resonators, speziell der durch ihn bedingten Rückkopplung, auch noch im Photonenbild verdeutlichen. Gehen wir von einem spontan emittierten Photon genau passender Frequenz und Richtung aus, so durchläuft dieses das invertierte Atomsystem und führt mit gewisser Wahrscheinlichkeit zur induzierten Emission, wobei diese Wahrscheinlichkeit um so größer ist, je häufiger das Photon das System der angeregten Atome durchläuft. Das gleiche gilt für das nach gewisser Zeit induziert emittierte Photon genau der gleichen Sorte. Beide

Photonen werden rückgekoppelt, durchlaufen das Atomsystem und induzieren die Emission weiterer Photonen. Dieser Vorgang setzt sich — wegen der mit wachsender Intensität zunehmenden Emissionswahrscheinlichkeit — lawinenartig fort. Damit steigt die Intensität in den Eigenschwingungen (mit den geringsten Verlusten) an und ergibt schließlich eine selbsterregte Oszillation, nämlich dann, wenn der durch Verstärkung pro Durchgang erzielte Energiegewinn die Verluste überkompensiert. Als Verluste für das Strahlungsfeld kommen im wesentlichen die (teilweise) Auskopplung an den Resonatorspiegeln sowie die Verluste durch Beugung und Streuung in Betracht.

Resonatoren für Mikrowellen sind weitgehend bekannt, sie besitzen Dimensionen in der Größenordnung von cm und ermöglichen die Anregung von nur einer (einzigen) Eigenschwingung. Im optischen Bereich kommen Resonatoren vom Perot-Fabry-Typ oder auch Ringresonatoren in Betracht, in denen zwar als Folge der im Verhältnis zur Wellenlänge makroskopischen Dimensionen (cm bis m) im allgemeinen viele Eigenschwingungen angeregt werden können, für die jedoch die Frequenzabstände der Eigenschwingungen (10^8 Hz) groß genug sind, um innerhalb der Atomlinie nur wenige bzw. sogar nur eine Eigenfrequenz auszuzeichnen (vgl. Abschnitt 4.2.).

Wir können damit festhalten: Die beiden wesentlichsten Teile eines Lasers (Masers) sind ein Atomsystem mit einer Besetzungsinversion für bestimmte Übergänge sowie eine geeignete Resonanzstruktur. Die verschiedenen Arten von Lasern unterscheiden sich dann im wesentlichen dadurch, auf welche Weise die Besetzungsinversion erreicht wird. Wir kommen darauf in den Kapiteln 3. und 4. ausführlich zurück.

Vorerst wollen wir uns einige Merkmale der Wechselwirkung eines resonanten Strahlungsfeldes mit einem invertierten Atomsystem auch quantitativ verdeutlichen, indem wir die mit Hilfe der Übergangswahrscheinlichkeiten leicht abzuleitenden sogenannten Bilanzgleichungen näher betrachten.

Physikalisch gehen wir dabei von folgendem Modell aus: In einem Resonator, dessen Güte wir durch die Verlustkonstante $\varkappa$ kennzeichnen wollen (wobei $\varkappa^{-1}$ die Zeit angibt, nach der die Intensität wegen der Verluste im Resonator auf den e-ten Teil abgefallen ist) sei ein Strahlungsfeld der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ angeregt, dessen Intensität durch die Photonenzahl n beschrieben werde. In diesem Resonator befinden sich $N = N_1 + N_2$ Zwei-Niveau-Atome in Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld, wobei N_1 die Anzahl der Atome im Grundzustand mit der Energie E_1 und N_2 die Zahl der Atome im angeregten Zustand mit der Energie E_2 angeben. Es gilt dann $E_2 - E_1 = \hbar\omega$. Durch äußere Anregung mit Hilfe der sogenannten „Pumpquelle“ sollen pro Sekunde R Atome in den angeregten Zustand 2 gebracht werden.

Sehen wir von der spontanen Emission in die betrachtete eine Eigenschwingung ab und erinnern uns daran, daß die Wahrscheinlichkeiten für induzierte Emission und Absorption gleich und proportional zur Intensität (Photonenzahl) sind, dann

können wir für die zeitliche Änderung der Photonenzahl

$$\frac{dn}{dt} = -\varkappa n + N_2 Bn - N_1 Bn \tag{2,1}$$

schreiben. Die letzten beiden Terme beschreiben die Zahl der (pro Sekunde) induziert emittierten bzw. absorbierten Photonen.

Für die induzierte Übergangswahrscheinlichkeit gilt nämlich nach Gl. (1,74)

$$w_{\text{ind}} = n w_{\text{sp}}, \tag{2,2}$$

wobei w_{sp} die Wahrscheinlichkeit für die spontane Emission in die eine Eigenschwingung beschreibt. Die gesamte spontane Emissionswahrscheinlichkeit ist nach Gl. (1,14) durch A gegeben, so daß für w_{sp} auch

$$w_{\text{sp}} = \frac{A}{dZ} \tag{2,3}$$

gilt (mit dZ als Gesamtzahl der Schwingungen im Volumen V und innerhalb der Linienbreite $\Delta\nu$). Mit dZ nach Gl. (1,77) folgt dann aus den Gleichungen (2,2) und (2,3)

$$w_{\text{ind}} = n \frac{Ac^3}{8\pi V \nu^2 \Delta\nu} = nB \tag{2,4}$$

mit B als Einstein-Koeffizienten für die induzierte Emission.

Ganz entsprechend können wir die Bilanzgleichungen für die Zahl der Atome in den Niveaus 1 bzw. 2 unter dem Einfluß der Pumpquelle und des Strahlungsfeldes aufschreiben,

$$\frac{dN_2}{dt} = R - N_2 Bn + N_1 Bn, \tag{2,5}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = N_2 Bn - N_1 Bn. \tag{2,6}$$

Als wesentlichste Größe des Atomsystems wollen wir die Besetzungsinversion

$$N_2 - N_1 = \sigma \tag{2,7}$$

einführen und erhalten dann durch Differenzbildung aus den Beziehungen (2,5) und (2,6)

$$\frac{d\sigma}{dt} = R - 2B\sigma n. \tag{2,8}$$

während Gl. (2,1) mit Gl. (2,7) in

$$\frac{dn}{dt} = -\varkappa n + B\sigma n. \tag{2,9}$$

übergeht. Die Gleichungen (2,8) und (2,9) stellen die einfachste Form der Bilanzgleichungen für den Laser dar, mit deren Hilfe wir uns das Laserprinzip quantitativ verdeutlichen wollen.

Es handelt sich bei diesen Gleichungen um ein einfaches System gekoppelter nichtlinearer Differentialgleichungen. Betrachten wir zunächst den Fall kleiner Photonenzahlen, dann können wir die Änderung der Inversion vernachlässigen. Mit

$$\sigma = \sigma_0, \tag{2,10}$$

wobei σ_0 die allein durch das Pumpen stationär erzeugte Inversion bezeichnet, ergibt sich aus Gl. (2,9)

$$n = n_0 e^{(B\sigma_0 - \varkappa)t} \tag{2,11}$$

mit der Anfangsphotonenzahl n_0 (bedingt durch die spontane Emission). Hieraus folgt: Eine anfänglich in einem Resonator vorhandene Photonenzahl wird nur dann verstärkt, wenn die Inversion des Mediums

$$\sigma_0 > \frac{\varkappa}{B} \tag{2,12}$$

ist, und nur unter dieser Bedingung erhalten wir auch im stationären Fall eine von $n = 0$ verschiedene Photonenzahl. Gleichung (2,12) bezeichnen wir als Schwellenbedingung für den Laser. Sie zeigt, daß die für das Anschwingen eines Lasers notwendige Besetzungsinversion σ_0 um so größer ist, je größer die Verluste des Resonators sind und je kleiner die induzierte Übergangswahrscheinlichkeit ist.

Mit B nach Gl. (2,4) folgt aus Gl. (2,12) die Schwellenbedingung in der Form

$$\frac{\sigma_0}{V} \geqq \frac{8\pi \Delta\nu \varkappa}{A \lambda^2 c}, \tag{2,13}$$

d. h., die notwendige Inversionsdichte $\frac{\sigma_0}{V}$ wird um so kleiner, je größer die spontane Übergangswahrscheinlichkeit A, je kleiner die Linienbreite $\Delta\nu$ und je größer die Wellenlänge λ der Strahlung ist. Betrachten wir als Beispiel die Schwellenbedingung für den Rubin-Laser (Cr^{3+} als aktive Atome in Al_2O_3, vgl. Abschnitt 4.3.2). Die Wellenlänge des Laserübergangs beträgt etwa 0,7 μm, die Lebensdauer des oberen Niveaus ist $A^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ s, und die Linienbreite der homogen verbreiterten Linie liegt bei $\Delta\nu \approx 10^{10}$ Hz. Die Verlustkonstante kann bei einem Resonator im optischen Bereich (bei einem Reflexionsvermögen der Spiegel von etwa 99%) den Wert $\varkappa \approx 10^8$ s^{-1} ohne weiteres erreichen, so daß aus Gl. (2,13) eine notwendige Besetzungsinversionsdichte von 10^{15} cm^{-3} folgt.

Wird dieser Wert der Inversion erreicht, so wird die dem entsprechenden Übergang zugeordnete Strahlung nach Gl. (2,11) verstärkt. Die Photonenzahl wächst an, so daß schließlich die Abnahme der Inversion nicht mehr vernachlässigt werden kann. Dies führt dazu, daß n immer weniger wächst und schließlich, wie auch σ, in den stationären Wert übergeht. Diese Werte bestimmen wir aus den Gleichungen (2,8) und (2,9) mit

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = 0 \qquad (2,14)$$

zu

$$n_{\text{stat}} = \frac{R}{2B\sigma_{\text{stat}}} = \frac{R}{2\varkappa} \qquad (2,15)$$

und

$$\sigma_{\text{stat}} = \frac{\varkappa}{B}. \qquad (2,16)$$

Der stationäre Wert der Inversion, σ_{stat}, ist also genau gleich dem Schwellenwert σ_0 und hängt bemerkenswerterweise nicht von der Pumpintensität R ab. Eine höhere Pumprate R führt nach Gl. (2,15) direkt zu einer Erhöhung der Photonenzahl, wobei das Atomsystem lediglich als Vermittler der Energie zwischen Pumpquelle und Strahlungsfeld wirkt und selbst nicht beeinflußt wird. Führen wir das obige Zahlenbeispiel weiter, so ergibt sich bei einer in den experimentellen Möglichkeiten liegenden Zulieferungs-(Pump-)Rate von $R \approx 10^{22}\,\text{s}^{-1}$ eine Photonenzahl von $n_{\text{stat}} \approx 10^{14}$. Dies stellt, verglichen mit der in einem thermischen Strahler der Temperatur von 10^3K erreichbaren Photonenzahl von $n_{\text{therm}} \approx 10$, einen enorm großen Wert dar und macht schon eine der wesentlichen Eigenschaften der Laserstrahlung, nämlich die hohe spektrale Energiedichte, deutlich. Darüber hinaus erscheint es ohne weitere Rechnung plausibel, daß als Folge der Nichtlinearität in den Gleichungen (2,8) und (2,9) und des dadurch bedingten Sättigungsverhaltens von σ und von n die Strahlung hinsichtlich ihrer Intensität stabilisiert sein und als Folge der Auswahl nur einer bzw. weniger Eigenschwingungen auch nur eine kleine Linienbreite und damit eine große Kohärenzlänge besitzen wird. Daß dies tatsächlich der Fall ist und worin der tiefere physikalische Grund dafür besteht, werden wir noch ausführlich diskutieren.

Neben den oben angegebenen Größen zur Kennzeichnung der Laserschwelle wird vielfach eine andere experimentell relativ leicht zugängliche Größe eingeführt, nämlich der optische Gewinn oder die sogenannte Klein-Signal-Verstärkung (auch als „gain“ bezeichnet). Um uns diesen Begriff klarzumachen, betrachten wir die Verstärkung durch induzierte Emission in einem längs der z-Achse gedachten invertierten Medium. Die Photonenzahl an der Stelle $z = 0$ betrage $n(0)$, und die Änderung dn beim Durchlaufen der Strecke dz folgt dann wegen $z = ct$ aus der zu

Gl. (2,9) analogen Beziehung

$$\frac{\mathrm{d}n(z)}{\mathrm{d}z} = \frac{1}{c}(B\sigma - \varkappa')\, n(z) \equiv \left(\frac{B\sigma}{c} - \alpha_i\right) n(z). \tag{2,17}$$

Dabei bezeichnet $\varkappa'$ nur die inneren Verluste (nicht zu verwechseln mit den Gesamtverlusten $\varkappa$ für eine Eigenschwingung!) und damit dann α_i die inneren Verluste pro Längeneinheit (Streuung, Relaxationsprozesse in andere Niveaus). Ist die Intensität $n(z)$ noch so klein, daß die Abnahme von σ als Folge des Abbaus der Inversion vernachlässigt werden kann, dann können wir $\sigma = \sigma_0$ setzen, und die Integration von Gl. (2,17) liefert

$$n(z) = n(0)\, \mathrm{e}^{\left(\frac{B\sigma_0}{c} - \alpha_i\right)z} \equiv n(0)\, \mathrm{e}^{(g - \alpha_i)z}. \tag{2,18}$$

$g = \dfrac{B\sigma_0}{c}$ ist ein Maß für die Klein-Signal-Verstärkung und wird häufig als (optischer) Gewinn bezeichnet, der von den Eigenschaften des aktiven Mediums (B) sowie der Inversion (σ_0) abhängt.

Aus der letzten Gleichung ist nun auch unschwer eine (vielfach benutzte) Schwellenbedingung für das Einsetzen der Lasertätigkeit abzuleiten: Eine stationäre Oszillation in einem Resonator wird sich dann ausbilden, wenn sich das Strahlungsfeld nach einem vollen Resonatordurchlauf (hin und zurück) reproduziert, d. h., wenn die auftretenden Verluste genau durch den Gewinn g_{st} kompensiert werden. Bezeichnen wir das Reflexionsvermögen der Spiegel mit R_1 und R_2 und ihren Abstand mit L, so muß

$$n(0) = R_1 R_2 n(2L) \tag{2,19}$$

gelten, und hieraus folgt mit Gl. (2,18)

$$1 = R_1 R_2 \mathrm{e}^{2L(g_{st} - \alpha_i)}. \tag{2,20}$$

Eine stabile Laseroszillation wird also dann erhalten, wenn der Gewinn durch

$$g_{st} = \alpha_i + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \tag{2,21}$$

gegeben ist.

Fassen wir noch einmal kurz zusammen:

Bei der Wechselwirkung eines invertierten Atomsystems mit einem Strahlungsfeld in einem Resonator wird das Strahlungsfeld verstärkt, und man erhält schließlich eine Oszillation, wenn eine bestimmte Mindest-(Schwellen-)Inversion erreicht ist.

Voraussetzung für eine Lasertätigkeit ist also zum einen eine genügend große Besetzungsinversion und zum anderen eine Rückkopplung beziehungsweise eine geeignete Resonanzstruktur. Dabei wird der quantitative Zusammenhang zwischen der Besetzungsinversion und den Eigenschaften des Resonators sowie des Atomsystems durch die Schwellenbedingung festgelegt.
Um die Schwelle möglichst klein zu machen, sollten u. a. die Linienbreite des Strahlungsfeldes sowie die Verlustkonstante des Resonators möglichst klein sein. Aus der Abhängigkeit der Schwellenbedingung von der Wellenlänge folgt, daß die notwendige Besetzungsinversion bei längeren Wellen klein ist und damit leichter zu erreichen sein sollte, was letztendlich dadurch bedingt ist, daß das Verhältnis von spontaner zu induzierter Emission umgekehrt proportional zu λ^3 ist. Das dürfte auch der Grund dafür sein, daß das Laserprinzip zuerst im Bereich der Mikrowellen mit der Schaffung des Masers experimentell realisiert wurde. Diesem wollen wir uns daher im folgenden etwas ausführlicher zuwenden.

3. Der Maser

Den Vorschlag zur Verwirklichung einer Strahlungsquelle nach dem oben erläuterten Prinzip im Gebiet der Zentimeterwellen machten 1954 unabhängig voneinander Basow und Prochorov (1954) sowie Gordon, Zeiger und Townes (1954, 1955).

Die Mikrowellentechnik war zu diesem Zeitpunkt bereits relativ weit entwickelt. Man verwendete Klystrons oder auch Magnetrons zur Schwingungserzeugung, die Übertragung der Mikrowellenenergie erfolgte in Hohlleitern. Auch die Herstellung von Resonatoren hoher Güte — speziell das Problem der Ein- und Auskopplung — wurde weitgehend beherrscht. So verblieb bei der Entwicklung einer Strahlungsquelle auf der Grundlage der induzierten Emission als Aufgabe, eine (möglichst stationäre) Besetzungsinversion zu schaffen. Dieses Problem wurde auf verschiedene Weise gelöst, und wir wollen hier auf zwei der wesentlichsten Methoden näher eingehen: Die Erzeugung der Besetzungsinversion durch räumliche Trennung der nichtangeregten von den angeregten Atomen (Strahlmaser) sowie die Anregung durch eine Pumpstrahlung in einem Mehrniveausystem (Festkörpermaser).

3.1. Der NH_3-Maser

Der erste Maser, wie er von Gordon, Zeiger und Townes (1955) geschaffen wurde, enthielt als aktive Moleküle NH_3. Um uns das Prinzip klarzumachen, müssen wir die Eigenschaften dieses Moleküls etwas näher betrachten.

Das Molekül NH_3 hat eine Konfiguration, bei der die drei H-Atome an den Ecken eines gleichseitigen Dreieckes angeordnet sind, während das N-Atom auf der Spitze einer Pyramide mit dem aus den H-Atomen gebildeten Dreieck als Grundfläche sitzt (vgl. Abb. 2). Neben zwei verschiedenen Rotationsmöglichkeiten (um die in Abb. 2 eingezeichneten Achsen) ist es auch möglich, daß das N-Atom durch die Ebene der H-Atome hindurchschwingt. Wir sprechen in diesem Falle von einer Inversions-

schwingung, und diese führt zu einer Aufspaltung der Niveaus. Wir wollen das kurz, ohne Rechnung, erläutern, und müssen hierzu ein Ergebnis aus der Quantenmechanik verwenden: Die potentielle Energie des NH_3-Moleküls hat in Abhängigkeit vom Abstand *d* des N-Atoms von der Ebene der H-Atome die Form einer Doppel-

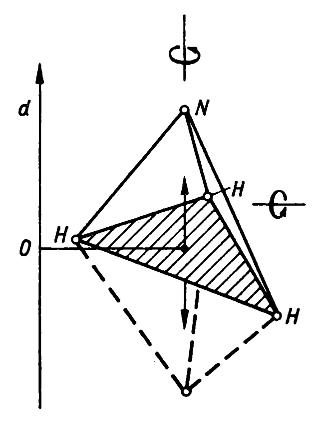


Abb. 2. Struktur des NH_3-Moleküls

mulde, wie in Abb. 3 schematisch dargestellt ist. Wenn ein Durchschwingen des N-Atoms nicht möglich, d. h. der in Abb. 3 gestrichelt eingezeichnete Potentialwall unendlich hoch wäre, dann würden sich einfache Schwingungszustände (harmonischer Oszillator) mit überlagerten Rotationsniveaus ergeben. Tatsächlich ist wegen der endlichen Höhe des Potentialberges ein „Durchtunneln" möglich, und das bedeutet quantenmechanisch, daß die Wellenfunktion des NH_3-Moleküls bezüglich dieser Schwingung durch eine symmetrische und eine antisymmetrische Funktion zu beschreiben ist. Zu beiden Funktionen gehört aber eine etwas verschiedene Energie, die (entarteten) Zustände spalten in zwei Niveaus auf. Der Niveauabstand entspricht einer Übergangsfrequenz von $\nu = 23{,}87$ GHz, also einer Wellenlänge von 1,25 cm. Die Besetzung dieser Niveaus erfolgt im thermischen Gleichgewicht entspre-

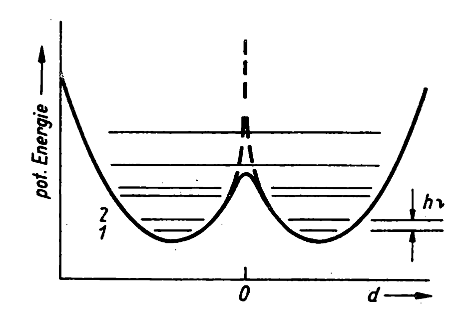


Abb. 3. Potential des NH_3-Moleküls für die Inversionsschwingung

chend der Boltzmann-Verteilung. Bezeichnen wir mit N_1 die Zahl der Moleküle im energetisch tieferen Zustand, mit N_2 die im höheren Energiezustand, dann gilt

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \qquad (3,1)$$

wobei N_1 selbst von dem betrachteten Schwingungs-Rotations-Niveau abhängt. (Die statistischen Gewichtsfaktoren wurden vereinfachend gleich Eins gesetzt.) Mit $\nu = 23{,}87$ GHz ergibt sich hieraus bei Zimmertemperatur, $T \approx 300$ K,

$$N_2 = N_1 e^{-0{,}0038} \approx N_1,$$

d. h., der obere Zustand 2 ist praktisch genau so stark besetzt wie der untere Zustand 1.

Die Grundidee zur Erzeugung einer Besetzungsinversion bei den NH_3-Molekülen in einem Resonator war nun die, bei Verwendung eines Gasstrahles von NH_3-Molekülen die Moleküle im Zustand 1 von denen im Zustand 2 räumlich zu trennen und nur die letzteren einen Resonator durchlaufen zu lassen. Diese Trennung ist mit Hilfe eines inhomogenen elektrischen Feldes möglich. Wie wir eben erläutert haben, bedingt das Durchschwingen des N-Atoms durch die Ebene der H-Atome (Durchtunneln) eine Aufspaltung des jeweiligen Rotationsniveaus mit der Energie W_{Rot} in 2 Niveaus, für die

$$W = W_{\text{Rot}} \pm \frac{h\nu}{2} \qquad (3,2)$$

gilt. Wird das Molekül in ein äußeres elektrisches Feld gebracht, dann wird hierdurch ein Dipolmoment induziert und die Energie des Moleküls in Abhängigkeit von seinem Zustand geändert. Es gilt dann (GORDON, ZEIGER und TOWNES (1955))

$$W_E = W_{\text{Rot}} \pm \sqrt{\left(\frac{h\nu}{2}\right)^2 + f_{\text{Rot}}\mu^2 E^2}, \qquad (3,3)$$

wobei E die elektrische Feldstärke, μ das Dipolmoment des Moleküls und f_{Rot} eine Konstante, welche von den Quantenzahlen des angeregten Rotationszustandes abhängt, bezeichnen. Da die Kraft, die auf das Molekül ausgeübt wird, durch

$$K = -\text{grad}\, W_E \qquad (3,4)$$

gegeben ist, folgt aus Gl. (3,3), daß bei einer räumlichen Abhängigkeit des Feldes E die Kraft für Moleküle im unteren und oberen Zustand in entgegengesetzter Richtung wirkt, so daß eine räumliche Aufspaltung des Strahls erfolgt. Setzen wir das elektrische Feld als radial voraus,

$$E \sim r, \qquad (3,5)$$

d. h., wächst die Feldstärke ausgehend von der Achse des Molekülstrahls $r = 0$ in radialer Richtung an, dann gilt

$$\boldsymbol{K} \sim \pm \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{h\nu}{2}\right)^2 + f_{\mathrm{Rot}}\mu^2 E^2}} \boldsymbol{e}. \tag{3,6}$$

Wählen wir das Vorzeichen des elektrischen Feldes und damit die Richtung des Einheitsvektors $\boldsymbol{e}$ so, daß die Moleküle im oberen Niveau in Richtung zur Achse abgelenkt werden, so werden die Moleküle im unteren Niveau radial nach außen abgelenkt. Hiermit können wir also nicht nur eine räumliche Trennung der beiden

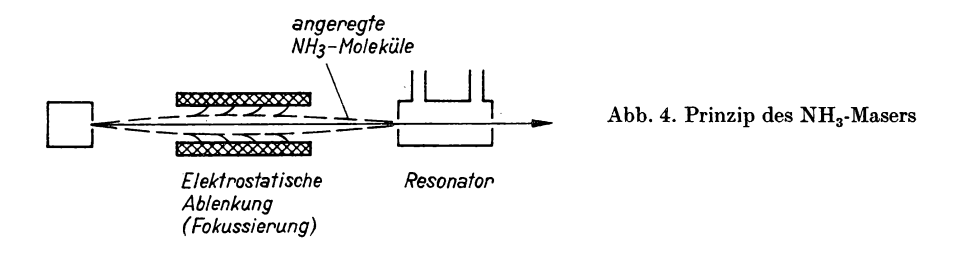


Abb. 4. Prinzip des NH_3-Masers

Molekülzustände, sondern darüber hinaus eine Fokussierung der interessierenden Moleküle in Richtung auf die Strahlachse hin erreichen. Die Anordnung des nach diesem Prinzip gebauten ersten Masers, so wie er von GORDON, ZEIGER und TOWNES (1954, 1955) entwickelt wurde, ist in Abb. 4 skizziert.

Die NH_3-Moleküle befinden sich bei einem Druck von etwa 1 Torr und einer Temperatur von 300 K in einem Vorratsgefäß und gelangen in Form eines Gasstrahles in ein inhomogenes elektrisches Feld. Die im angeregten Zustand befindlichen Moleküle werden in Richtung zur Strahlachse abgelenkt und auf den Eingangsspalt des Resonators fokussiert. Die Moleküle im unteren Energiezustand werden in Richtung auf die Elektroden abgelenkt, treffen auf diese auf und sind damit wie gewünscht von dem interessierenden Strahl abgetrennt (sie bewirken ein Aufheizen der Elektroden und machen damit eine Kühlung notwendig). Die invertierten Atome gelangen als Gasstrahl in den Resonator, treten dort in Wechselwirkung mit dem über entsprechende Schlitze ein- bzw. ausgekoppelten Strahlungsfeld und verlassen den Resonator wieder. Der Resonator selbst besteht, bis auf die Koppelschlitze, aus einem vollständig geschlossenen Kasten mit Wänden möglichst hoher Leitfähigkeit. Der Resonator wurde bei den ersten Experimenten zylindrisch, mit einem Durchmesser von 0,96 cm und einer Länge von 12 cm, ausgebildet.

Unter dem Einfluß eines eingestrahlten elektrischen Feldes der Frequenz $\nu = 23{,}87$ GHz werden die invertierten Moleküle zur induzierten Emission angeregt, geben ihre Energie phasengerecht an das schon bestehende Feld ab und verlassen

den Resonator (im günstigen Falle) im unteren Zustand, während das Strahlungsfeld verstärkt wird: Der Maser arbeitet als Verstärker.

Werden genügend invertierte Moleküle nachgeliefert, so wird sich, wie in Kapitel 2. erläutert, ein stationärer Zustand einstellen. Ist die Verstärkung so groß, daß die Verluste des Resonators — vor allem die Verluste durch Auskopplung — überkompensiert werden, so wird das elektrische Feld im Resonator, und damit auch die induzierte Emission, so stark, daß es zu einem lawinenartigen Anwachsen der Feldstärke und damit verbundenem Abbau der Inversion kommt: Der Maser arbeitet als Oszillator. Sind die dafür notwendigen Bedingungen erfüllt, so erfolgt das Anschwingen wegen der stets vorhandenen Rauschstrahlung auch ohne Einstrahlung eines äußeren Feldes, d. h., der Maser liefert eine selbsterregte Oszillation.

Wir haben in Kapitel 2. bereits die Schwellenbedingung für eine Maser-Oszillation abgeleitet, welche die notwendige Besetzungsinversion zu berechnen gestattet. Auf unseren Fall übertragen, bedeutet dies die Frage nach der notwendigen Anzahl der pro Sekunde in den Resonator einzubringenden Moleküle. Diese Zahl R, wie auch die Intensität der Maser-Oszillation, wollen wir im folgenden abschätzen. Wir stützen uns dabei auf die Zahlenwerte für die Parameter des Systems, wie sie von GORDON, ZEIGER und TOWNES (1954) in ihrem ersten Experiment verwendet wurden.

Bezeichnen wir die notwendige Schwelleninversion entsprechend Gl. (2,13) mit σ_0 $(= N_2^{(0)} - N_1^{(0)})$, so ist bei einer Länge L des Resonators und einer Geschwindigkeit v der Moleküle des Strahls

$$\sigma_0 \frac{v}{L} = R \tag{3,7}$$

die notwendige Zahl der pro Sekunde in den Resonator zu bringenden invertierten Moleküle. Hieraus folgt mit Gl. (2,13)

$$R \geqq \frac{8\pi \Delta\nu \varkappa V v}{A \lambda^2 c L}, \tag{3,8}$$

wobei A die spontane Übergangswahrscheinlichkeit für den betrachteten Übergang des NH_3-Moleküls ($\nu = 23{,}87$ GHz), $\Delta\nu$ die Linienbreite des Übergangs im Resonator und $\varkappa$ die Verlustkonstante des Resonators bedeuten. In der Mikrowellentechnik ist es üblich, anstelle von $\varkappa$ die Güte Q des Resonators anzugeben, wobei als Zusammenhang mit der in unserer Ableitung verwendeten Verlustkonstanten $\varkappa = \frac{\omega}{Q}$ gilt. Für den verwendeten Resonator sei $Q = 10^4$, also $\varkappa \approx 1{,}5 \cdot 10^7\ \mathrm{s}^{-1}$, $L = 12$ cm und $V = 9{,}4\ \mathrm{cm}^3$. Bei einer Temperatur von $T \approx 300$ K beträgt die mittlere Geschwindigkeit nach der kinetischen Gastheorie $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. Hieraus folgt für das NH_3-Molekül $v \approx 10^5 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$. Durch diese Geschwindigkeit wird auch die mittlere Aufent-

haltsdauer $\Delta t = \frac{L}{v}$ des Moleküls im Resonator bestimmt. Innerhalb dieser Zeit muß der Übergang erfolgen. Andererseits folgt aus der bekannten Unschärfebeziehung

$$\Delta \nu \Delta t \geqq 1 \tag{3,9}$$

bei einer Aufenthaltsdauer von Δt die Frequenzbreite des Moleküls im Resonator zu

$$\Delta \nu = \frac{v}{L} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ Hz}. \tag{3,10}$$

Die natürliche Linienbreite, wie auch der durch die Verluste des Resonators bedingte Anteil ist demgegenüber zu vernachlässigen. (Da die Linienbreite $\Delta \nu$ im wesentlichen durch die Aufenthaltsdauer der Moleküle im Resonator bestimmt wird, ihr Wert aber zur Erzielung einer minimalen Schwellenleistung möglichst klein sein sollte, folgt hieraus die Forderung für Strahlmaser, Δt möglichst groß zu machen. Wir kommen hierauf noch einmal zurück.) Es verbleibt schließlich noch die Bestimmung der Übergangswahrscheinlichkeit A. Für diese gilt nach Gl. (1,82)

$$A = \frac{64\pi^4}{3} \frac{\mu^2}{h\lambda^3}. \tag{3,11}$$

Das Dipolmoment für die Inversionsschwingung des NH_3-Moleküls beträgt $\mu \approx 10^{-18} \sqrt{\text{erg cm}^3}$ und damit ergibt sich für $\lambda = 1{,}25$ cm $A \approx 1{,}6 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1}$. Die Lebensdauer des oberen Niveaus beträgt somit $\tau = \frac{1}{A} = 2{,}4$ Monate. (Damit ist auch klar, daß die zugehörige spontane Linienbreite extrem schmal, also vernachlässigbar ist.) Mit diesen Werten erhalten wir nach Gl. (3,8) für die Zahl der Moleküle, die pro Sekunde in den Resonator eintreten müssen, um eine Maseroszillation zu erreichen,

$$R \approx 3 \cdot 10^{13}\,\text{s}^{-1}. \tag{3,12}$$

Mit der zuvor beschriebenen Anordnung zur Trennung und Fokussierung der Moleküle ist es unschwer möglich, etwa 10^{15} Moleküle pro Sekunde in den Resonator einzubringen, so daß eine Maseroszillation erreichbar ist, wie es auch experimentell gefunden wurde. Für die Photonenzahl im stationären Zustand gilt nach Gl. (2,15) mit den entsprechenden Zahlenwerten

$$n_{\text{stat}} = \frac{R}{2\varkappa} = 10^6. \tag{3,13}$$

Das entspricht einer Leistung von

$$P = h\nu\varkappa n_{\text{stat}} \approx 0{,}3 \cdot 10^{-9}\,\text{W}. \tag{3,14}$$

Dieser Wert stimmt recht gut mit der experimentell erhaltenen Leistung überein.

Die Maserstrahlung zeichnet sich dadurch aus, daß sie extrem rauscharm ist, d. h., die mit definierter Phase und Amplitude durch induzierte Emission erzeugte Strahlung ist viel intensiver als die nicht phasengerecht erzeugte Strahlung. Das hat seinen Grund darin, daß die spontane Übergangswahrscheinlichkeit A sehr klein ist, so daß die Zahl der spontan emittierten Photonen vernachlässigbar ist und als Rauschquelle nur die thermischen Photonen (von den Wänden des Resonators) in Betracht kommen. Für diese Zahl gilt

$$n_{\text{therm}} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \approx \frac{kT}{h\nu}, \tag{3,15}$$

woraus mit den obigen Zahlenwerten $n_{\text{therm}} = 270$ folgt. Nur diese (im Verhältnis zur Gesamtzahl von $n_{\text{stat}} = 10^6$) wenigen Photonen werden nicht phasensynchron emittiert, so daß neben der extremen Rauscharmut auch eine sehr kleine Linienbreite der Strahlung erhalten wird. Theoretische Abschätzungen zeigen, daß eine Linienbreite von etwa 10^{-2} Hz erreichbar sein sollte. Damit liegt es nahe, den NH_3-Maser als Frequenzstandard mit der sehr guten Stabilität von $\frac{\nu}{\Delta\nu} = 10^{12}$ einzusetzen, so wie es bereits von Gordon, Zeiger und Townes (1955) in ihren ersten Arbeiten vorgeschlagen und in der Zwischenzeit auch realisiert wurde.

Wir haben gesehen, wie die Erzeugung einer Besetzungsinversion im NH_3-Maser durch räumliche Trennung der verschieden angeregten Moleküle in einem inhomogenen elektrischen Feld erfolgt. Die Methode der räumlichen Trennung von Atomen bzw. Molekülen bei Anwendung eines inhomogenen Magnetfeldes ist uns von dem bekannten Stern-Gerlach-Experiment zum Nachweis der Richtungsquantelung geläufig. Es liegt nahe, auch auf diese Weise angeregte Atome als aktive Substanz für einen Maser auszusieben.

Welche Energiezustände hierfür in Betracht kommen, wollen wir uns näher ansehen, zumal die hierbei wirksame Wechselwirkung auch für den Festkörpermaser von Bedeutung ist.

3.2. Der H-Maser

Wir erinnern an die bekannten energetischen Verhältnisse des Atomaufbaus. Der positiv geladene Kern wird von den Elektronen umkreist, die sich in Energiezuständen befinden, welche durch die Hauptquantenzahl n und die Bahndrehimpulsquantenzahl l gekennzeichnet werden. Übergänge zwischen diesen Zuständen (mit der Auswahlregel $\Delta l = \pm 1$) führen zu einer Strahlung der Frequenz $\nu \gtrsim 10^{13}$ Hz,

die also im infraroten und optischen Bereich bis hin zur charakteristischen Röntgenstrahlung liegt. Diese Strahlung zeigt, bedingt durch den Spin der Elektronen eine Feinstruktur mit Frequenzabständen von $\delta\nu \approx 10^{10}-10^{12}$ Hz sowie als Folge des Einflusses des Kernspins eine Hyperfeinstruktur mit $\delta\nu \approx 10^{7}-10^{10}$ Hz. Während die durch n und l charakterisierten Energiezustände durch die elektrische Wechselwirkung zwischen positiv geladenem Kern und negativer Elektronenhülle bestimmt werden, ist die Fein- und Hyperfeinstruktur eine Folge der magnetischen Wechselwirkung der durch den Bahndrehimpuls $\boldsymbol{l}$ und Spin $\boldsymbol{s}$ des Elektrons (Gesamtdrehimpuls $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s}$) sowie den Spin $\boldsymbol{I}$ des Kerns bedingten „inneren" Magnetfelder. Darüber hinaus liefert die Wechselwirkung des magnetischen Moments des Atoms mit einem äußeren Magnetfeld als Folge der nur diskreten Einstellmöglichkeiten des (magnetischen) Atomdipols mit dem Gesamtdrehimpuls $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} + \boldsymbol{I}$ im äußeren Feld (Richtungsquantelung, gekennzeichnet durch die Quantenzahl m_F: $-F$, $-(F-1)$, $\ldots \leqq m_F \leqq \ldots (F-1), F$) eine weitere Niveauaufspaltung sowie die Möglichkeit einer je nach Dipolmoment verschieden starken Ablenkung. Die Ausnutzung der magnetischen Wechselwirkung führt uns einmal zum Strahlmaser mit magnetischer Ablenkung, dem wir uns vorerst zuwenden und speziell an Hand des Wasserstoff-Masers erläutern wollen, und zum anderen zum Mehrniveau-Festkörpermaser.

Im Grundzustand des H-Atoms befindet sich das Elektron im s-Zustand ($l = 0$) der K-Schale ($n = 1$). Für die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses des Elektrons gilt dann

$$j = s = \pm \frac{1}{2}. \tag{3,17}$$

Hinzu kommt der Spin des Kerns $I = \frac{1}{2}$, so daß es für den Gesamtdrehimpuls des Atoms die Möglichkeiten

$$\begin{aligned} F &= j + I = 1, \; m_F = -1, 0, +1 \qquad (\boldsymbol{s} \text{ und } \boldsymbol{I} \text{ parallel}), \\ F &= j + I = 0, \; m_F = 0 \qquad (\boldsymbol{s} \text{ und } \boldsymbol{I} \text{ antiparallel}) \end{aligned} \tag{3,18}$$

gibt. Das Niveauschema des H-Atoms in einem äußeren magnetischen Feld $\boldsymbol{H}$ zeigt Abb. 5. Die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten $\boldsymbol{M}_j$ und $\boldsymbol{M}_I$ ergibt eine Energieaufspaltung ΔE für $\boldsymbol{H} = 0$ (Hyperfeinstruktur) zwischen den Niveaus mit $F = 1$ (beide Dipole parallel) und $F = 0$ (antiparallele Dipole), wobei als Folge der Richtungsquantelung für den Zustand mit $F = 1$ die magnetischen Quantenzahlen $m_F = -1, 0, +1$ möglich sind. Dem Übergang $F = 1$, $m_F = 0$ $\rightarrow F = 0$, $m_F = 0$ entspricht gemäß der Beziehung

$$h\nu = \Delta E \tag{3,19}$$

eine Frequenz $\nu = 1{,}42$ GHz. Dieser Übergang soll zur Maseroszillation angeregt werden, d. h., es muß eine Besetzungsinversion zwischen den beiden Zuständen $F = 1$ und $F = 0$ erreicht werden. Das ist in Analogie zum NH_3-Maser in der

Weise möglich, daß die H-Atome räumlich so getrennt werden, daß nur die angeregten ($F = 1$) Atome in den Resonator gelangen. Da die H-Atome mit $F = 1$ ein magnetisches Moment besitzen, ist eine Ablenkung in einem inhomogenen Magnetfeld möglich.

Die Kraft, die auf einen magnetischen Dipol mit dem Dipolmoment $\boldsymbol{M}_F$ wirkt, ist durch

$$\boldsymbol{K} = \operatorname{grad} \boldsymbol{M}_F \boldsymbol{H} \tag{3,20}$$

gegeben. Durchlaufen die H-Atome als Gasstrahl ein inhomogenes Magnetfeld von etwa 10^3 Gauß, so ist bei einer Weglänge von 100 cm und einer mittleren Geschwindigkeit $v \approx 2 \cdot 10^5$ cm/s (entsprechend einer Temperatur von 300 K), eine räumliche Trennung von etwa 1 cm zu erreichen. Die Anordnung beim H-Maser wird dann so

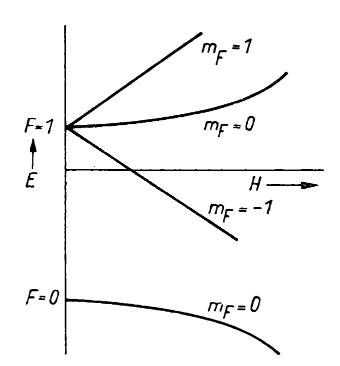


Abb. 5. Niveauschema des H-Atoms in einem äußeren magnetischen Feld (nach Kleppner, Goldenberg und Ramsey (1962))

getroffen, daß die Atome in den Zuständen $F = 1$, $m_F = 1$ und $F = 1$, $m_F = 0$ im inhomogenen Magnetfeld abgelenkt und in den Resonator fokussiert werden.

Die Schwellenbedingung ist wiederum durch Gl. (3,8) gegeben, wobei wir jedoch zu beachten haben, daß das magnetische Dipolmoment μ_M um den Faktor 10^2 kleiner ist als das elektrische Dipolmoment (von NH_3). Daraus folgt, daß nach Gl. (3,11) die Wahrscheinlichkeit für das Umklappen des (Kern-)Spins 10^4mal kleiner ist als die Wahrscheinlichkeit für den elektrischen Dipolübergang. Damit sind nach Gl. (3,8) bei sonst gleichen Zahlenwerten 10^4mal mehr, also etwa 10^{17} Atome pro Sekunde zur Anregung der Maseroszillation erforderlich.

Experimentell realisiert wurde der H-Atom-Strahlmaser von Goldenberg, Kleppner und Ramsey (1960) (Kleppner, Goldenberg und Ramsey (1962)), welche bei einer Zulieferungsrate von etwa $R \approx 10^{13}$ Atomen pro Sekunde eine Ausgangsleistung von 10^{-12} W erreichten. Die Verringerung des Schwellenwertes, nämlich die Reduzierung der Zahl der pro Sekunde notwendigen angeregten Atome von dem oben abgeschätzten Wert von $R = 10^{17}\,\text{s}^{-1}$ auf $R = 10^{13}\,\text{s}^{-1}$, wurde durch einen technischen Trick erreicht, der zu einer Verminderung der Linienbreite um den Faktor 10^4 führt. Wie wir beim NH_3-Maser festgestellt

haben, wird die in Gl. (3,8) eingehende Linienbreite $\Delta\nu$ durch die Aufenthaltsdauer der (angeregten) Atome im Resonator bestimmt und diese ist beim einfachen Durchlaufen des Resonators relativ klein. Bei einer Geschwindigkeit von $v \approx 2 \cdot 10^5$ cm/s und einer Resonatorlänge $L \approx 10$ cm beträgt die Durchlaufzeit nur $\Delta t \approx 5 \cdot 10^{-5}$ s. Man kann nun die Aufenthaltsdauer der Atome vergrößern, indem man eine „Speicherkugel" („storage bulb") in den Resonator einbringt. Diese besteht im wesentlichen aus einer mit Paraffin belegten Quarzkugel und bewirkt eine Vielfachstreuung der H-Atome an der Paraffinschicht, ohne daß der Anregungszustand verändert wird. Auf diese Weise wird eine Lebensdauer der H-Atome im Resonator von etwa 0,3 s erreicht, was zu einer wesentlichen Reduzierung der notwendigen Zulieferungsrate und zu einer schmalen Linie für die erzeugte Strahlung führt. Tatsächlich werden Linienbreiten von 10^{-2} bis 10^{-3} Hz erreicht, die der theoretisch abgeschätzten unteren Grenze entsprechen. Das bedeutet, daß eine relative Frequenzstabilität von $\frac{\nu}{\Delta\nu} = 10^{12}$ bis 10^{13} möglich ist, so daß insbesondere der H-Maser gut als Frequenzstandard geeignet ist.

Neben dem H-Atom existiert eine Vielzahl von Atomen, die eine Hyperfeinstrukturaufspaltung im Mikrowellenbereich besitzen und als Folge ihres magnetischen Moments eine Ablenkung in einem inhomogenen Magnetfeld erlauben. Hierher gehört die Gruppe der wasserstoffähnlichen Atome mit einem Außenelektron, also die Alkaliatome. Speziell als Maser haben jedoch im wesentlichen nur der NH_3- und der H-Maser eine gewisse Bedeutung erlangt, während die verschiedenen Alkaliatome (besonders Cs und Rb^{87}) als Atomstrahlen in einem inhomogenen Magnetfeld selektiert und in einem Resonator als Frequenzstandard — ohne Maserwirkung — verwendet werden.

Halten wir zusammenfassend fest:

Die notwendige Voraussetzung für die Maseroszillation, nämlich die Erzeugung einer Besetzungsinversion, wird beim Strahlmaser durch die räumliche Trennung der verschieden angeregten Atome in einem inhomogenen elektrischen oder magnetischen Feld erzielt. Nur die angeregten Atome gelangen als Gasstrahl in den Resonator.

3.3. Der Festkörpermaser

Eine prinzipiell andere Methode zur Erzeugung einer Besetzungsinversion und zum Aufbau eines Masers wurde — unabhängig von Gordon, Zeiger und Townes (1954) — von Basow und Prochorow (1954) angegeben. Die spezielle Methode der Anregung und ihre Anwendung auf paramagnetische Ionen als aktive Substanz

wurde auch von BLOEMBERGEN (1956) vorgeschlagen. Es handelt sich hierbei um die Erzeugung einer Besetzungsinversion in einem 3- (oder Mehr-) Niveau-System und führt zum Festkörpermaser (3-Niveau-Maser) als dem erfolgreichsten Masertyp. Das gleiche Prinzip der Anregung, das sogenannte „Pumpen" mit Hilfe eines äußeren Strahlungsfeldes, wird auch im optischen Bereich beim Festkörperlaser fast ausschließlich verwendet, wobei die Frequenz der Pumpstrahlung dann nicht im Mikrowellen-, sondern im optischen Bereich liegt. Der Festkörpermaser beruht auf einer Weiterentwicklung des bereits seit längerer Zeit bekannten Prinzips der paramagnetischen (Elektronen-) Resonanz in Festkörpern, in dem die Resonanz nicht wie bisher üblich in Absorption, sondern nach Erzeugung einer Besetzungsinversion in Emission untersucht wird.

Zur Erläuterung der paramagnetischen Resonanz können wir an unsere Bemerkungen zur magnetischen Wechselwirkung im vorigen Abschnitt anknüpfen. Wir wissen, daß eine Energieaufspaltung mit Frequenzen im Mikrowellenbereich als Folge der (magnetischen) Wechselwirkung von Elektronenspin (bzw. Gesamtdrehimpuls des Elektrons) und Kernspin unabhängig von äußeren Feldern auftreten kann. Darüber hinaus erfolgt eine Aufspaltung der Niveaus von paramagnetischen Atomen oder Ionen, also solchen, die ungepaarte Elektronen und damit ein magnetisches Moment besitzen, in einem äußeren (homogenen) Magnetfeld, wobei bei einem Gesamtdrehimpuls j des Elektrons $2j + 1$ Einstellrichtungen möglich sind. Wir wollen dabei im folgenden vereinfachend vom Kernspin absehen, dessen Einfluß im Prinzip bei der paramagnetischen Elektronenresonanz (in der Literatur auch mit EPR — „Elektron Paramagnetic Resonance" — abgekürzt) beobachtbar ist, im allgemeinen jedoch lediglich zu einer Verbreiterung der Absorptionslinie führt.

Die Aufspaltung eines Niveaus in einem Magnetfeld mit der Feldstärke H ist bei freien Atomen in Abhängigkeit von den betrachteten Unterniveaus durch

$$h\nu = g_L \mu_B H \tag{3.21}$$

gegeben, wobei g_L den von den Quantenzahlen l und s abhängigen Landé-Faktor bezeichnet ($g_L = 1$ für $s = 0$). In paramagnetischen Kristallen sind die Ionen nicht mehr frei, sondern stehen in Wechselwirkung mit der Umgebung, so daß die Zusammensetzung von Spin- und Bahndrehimpuls und damit die Bestimmung von g_L nicht mehr in so einfacher Weise wie bei freien Atomen möglich ist. Das bedeutet, daß in Gl. (3,21) g_L durch g zu ersetzen ist, wobei g sich theoretisch nur grob abschätzen läßt und daher fast ausschließlich experimentell bestimmt wird. g wird als „spektroskopischer Aufspaltungsfaktor" bezeichnet.

Wird in einen paramagnetischen Kristall, der sich in einem starken Magnetfeld H befindet, ein elektromagnetisches Feld mit einer Frequenz ν gemäß Gl. (3,21) eingestrahlt, so wird Strahlung absorbiert, indem höhere Energiezustände angeregt werden (Umklappen der magnetischen Momente). Bei Variation von ν bzw. H wird dann eine (Absorptions-)Resonanzlinie erhalten. Wir bezeichnen diesen Effekt als paramagnetische Elektronenresonanz, kurz auch EPR.

EPR wurde in einer Vielzahl von Materialien beobachtet, z. B. in Kristallen mit F-Zentren, Donator-Halbleitern, ferromagnetischen Stoffen und, als wichtigste Gruppe, in Kristallen mit eingebauten Fremdatomen von Übergangs-Elementen, d. h. Atomen, welche ungepaarte Elektronen-Spins enthalten. Zu diesen Atomen gehören Fe, Ni, Ca, Gd und Cr. Werden Atome dieser Art in nichtmetallische Kristalle eingebaut, so sind diese Kristalle paramagnetisch. Als aktive Substanz für den Maser kommen nun im wesentlichen Cr, Gd, Fe oder auch Ni-Ionen in verschiedenen Wirtskristallen in Betracht. Wir wollen uns in der Diskussion auf den gebräuchlichsten Festkörpermaser, nämlich den Rubin-Maser, beschränken. In diesem Fall sind Cr^{3+}-Ionen mit einem Anteil von etwa 0,01% in einem Al_2O_3-Kristall (Rubin) eingebaut. Um den Effekt der EPR möglichst groß zu machen, sollten einerseits möglichst viele Cr^{3+}-Ionen anstelle von Al^{3+}-Ionen eingebaut werden. Andererseits muß die Spin-Spin-Wechselwirkung zwischen den einzelnen Cr^{3+}-Ionen, und damit die Cr^{3+}-Dichte klein sein, um eine zu große Verbreiterung der EPR-Linie zu vermeiden. Daraus erklärt sich die relativ geringe Dotierung von Cr-Ionen im Rubin. Das Ion Cr^{3+} enthält drei ungepaarte Elektronen in der äußeren Schale, so daß $S = \frac{3}{2}$ ist und $2S + 1 = 4$ Einstellungen im äußeren Magnetfeld H möglich sind. Hinzu kommt, daß der Kristall selbst ein nicht verschwindendes Magnetfeld besitzt, so daß auch für $H = 0$ die Energiezustände für $S = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ und $S = -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ nicht zusammenfallen und die Aufspaltung der Niveaus bei Einschalten des Magnetfeldes nicht linear mit der Feldstärke H (wie bei freien Ionen) anwächst. Darüber hinaus ist plausibel, daß die Aufspaltung als Summeneffekt zwischen äußerem und innerem Feld verschieden ist für verschiedene Winkel Θ zwischen (äußerem) $\boldsymbol{H}$-Feld und Symmetrieachse (und damit innerem Feld) des Kristalls. Für das Cr^{3+}-Ion in Al_2O_3 ergibt sich in Abhängigkeit von der äußeren Feldstärke H für $\Theta = 54{,}7°$ das in

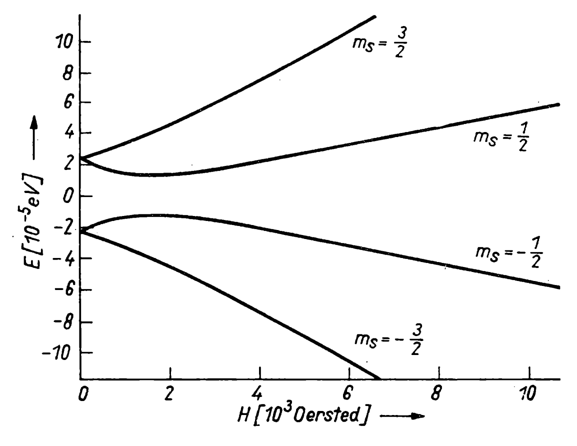


Abb. 6. Niveauschema des Cr^{3+}-Ions (in Al_2O_3) in einem äußeren magnetischen Feld. Winkel zwischen $\boldsymbol{H}$-Feld und Symmetrieachse des Kristalls $\Theta = 54{,}7°$ (nach FRÖHLICH (1967))

Abb. 6 skizzierte Niveauschema, während Abb. 7 die Energieniveaus für einen Winkel von $\Theta = 90°$ zeigt. Das Niveauschema enthält 4 durch die verschiedenen Spineinstellungen bedingte Energiezustände, wobei die Abstände ΔE von der Stärke H des Magnetfeldes abhängen und generell im Mikrowellenbereich liegen.

Im allgemeinen befindet sich der Kristall bei einer Temperatur T im thermischen Gleichgewicht, so daß die Niveaus 1 bis 4 entsprechend einer Boltzmann-Verteilung besetzt sind. Wird eine elektromagnetische Welle eingestrahlt, dann überwiegt die Absorption, und man erhält, wie oben erläutert, ein EPR-(Absorptions-)Spektrum.

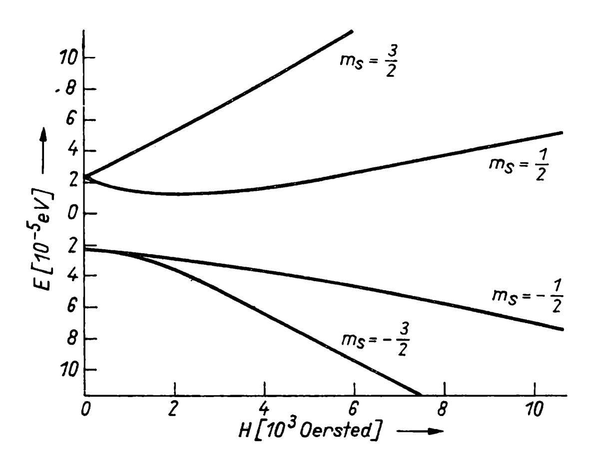


Abb. 7. Niveauschema des Cr^{3+}-Ions (in Al_2O_3) in einem äußeren magnetischen Feld. Winkel zwischen H-Feld und Symmetrieachse des Kristalls $\Theta = 90°$ (nach FRÖHLICH (1967))

Es ist nun aber bei einem Niveauschema dieser Art auch möglich, eine Besetzungsinversion zwischen zwei Niveaus und damit die notwendige Voraussetzung für eine Maserwirkung bei der entsprechenden Frequenz zu erreichen (BASOW und PROCHOROW (1954), BLOEMBERGEN (1956)). Der Grundgedanke der dabei verwendeten Methode besteht darin, durch Einstrahlung einer zusätzlichen Welle, der sogenannten „Pumpstrahlung“, ein oberes Niveau anzuregen, so daß unter gewissen Voraussetzungen eine Besetzungsinversion zwischen diesem Niveau und einem darunterliegenden erreicht wird. Notwendige Voraussetzung dafür ist ein System mit mindestens drei Niveaus, und darauf wollen wir uns im folgenden auch beschränken. Die Ausdehnung der Überlegungen auf mehr Niveaus ist unschwer möglich.

Wir wollen uns das Prinzip des „Pumpens“ an Hand des in Abb. 8 dargestellten 3-Niveau-Systems klarmachen. Wir setzen voraus, daß von außen eine starke elektromagnetische Strahlung der Frequenz ν_{31} eingestrahlt wird. Diese Pumpstrahlung bewirkt zunächst einmal Übergänge von 1 nach 3. Andererseits ist die Wahrscheinlichkeit für die induzierte Emission gleich der für die Absorption, so daß die im Zustand 3 befindlichen Atome wieder durch Emission in den Zustand 1 übergehen. Die Zahl der Übergänge $1 \rightarrow 3$ ist proportional zu N_1, die für den Übergang $3 \rightarrow 1$ ist proportional zu N_3, so daß der Prozeß so lange in eine Richtung verläuft.

wie $N_1 > N_3$ (bzw. $N_3 > N_1$) ist. Als Gleichgewicht wird sich bei starker Einstrahlung $N_1 = N_3$ ergeben. Bereits der Fall, daß überhaupt $N_3 \neq 0$ ist, würde zu einer Inversion $N_3 - N_2$ führen, wenn keine anderweitigen (thermischen) Anregungen ($T \to 0$) bzw. Relaxationsübergänge möglich wären. Diese führen jedoch zu einer Besetzung von Niveau 2, also $N_2 \neq 0$. Um $N_3 - N_2$ möglichst groß zu machen, sollte N_3 groß und N_2 klein sein, was dadurch erreicht werden kann, daß Niveau 2 möglichst schnell entleert und über den Relaxationsübergang

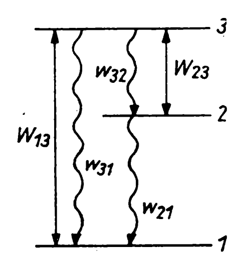


Abb. 8. 3-Niveau-System. (W_{ij} bezeichnen die durch Strahlungsfelder induzierten Übergänge während mit w_{ij} Relaxationsprozesse, einschließlich spontaner Emission, gekennzeichnet sind.)

$3 \to 2$ möglichst langsam bevölkert wird, d. h. w_{21} sollte groß, w_{32} klein sein. Daß auch für die Frequenzen $\nu_{21} \gg \nu_{32}$ gelten sollte, ist einfach dadurch bedingt, daß bei großem energetischen Abstand $h\nu_{21}$ eine relativ kleine Besetzung der oberen Niveaus durch thermische Anregung erhalten wird. Unter den genannten Bedingungen ist klar, daß durch eine Pumpstrahlung in einem 3-Niveau-System eine Besetzungsinversion zu erreichen ist.

Da auch die Pumpstrahlung im Bereich der cm-Wellen liegt, und damit der energetische Abstand zwischen den Niveaus 1 und 3 nicht sehr groß ist, folgt aus den obigen Darlegungen die Forderung für einen in der dargestellten Weise gepumpten Maser, daß die Temperatur T extrem klein (wenige Kelvin) zu wählen ist, um eine möglichst minimale Besetzung der oberen Niveaus durch rein thermische Anregung zu erhalten.

Die Realisierung dieses Prinzips führt zu einem Aufbau für einen Festkörpermaser, wie er in Abb. 9 skizziert ist. Er besteht im wesentlichen aus dem Resonator, der den

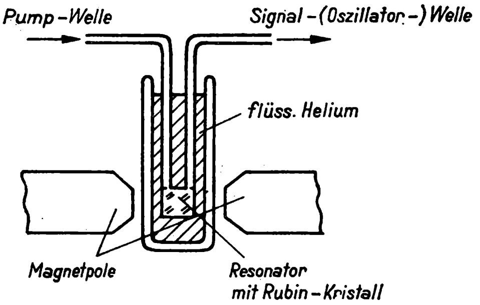


Abb. 9. Prinzip-Aufbau für einen Rubin-Maser

aktiven Kristall enthält und auf die Temperatur des flüssigen Heliums (≈ 4 K) abgekühlt ist. Der Resonator befindet sich zwischen den Polen eines starken Elektromagneten und enthält Koppelschlitze zum Einkoppeln der üblicherweise mit einem Klystron erzeugten Pumpwelle und zum Auskoppeln der Signal-(Oszillator-)Energie. Die Leitung der Mikrowellen erfolgt durchweg in Hohlleitern. Die einfachste Art der Kopplung zwischen Mikrowellenfeld (Pump- und Signal-Feld) und aktivem Kristall besteht darin, diesen ohne eine Resonanzstruktur für die Felder in den Hohlleiter

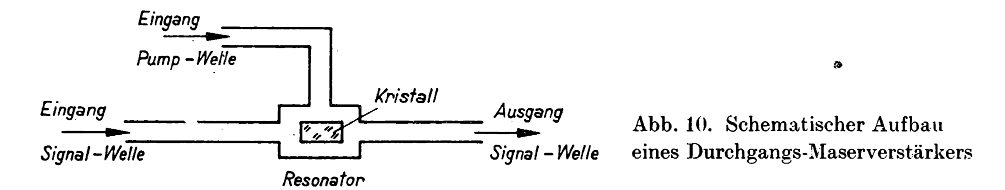


Abb. 10. Schematischer Aufbau eines Durchgangs-Maserverstärkers

zu setzen. Um eine möglichst lange Wechselwirkungszeit zu erreichen — und diesem Ziel dient ja bekanntlich die Resonanzstruktur in erster Linie — wird eine Verzögerungsleitung (z. B. Kammstruktur) verwendet, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Mikrowellen im aktiven Teil des Hohlleiters bis um den Faktor 10^2 verringert. Diese Art des Aufbaus ist unter dem Namen „Wanderwellen-Maser“ bekannt. Meist wird jedoch der übliche Resonanzhohlraum verwendet, der sowohl im Durchgang (siehe Abb. 10) als auch in Reflexion (Abb. 11) zu betreiben ist und der das aktive Material enthält. Die Güte des Resonators bzw. — beim Wanderwellenmaser — die durch die Verzögerung erreichte Gruppengeschwindigkeit bestimmen die für die Maserwirkung notwendige Besetzungsinversion. Wir können hier auf die sehr ausgefeilte Technik der Mikrowellenphysik nicht näher eingehen und verweisen auf die entsprechende Spezialliteratur, z. B. RIHACZEK (1954), SIEGMAN (1964).

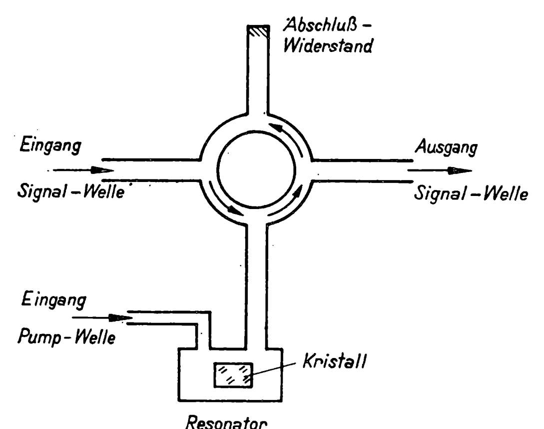


Abb. 11. Schematischer Aufbau eines Reflexions-Maserverstärkers

Experimentell realisiert wurde der 3-Niveau-Festkörpermaser erstmals von SCOVIL, FEHER und SEIDEL (1956) mit dem 3fach ionisierten Gadolinium-Ion Gd^{3+} als aktive Substanz, welches in den Kristall $La(C_2H_5SO_4)_3 \cdot 9H_2O$ (hydriertes Lanthanäthylsulfat) eingebaut wurde (0,5% La durch Gd ersetzt). Gd^{3+} besitzt eine mit 8 Elektronen abgeschlossene äußere Elektronenschale, während die nächstinnere Schale nur 7 von 8 möglichen (f-)Elektronen enthält. Diese Elektronen mit einer Gesamtspinquantenzahl von $S = \frac{7}{2}$ sind für das magnetische Moment des paramagnetischen Ions Gd^{3+} verantwortlich. In einem Magnetfeld $\boldsymbol{H}$ erhält man daher eine Aufspaltung in $2S + 1 = 8$ verschiedene Energieniveaus, wobei als Auswahlregel für die Übergänge $\Delta S = \pm 2$ (bzw. $\Delta S = \pm 1$) gilt, wenn der magnetische Anteil des eingestrahlten Feldes parallel zu $\boldsymbol{H}$ (bzw. senkrecht zu $\boldsymbol{H}$) ist.

Die Autoren verwendeten ein stationäres Magnetfeld von 2880 Oe in einer Richtung von 45° zum magnetischen Anteil des eingestrahlten Feldes, so daß sowohl Übergänge mit $\Delta S = \pm 2$ als auch solche mit $\Delta S = \pm 1$ möglich waren. Der Abstand zwischen den Niveaus mit $m_S = -\frac{5}{2}$ und $m_S = -\frac{3}{2}$ entspricht einer Frequenz von 9,0 GHz, der zwischen $m_S = -\frac{5}{2}$ und $m_S = -\frac{1}{2}$ einer solchen von 17,52 GHz, die als Pumpstrahlung in den Resonanzhohlraum, der den aktiven Kristall enthielt und mit flüssigem Helium gekühlt wurde, eingestrahlt wurde. Bei einer Pumpleistung von etwa 100 mW begann die Anordnung als Maser-Oszillator zu arbeiten.

Nach der ersten Realisierung eines Festkörpermasers mit Gd^{3+} als aktive paramagnetische Ionen erschien eine Vielzahl von Arbeiten, welche über die Maserwirkung mit anderen paramagnetischen Ionen berichteten. Einige dieser Stoffe sind in Tab. 1 zusammengestellt. Die Dotierung beträgt im allgemeinen weniger als 1%.

Tabelle 1

Paramagnetisches Ion	Wirtskristall	Autoren
Cr^{3+}	Al_2O_3 (Rubin)	MAKHOV, KIKUCHI, LAMBE und TERHUNE (1958)
Cr^{3+}	$K_3Co(CN)_6$	MC WHORTER und MEYER (1958)
Fe^{3+}	Al_2O_3 (Saphir)	KING und TERHUNE (1959)
Cr^{3+}	TiO_2 (Rutil)	GERRITSEN, HARRISON und LEWIS (1960)

Wie oben schon erwähnt, wurde der Rubin-Festkörpermaser am meisten untersucht, was wohl seinen Grund u. a. darin haben dürfte, daß ein mit etwa 0,1% Cr^{3+} dotierter Rubin-Kristall relativ leicht zu züchten und auch einfach zu bearbeiten (schleifen) ist. Außerdem ist er chemisch recht stabil und besitzt eine gute thermische Leitfähigkeit und geringe dielektrische Verluste, was im Hinblick auf einen Resonator hoher Güte wesentlich ist.

In Rubin ergibt sich bei einem Winkel zwischen Magnetfeld und Achse des Kristalls von $\Theta = 54{,}7°$ das in Abb. 6 schon angegebene Niveauschema. In dem ersten Experiment verwendete man ein Magnetfeld von $H = 4230$ Gauß und erzielte bei Kühlung auf 4,2 K eine Maser-Oszillation mit einer Frequenz von 9,2 GHz zwischen den Niveaus $m_S = +\frac{1}{2}$ und $m_S = -\frac{1}{2}$, wobei die Pumpstrahlung mit einer Frequenz von 24,2 GHz die Niveaus $m_S = -\frac{3}{2}$ und $m_S = +\frac{1}{2}$ nahezu sättigte, d. h., es wurde fast eine Gleichbesetzung für diese Niveaus erreicht. Die zum Erreichen einer möglichst großen Besetzungsinversion notwendige schnelle Entleerung des unteren Maserniveaus geschieht im vorliegenden Falle rein über Relaxationsprozesse, die damit für Festkörpermaser eine entscheidende Rolle spielen. Es zeigte sich nämlich in der Folgezeit, daß die Einstellung des thermischen Gleichgewichts nicht allein durch Relaxationsprozesse, welche durch die Wirkung der sogenannten Spin-Gitter- und der Spin-Spin-Wechselwirkung bedingt sind, verstanden werden kann.

Die allgemeine Vorstellung geht davon aus, daß einerseits der Spin (des paramagnetischen Ions) mit dem Gitter des Wirtskristalls wechselwirkt[1]) und so das angeregte Ion mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit über diesen Prozeß seine Energie verliert (Spin-Gitter-Relaxation, die entsprechende Relaxationszeit wird üblicherweise mit T_1 bezeichnet). Zum anderen ist es trotz eines relativ großen Abstandes zwischen den paramagnetischen Ionen notwendig, auch eine direkte Wechselwirkung der Ionen untereinander (Dipol-Dipol- oder auch Austauschwechselwirkung) zu berücksichtigen. Man spricht von der Spin-Spin-Wechselwirkung bzw. Spin-Spin-Relaxation und kennzeichnet die Schnelligkeit des gegenseitigen Energieaustausches durch die Relaxationszeit T_2. T_1 bzw. T_2 gibt damit die Zeitdauer an, wie schnell sich das thermodynamische Gleichgewicht einstellt, und bestimmt gleichzeitig die Lebensdauer der zugeordneten angeregten Niveaus, woraus sich ein Maß für die Breite der EPR-Linie ergibt. Da die Spin-Gitter-Relaxation stark temperaturabhängig sein muß (Gitterschwingungen), die Spin-Spin-Relaxation dagegen nicht, ist somit — wie als Beispiel notiert sei — für $T_2 \ll T_1$ als Relaxationszeit T_2 maßgebend und muß damit zu einer temperaturunabhängigen Linienbreite führen, wie z. T. auch beobachtet wurde. Allerdings zeigt sich, daß sich unter bestimmten Bedingungen für $T_2 \ll T_1$ das thermodynamische Gleichgewicht viel schneller einstellt, als durch T_2 zu erwarten ist. Dies führte zur Vorstellung der Spin-Kreuz-Relaxationen, gekennzeichnet durch eine Relaxationszeit T_{21}. Sie sind dadurch zu kennzeichnen, daß, nehmen wir einen 3-Spin-Kreuz-Relaxationsprozeß als Beispiel, zwei Spins der Ionen 1 und 2 in einen tieferen Zustand übergehen

[1]) Die möglichen Wechselwirkungs-Mechanismen sind im einzelnen nicht ganz einfach. Wir erwähnen hier nur die Möglichkeit, daß die Gitterschwingungen das elektrische Kristallfeld modulieren, wodurch die Bahnbewegung der Elektronen und über die Spin-Bahn-Kopplung auch die Spins der Elektronen beeinflußt werden.

und dafür ein Ion anregen (vgl. Abb. 12). Diese Kreuz-Relaxation ist unter Mitwirkung von mehreren Spins (Ionen) möglich, und es ist verständlich, daß sie stark von der Konzentration der Ionen im Wirtskristall abhängen wird. Kreuz-Relaxationen sind möglicherweise einer der Gründe dafür, daß selbst bei der Temperatur des

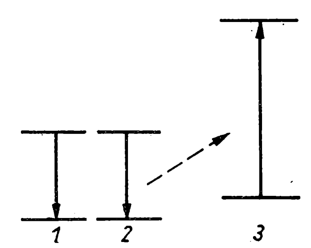


Abb. 12. 3-Spin-Kreuz-Relaxation

flüssigen Heliums keine Besetzungsinversion und damit Maserverstärkung bzw. Oszillation zu erreichen ist, wenn die Cr^{3+}-Dotierung zu hoch ist. Andererseits spielen sie, wie auch die Spin-Gitter-Relaxation, eine entscheidende Rolle, wenn ein Masereffekt bei höheren Temperaturen, also etwa bei Kühlung mit flüssiger Luft (77 K) erreicht werden soll. Dies zu erreichen erscheint sehr wünschenswert, schon allein um den kältetechnischen Aufwand zu reduzieren. Es gelingt einmal dadurch, daß die Güte der Resonatoren verbessert wird, so daß eine kleine Besetzungsinversion ausreicht, um eine Maserwirkung zu erzielen, und zum anderen durch Optimierung des Pumpens bei Berücksichtigung der verschiedensten (temperatur- und konzentrationsabhängigen) Relaxationsprozesse.

Wir erwähnen hier die experimentellen Arbeiten von Ditchfield und Forrester (1958), welche als erste eine Maserwirkung bei höheren Temperaturen erreichten, sowie von Maiman (1960), welcher eine Mikrowellenverstärkung mit einem auf 77 K gekühlten Rubin-Maser erzielte.

Letzteres wurde durch eine interessante, vor allem beim Rubin-Maser praktizierte Modifizierung des üblichen 3-Niveau-Pumpens erreicht, welche eine bessere Ausnutzung der Pumpstrahlung ergibt.

Wie wir an dem Niveauschema der Abb. 6 für Rubin erkennen, ist (bei $\Theta = 54{,}7\,°$) die Aufspaltung im Magnetfeld unabhängig von der Größe von H symmetrisch, so daß gilt

$$\nu_{\frac{3}{2}\to-\frac{1}{2}} = \nu_{\frac{1}{2}\to-\frac{3}{2}}. \tag{3,22}$$

Wird also die Pumpfrequenz $\nu_{\frac{1}{2}\to-\frac{3}{2}} = 23{,}1$ GHz eingestrahlt, so wird gleichzeitig das untere Niveau des Signalübergangs mit der Frequenz $\nu_{\frac{1}{2}\to-\frac{1}{2}} = 9{,}1$ GHz (siehe Gl. (3,22)) durch die Pumpstrahlung „leergepumpt", strenggenommen bis zur

Sättigungsbesetzung zwischen den Niveaus $m_S = \frac{3}{2}$ und $m_S = -\frac{1}{2}$. Daraus folgt: In einem 4-Niveau-System ist es unter bestimmten Umständen möglich, daß die Pumpstrahlung sowohl das obere Maserniveau anregt, wie auch das untere Maserniveau gleichzeitig entleert, so daß damit eine größere Besetzungsinversion erreichbar ist. Diese Methode wird üblicherweise als „Push-Pull-Verfahren" bezeichnet.

Gehen die nach $m_S = \frac{3}{2}$ angeregten Ionen durch Relaxation in den Zustand $m_S = \frac{1}{2}$ über, so ergibt dies eine weitere Erhöhung der Inversion. Gerade für den optischen Bereich mit seiner durch die höhere Frequenz bedingten verschärften Forderung an die Inversion wird sich diese Art der Anregung — Pumpen in viele angeregte Niveaus und Übergang in das eigentliche obere Laserniveau durch Relaxation — als entscheidend erweisen (vgl. Kapitel 4.).

3.4. Andere Pumpverfahren

Wir haben bisher als wesentlichste Vertreter der Maser den Strahlmaser und den 3-Niveau-Festkörpermaser betrachtet. Die Erzeugung der Inversion erfolgt durch räumliche Trennung verschieden angeregter Atome oder durch Anregung des oberen Maserniveaus durch eine äußere Pumpstrahlung.

Tatsächlich sind noch eine Reihe weiterer Verfahren denkbar und wurden auch experimentell realisiert. Wir wollen hierauf noch kurz eingehen.

Für einen Maserübergang brauchen wir ein angeregtes und ein möglichst unbesetztes Grundniveau, im Prinzip also nur 2 Zustände. Damit muß eine Maserwirkung zumindest kurzzeitig möglich sein. Sehen wir vom Strahlmaser mit seinen auch nur 2 aktiven Niveaus ab, so kommt als aktive Substanz ein Festkörper mit praktisch freien Elektronen in Betracht, die in einem äußeren Magnetfeld zwei Einstellmöglichkeiten ihres Spins, parallel und antiparallel zum $\boldsymbol{H}$-Feld, also 2 Energiezustände besitzen. Entsprechend der Boltzmann-Verteilung ist im thermischen Gleichgewicht der tiefere Energiezustand stärker besetzt, d. h., mehr Elektronen haben ihren Spin parallel zum Feld ausgerichtet. Wird ein Strahlungsfeld mit einer dem Übergang entsprechenden Frequenz eingestrahlt, dann erfolgt, betrachten wir etwa ein Elektron im Grundzustand, mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eine Absorption (Umklappen des Spins), so daß nach einer gewissen Zeit t_M das Elektron sicher im angeregten Zustand ist. Anschließend erfolgt mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wieder eine Emission, wobei sich dieses Wechselspiel periodisch wiederholt (vgl. Abschnitt 1.3.1.). Wirkt das Strahlungsfeld nur eine Zeit t_M, so ist damit eine Inversion zu erreichen (Methode der Impulsinversion), die sich dann durch

Relaxationsprozesse wieder ausgleicht. Strahlt man somit einen Mikrowellenimpuls ein, der kürzer als die Relaxationszeit und etwa so lang ist, daß alle Elektronen vom unteren ins obere Niveau gebracht werden — wir sprechen von einem 180°-Impuls — dann wird kurzzeitig eine Inversion und — in der üblichen Anordnung (gekühlter Kristall im Resonator, äußeres ***H***-Feld) — eine Maserwirkung erreicht. Die notwendigen Impulsdauern liegen in der Größenordnung von 10^{-7} s.

Eine andere Methode besteht im „schnellen adiabatischen Resonanzdurchgang" eines starken Mikrowellenfeldes. Ist die Übergangsfrequenz des aktiven Systems durch ν_0 gegeben, so wird ein starkes Mikrowellenfeld eingestrahlt, dessen Frequenz ν schnell von $\nu \ll \nu_0$ bis $\nu \gg \nu_0$ durchgestimmt wird. Ist die Änderung wesentlich schneller als die Relaxationsprozesse, jedoch langsam (adiabatisch) hinsichtlich der inneren Bewegung der Ionen, nämlich der Schnelligkeit der Spineinstellung im Feld, dann ist eine bevorzugte Anregung höherer Zustände, also eine Inversion erreichbar.

Schließlich erwähnen wir noch die im Prinzip einfachste Methode, nämlich die plötzliche Umkehr des Magnetfeldes. Wird das Magnetfeld in seiner Richtung um 180° gedreht, dann erhalten wir eine kurzzeitige Besetzungsinversion, da die Elektronen mit ursprünglich parallelem Spin (unterer Zustand) nach der Umkehr ihren Spin antiparallel zum Magnetfeld haben, also den oberen Zustand besetzen. Nach einer gewissen Relaxationszeit wird sich das thermische Gleichgewicht wieder eingestellt haben, und daraus folgt, daß die Feldumkehr schneller als die Relaxation erfolgen muß. Die notwendige Umkehrzeit liegt, denken wir an den Elektronen-Spin, in der Größenordnung von 10^{-7} s. Diese Zeit ist zu kurz, um ein Magnetfeld von einigen 10^3 Gauß umzupolen, so daß diese Methode zwar im Prinzip möglich, für die Erzeugung einer Besetzungsinversion im Maserbereich jedoch praktisch nicht realisierbar ist. Man hat auf diese Weise jedoch beim Kernspin, dessen Relaxationszeiten um etwa 10^3mal größer sind, eine Besetzungsinversion (negative Spintemperaturen) erreicht.

3.5. Besondere Masertypen

3.5.1. Der Nullfeldmaser

Wir haben gesehen, daß beim Festkörpermaser die notwendigen mindestens drei Energieniveaus durch Aufspaltung in einem äußeren Magnetfeld erhalten werden. Das hat den Vorteil, daß die Größe der Aufspaltung weitgehend variabel ist, andererseits erfordert diese Anordnung jedoch auch einen gewissen technischen Aufwand, wie er zur Erzeugung eines starken, konstanten, streng homogenen Magnetfeldes notwendig ist. Hinzu kommt, daß beim Festkörpermaser eine bestimmte Orientierung

zwischen Magnetfeld und Kristallachse gebraucht wird, und das bedeutet, daß als aktives Material nur kompakte Einkristalle mit einwandfreier Orientierung in Betracht kommen. Es ist jedoch auch möglich, allein durch die inneren Felder im Kristall eine Niveauaufspaltung zu erhalten und damit einen Maser ohne äußeres Magnetfeld zu betreiben — wir sprechen in diesem Falle von einem Nullfeldmaser. Beispiele für Aufspaltung durch innere Felder haben wir bereits kennengelernt in der Hyperfeinstruktur-Aufspaltung und ebenso bei der Aufspaltung der Spinniveaus im Festkörpermaser für $\boldsymbol{H} = 0$, was allerdings bei den betrachteten Beispielen (siehe Abschnitt 3.3.) zu jeweils nur zwei Niveaus führte. Welche Ionen in welchen Wirtsmaterialien eine Nullfeldaufspaltung von mindestens drei Niveaus besitzen, haben Bogle und Symmons (1959) näher untersucht. Sie kommen zu folgenden Ergebnissen: Die Ionen müssen mindestens einen Spin $S \geqq \frac{3}{2}$ besitzen. und das elektrostatische Potential des Wirtsgitters sollte eine möglichst niedrige Symmetrie haben, damit alle möglichen Niveaus auch energetisch unterschiedlich sind (keine Entartung). Als Ionen kommen nach Bogle und Symmons (1959) nur Cr^{2+}, Fe^{3+}, Ni^{2+} und Gd^{3+} eingebettet in bestimmten Salzen in Betracht. Wir erwähnen als Beispiel $CrSO_4 \cdot 5H_2O$ mit Cr^{2+} als aktivem Ion, $K_2Ni(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$ mit Ni^{2+}, sowie Fe^{3+} in Al_2O_3 (Saphir).

Experimentell wurde der Nullfeldmaser nur in wenigen Fällen realisiert. Wir erwähnen die Arbeit von King und Terhune (1959), welche bei einer Pumpfrequenz von 31,3 GHz eine Maseremission bei 12,03 GHz mit Fe^{3+} (in Al_2O_3) als aktivem Material erreichten.

3.5.2. Der optisch gepumpte Maser

Die bisher behandelten Masermaterialien und die Anordnungen zeichneten sich generell dadurch aus, daß der Maserübergang im Mikrowellen-(cm-)Bereich liegt und auch die Pumpstrahlung beim Festkörpermaser eine Strahlung in diesem Frequenzbereich ist. Die Ausdehnung des Maserprinzips zu kürzeren, etwa mm-Wellen erscheint wünschenswert, ist aber nicht ohne weiteres möglich, da eine intensive Strahlungsquelle als Pumpquelle in diesem Wellenlängenbereich (mm-Wellen und kürzer) nicht zur Verfügung steht. Hinzu kommt, daß eine relativ große Besetzungsinversion zur Erzielung einer Maserwirkung zu verlangen ist, da wegen Gl. (2,13) beim Übergang zu kürzeren Wellenlängen die Wahrscheinlichkeit für die induzierte Emission relativ zur spontanen Emission abnimmt.

Mit der Schaffung des Lasers (Kapitel 4.) jedoch stand eine genügend intensive Strahlungsquelle im Bereich kürzester Wellenlängen zur Verfügung, mit der auch das Pumpen von Masern für mm-Wellen möglich wurde, wobei der Vorschlag, Maser durch optisches Pumpen anzuregen, bereits vor der Existenz des Lasers

von SERIES und TAYLOR (1958) sowie THEISSING, CAPLAN, DIETER und RABBINER (1959) gemacht wurde.

Experimentell realisiert wurden Rubin-(Festkörper-)Maser, die mit der Strahlung von Rubin-Lasern (Abschnitt 4.3.2.) gepumpt wurden. Wir verweisen hierzu auf die Arbeiten von DEVOR, D'HAENENS und ASAWA (1962), SWEREW, PROCHOROW und SCHEWTSCHENKO (1963), SZABO (1963) und SAITO (1967). Das vereinfachte Niveauschema des Cr^{3+}-Ions in Rubin einschließlich des optischen Übergangs ist in Abb. 13

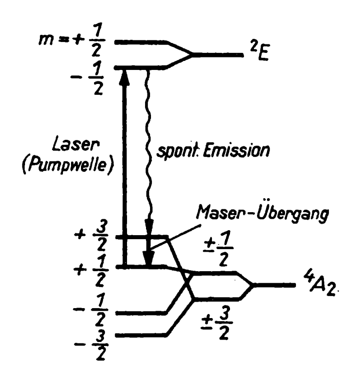


Abb. 13. Niveauschema des Cr^{3+}-Ions (in Al_2O_3) einschließlich des optischen Übergangs

skizziert. Die unteren vier Niveaus sind die uns schon bekannten Niveaus, wie sie durch Aufspaltung im Magnetfeld entstehen, und liefern den Mikrowellenübergang zwischen den Niveaus $m_S = \frac{3}{2}$ und $m_S = \frac{1}{2}$ (Frequenz 24 GHz bei einem H-Feld von 6680 Oe und $\Theta = 82°$). Die optische Pumpstrahlung von etwa $4{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz führt zur Anregung der oberen (als Folge der endlichen Linienbreite) beiden Niveaus. Von hier aus erfolgt durch spontane Emission die Anregung des oberen (und zum Teil auch des unteren) Maserniveaus. Es zeigt sich, daß bei Berücksichtigung der numerischen Werte für die spontanen Übergangswahrscheinlichkeiten sowie der Relaxationszeit (der unteren Niveaus) nur eine kurzzeitige Besetzungsinversion und damit auch eine Maserausstrahlung mit einer Dauer von maximal 10^{-4} s zu erreichen ist.

Die Experimente wurden zunächst bei Kühlung des Maserkristalls auf 4,2 K (DEVOR, D'HAENENS und ASAWA (1962)), später bei der Temperatur von 77 K durchgeführt, und das Pumpen erfolgte mit einem Laserimpuls.

Das optische Pumpen zeigt uns die prinzipielle Möglichkeit und den Weg, zum einen Maserwirkung auch bei kürzeren als cm-Wellen zu erzielen, und zum anderen eine Kopplung zwischen Mikrowellen- und optischen Frequenzen zu erreichen, was für verschiedene Anwendungen (z. B. bei der Informationsverarbeitung, vgl. Kapitel 8.) als wünschenswert erscheint. In den letzten Jahren wurden allerdings nur wenige experimentelle Untersuchungen zu diesem Problemkreis durchgeführt.

3.6. Die Anwendungen des Masers

Die Anwendungen liegen im gesamten Bereich der Mikrowellentechnik und führen — abgesehen von solchen Gebieten, wo es sich nicht lohnt, einen Maser einzusetzen — bei einer Reihe von Problemen zu einer wesentlichen Erweiterung der Meßmöglichkeiten, die sich besonders aus den Eigenschaften der Maserstrahlung ergeben. Diese sind kurz durch eine sehr kleine Linienbreite bei einer durch einen Atomübergang definierten Frequenz (als Folge der bevorzugten induzierten Emission bei maximaler Intensität liegt sie in der Linienmitte) sowie stabile Intensität bei einem Minimum an Rauschen (als Folge der kleinen spontanen Emission und der relativ tiefen Temperatur des Resonators) zu charakterisieren.

Vor allem die schmale Linienbreite bei definierter Frequenz gestattet, den Maser als atomares Frequenznormal zu benutzen, so wie es schon in den ersten Publikationen über den Maser (Gordon, Zeiger und Townes (1954), Basow und Prochorow (1954)) vorgeschlagen worden war. Es ist üblich, hierzu einen Strahlmaser zu benutzen. Man hat bis heute sowohl mit dem NH_3- wie auch mit dem H-Maser beachtliche Ergebnisse hinsichtlich der Stabilität $\frac{\nu}{\Delta\nu}$ erhalten ($\Delta\nu$ bezeichnet die Schwankung der Frequenz — im günstigsten Falle also die Linienbreite). Das gleiche gilt für die Reproduzierbarkeit der Frequenz. Die Kurzzeitstabilitäten liegen bei 10^{12} (für den H-Maser sogar bei 10^{13}) und die Reproduzierbarkeit bei 10^{11}.

Ebenfalls schon in den ersten Arbeiten wurde die Anwendung des Masers als Mikrowellen-Spektrometer vorgeschlagen, da durch den Maser eine selektive rauscharme Verstärkung möglich ist. Auf diese Weise wurde z. B. die Hyperfeinstruktur von Atomen oder Molekülen vermessen. Rauscharme Verstärker sind weiterhin besonders nützlich zum Empfang von Strahlung, welche selbst nur wenig thermisches Rauschen zeigt, also von Strahlung, die aus dem Weltraum kommt, so daß sich sowohl die Radioastronomie wie auch die Verbindung zu Weltraumsonden und Satelliten als weitere Anwendungsbereiche anbieten. Die Empfänger der großen Radioteleskope werden heute vielfach mit Masern (als Vorverstärker) ausgerüstet, wodurch eine wesentliche Verbesserung der Empfindlichkeit erreicht werden konnte. So gelang z. B. der erste erfolgreiche Nachweis von Radarechos vom Planeten Venus mit einem Festkörpermaser (Cr^{3+} in $K_2Co(CN)_6$) als Verstärker (Newbauer (1959)).

4. Der Laser

4.1. Einführung

Eine elektromagnetische Welle wird durch induzierte Emission verstärkt, wenn in dem mit dem Strahlungsfeld in Wechselwirkung stehenden Atomsystem eine Besetzungsinversion vorliegt. Die Verstärkung ist dabei um so größer, je weniger Eigenschwingungen das Strahlungsfeld enthält. Die Ausnutzung dieses Prinzips führte, wie wir uns im vorhergehenden Kapitel klargemacht haben, zur Schaffung des Maserverstärkers und — bei Verwendung einer geeigneten Resonanzstruktur — des Maseroszillators. Es liegt nahe, dieses Prinzip auch auf höherfrequente Strahlung, insbesondere auf den optischen Bereich des elektromagnetischen Spektrums auszudehnen.

Die in Kapitel 2. abgeleitete Schwellenbedingung für Oszillation (Gl. 2,13)

$$\frac{\sigma_0}{V} \geqq \frac{8\pi \Delta\nu \varkappa}{A \lambda^2 c}$$

hängt nun allerdings (neben der spontanen Übergangswahrscheinlichkeit A, der Linienbreite $\Delta\nu$ und der Verlustkonstanten $\varkappa$ des Resonators) von der Wellenlänge λ in der Weise ab, daß die notwendige Besetzungsinversion σ_0 im Volumen V für kürzere Wellenlängen immer größer wird. Beim Übergang von den Mikrowellen zur Strahlung im optischen Bereich nimmt jedoch andererseits die spontane Übergangswahrscheinlichkeit stark zu, so daß der Ausdruck $\frac{1}{A\lambda^2}$ und — bei unveränderten Größen $\Delta\nu$ und $\varkappa$ — damit auch die erforderliche Besetzungsinversion nicht wesentlich vergrößert wird[1]). Daraus folgt, daß sich auch im optischen Spektralbereich eine genügend große Verstärkung durch induzierte Emission, und damit bei geeigneter Rückkopplung eine selbsterregte Oszillation, erzielen läßt. Wir sprechen dann von einem Laser.

[1]) Beim Übergang zu noch kürzeren Wellen nimmt A nicht mehr in so starkem Maße zu, so daß die durch λ^{-2} bedingte Vergrößerung von σ_0 überwiegt. Daher wird es für den ultravioletten und den Bereich noch kürzerer Wellenlängen immer schwieriger, die Schwellenbedingung zu erfüllen.

Die Rückkopplung, die im optischen Bereich ganz analog wie im Mikrowellenbereich durch eine geeignete Resonanzstruktur geliefert wird, soll nun so beschaffen sein, daß sie nur für einige wenige Eigenschwingungen wirksam wird. Auf diese Weise erreicht man, daß für die wenigen ausgezeichneten Eigenschwingungen die Verstärkung so groß wird, daß sie die unvermeidlichen Verluste der Resonanzstruktur übertrifft und so die Anordnung zu einer selbsterregten Quelle von elektromagnetischer Strahlung wird. Ließe die Resonanzstruktur nämlich sehr viele Eigenschwingungen zu, dann würde sich die begrenzte, in den angeregten Atomen gespeicherte Energie auf diese Vielzahl verteilen, und keine der Eigenschwingungen allein hätte einen ausreichenden Energiegewinn, um die Laserschwelle zu erreichen. Im anderen Falle aber wird die beim Pumpen auf das Atomsystem übertragene Energie weitgehend in wenige Eigenschwingungen abgestrahlt. Da die Eigenschwingungen eines elektromagnetischen Strahlungsfeldes durch Frequenz, Richtung und Polarisation der zugehörigen Wellen charakterisiert sind, folgt somit, daß die für den Laser typischen Eigenschaften wie Richtungsbündelung, Frequenzschärfe und hohe spektrale Energiedichte durch die selektiven Eigenschaften der Resonanzstruktur geprägt werden, die wir daher im folgenden etwas näher betrachten wollen.

4.2. Der Resonator im optischen Bereich

Im Mikrowellenbereich wird die Beschränkung auf wenige Eigenschwingungen dadurch erreicht, daß die Resonatordimensionen in der Größenordnung der Wellenlänge, also bei einigen Zentimetern, liegen.

Wie muß nun die Resonanzstruktur aussehen, die auch im optischen Spektralbereich, wo die Wellenlänge der Strahlung um viele Größenordnungen kleiner als praktisch mögliche Resonatordimensionen ist, nur wenige Eigenschwingungen zuläßt? Es ist das Verdienst der Begründer des Laserprinzips (Basow und Prochorow in der UdSSR, Schawlow und Townes in den USA), mit dem Fabry-Perot-Resonator eine Struktur gefunden zu haben, die den vorstehenden Forderungen genügt und die noch heute den Prototyp aller Laserresonatoren darstellt.

Ein Resonator vom Fabry-Perot-Typ besteht aus zwei ebenen Spiegeln (S' und S), die sich parallel gegenüberstehen und zwischen denen das Lasermedium (M) längs der Resonatorachse angebracht ist (Abb. 14).

Man erkennt unmittelbar, daß nur jene Wellen für den Laserbetrieb in Frage kommen, deren Richtungen wenig von der Resonatorachse abweichen. Alle anderen Wellen werden nach mehr oder weniger häufigen Reflexionen an den Spiegeln aus dem Lasermedium und dem Resonator heraustreten; es fehlt dann die für die Laseroszillation notwendige Rückkopplung. Man kann diesen Sachverhalt auch dadurch

ausdrücken, daß nur für die Strahlen in Achsennähe die Resonatorverluste so klein sind, daß sie durch die Verstärkung des Lasermediums kompensiert werden können. Die Resonatorverluste für eine bestimmte Eigenschwingung bestimmen ferner die mittlere Aufenthaltsdauer der zugehörigen Photonen im Resonator. Je geringer die Resonatorverluste sind, desto größer ist die mittlere Aufenthaltsdauer eines Photons im Resonator, desto größer wird somit die Wahrscheinlichkeit, daß dieses

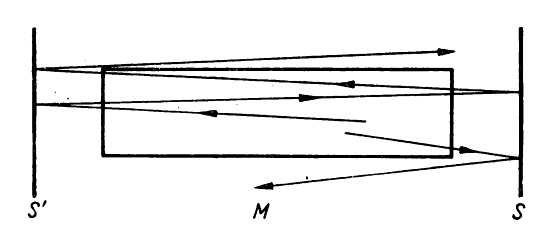


Abb. 14. Schema eines Laserresonators vom Fabry-Perot-Typ

Photon einen Emissionsvorgang induziert. Beim Anlaufen des Lasers werden sich die Eigenschwingungen mit den geringsten Verlusten zuerst aufschaukeln, und da die induzierten Emissionsprozesse immer wieder in die schon vorhandenen ausgezeichneten Eigenschwingungen erfolgen, werden diese die Laserschwelle zuerst erreichen. Nur bei starkem Pumpen sind auch Eigenschwingungen mit höheren Verlusten im Laser möglich.

Ganz analoge Überlegungen wie für die Richtungsselektion gelten für die Auszeichnung bestimmter Frequenzen durch den Fabry-Perot-Resonator. Die den Resonator in entgegengesetzter Richtung durchlaufenden Lichtwellen überlagern sich zu stehenden Wellen, für die die elektrische Feldstärke auf den Spiegeloberflächen bekanntlich in guter Näherung gleich Null ist.[1]) Die im Resonator möglichen Frequenzen sind daher durch die Bedingung gegeben, daß der Spiegelabstand gleich einem ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge der zugehörigen Schwingungen sein muß. Daraus folgt, wie wir noch im einzelnen sehen werden, daß im Laser innerhalb des durch die spontane Emissionsbreite gegebenen möglichen Frequenzbereichs nur wenige äquidistante Frequenzen anschwingen. Damit ist zumindest qualitativ verständlich, wie durch eine Resonanzstruktur vom Fabry-Perot-Typ eine Begrenzung auf wenige Eigenschwingungen erfolgt, in die dann die gesamte Energie des angeregten Atomsystems abgestrahlt wird.

Im Gegensatz zur geschlossenen Resonanzstruktur des Masers ist also im optischen Bereich ein offener Resonator erforderlich, um die Vielzahl der möglichen Eigenschwingungen auf einige wenige zu begrenzen.

---

[1]) Als Randbedingung der Maxwellschen Theorie muß die elektrische Feldstärke bei ideal leitenden und damit vollständig reflektierenden Spiegelflächen exakt verschwinden.

4.2.1. Die Eigenschwingungen des Laserresonators in heuristischer Betrachtung

Bei den folgenden Ausführungen sehen wir zunächst von dem Einfluß des Lasermediums auf das Spektrum der Eigenschwingungen ab. Zur Ermittlung der in einem Laserresonator möglichen Eigenfrequenzen gehen wir von der folgenden grundlegenden Voraussetzung aus (wie sie sich beispielsweise aus den heuristischen Überlegungen in der Originalarbeit von SCHAWLOW und TOWNES (1954) ergibt): Diejenigen Eigenschwingungen eines geschlossenen Resonators mit ideal reflektierenden Wänden, deren Wellenzahlvektoren näherungsweise mit der Resonatorachse zusammenfallen, unterscheiden sich in ihrer räumlichen Struktur nur wenig von den Eigenschwingungen eines entsprechenden offenen Resonators, bei dem die Seitenwände des geschlossenen Resonators fehlen. Dabei ist berücksichtigt, daß wegen der Verluste im offenen Laserresonator, die insbesondere durch die erforderliche Auskopplung von Laserlicht bedingt sind, jede einmal angeregte Eigenschwingung nur eine endliche Aufenthalts- bzw. Lebensdauer in diesem Resonator besitzt. Für diese Zeit unterscheidet sich das Feld im offenen Laserresonator nur wenig von dem der entsprechenden Eigenschwingungen in einem geschlossenen idealen Resonator; im besonderen werden die Eigenfrequenzen beider Resonanzstrukturen in guter Näherung übereinstimmen. Daher können wir die bekannten Ergebnisse für die Eigenschwingungen eines geschlossenen Resonators mit ideal reflektierenden Wänden benutzen, um — zumindest näherungsweise — die Eigenschwingungen im Laserresonator zu berechnen.

Wir gehen von einer geschlossenen, kastenförmigen Resonanzstruktur aus, wobei die Länge (mit der Abmessung L) in die z-Richtung und die Kanten der quadratischen Deckflächen (mit der Abmessung a) in die x- bzw. y-Richtung weisen mögen. Für diese Struktur liefert bekanntlich die Wellengleichung bei Berücksichtigung der entsprechenden Randbedingungen stehende Wellen, deren elektrische Feldstärkewerte $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ folgende räumliche Verteilung aufweisen:

$$\begin{aligned} E_x(\boldsymbol{r}) &= E_x^0 \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \\ E_y(\boldsymbol{r}) &= E_y^0 \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \\ E_z(\boldsymbol{r}) &= E_z^0 \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z. \end{aligned} \qquad (4,1)$$

Die Komponenten k_x, k_y und k_z des Wellenzahlvektors $\boldsymbol{k}$ sind durch

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \; k_y = \frac{n\pi}{a}, \; k_z = \frac{q\pi}{L} \qquad (4,2)$$

gegeben, wobei m, n und q ganze Zahlen sind. Die Komponenten E_x^0, E_y^0, E_z^0 des Polarisationsvektors bestimmen sich so, daß dieser Vektor wegen der Transversalität der elektromagnetischen Wellen senkrecht zum Ausbreitungsvektor $\boldsymbol{k}$ liegt. Aus der Wellengleichung folgt ferner der bekannte Zusammenhang von Wellenzahlvektor $\boldsymbol{k}$

und Kreisfrequenz ω,

$$\omega = c|\boldsymbol{k}|, \tag{4,3}$$

so daß sich für den geschlossenen Resonator ein Spektrum diskreter Eigenfrequenzen mit folgenden Werten ergibt:

$$\omega = \pi c \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{L}\right)^2}\,. \tag{4,4}$$

Von dieser letzten Formel, die für den geschlossenen Resonator exakt gilt, wollen wir nun ausgehen und entsprechende Näherungsformeln für den hier interessierenden offenen Resonator vom Fabry-Perot-Typ ableiten. Wir betrachten dazu — wie oben vorausgesetzt — nur die Eigenschwingungen, deren Wellenzahlvektoren in unmittelbarer Nähe der Resonatorachse, hier also der z-Achse liegen. Unter dieser Voraussetzung, $|k_x|, |k_y| \ll |k_z| = k_z$, folgt für die Richtungskosinus des Wellenzahlvektors $\boldsymbol{k}$:

$$\begin{aligned} \cos(\boldsymbol{k}, x) &\approx \frac{k_x}{k_z} = \frac{mL}{qa} \ll 1, \\ \cos(\boldsymbol{k}, y) &\approx \frac{k_y}{k_z} = \frac{nL}{qa} \ll 1, \\ \cos(\boldsymbol{k}, z) &\approx 1. \end{aligned} \tag{4,5}$$

Hieraus leiten sich die folgenden Beziehungen ab:

$$\frac{m}{a} \ll \frac{q}{L}, \quad \frac{n}{a} \ll \frac{q}{L}. \tag{4,6}$$

Damit ergibt sich aus Gl. (4,4) für das Spektrum der Eigenfrequenzen des Laserresonators vom Fabry-Perot-Typ näherungsweise

$$\omega = \pi c \frac{q}{L}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{mL}{qa}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{nL}{qa}\right)^2\right]. \tag{4,7}$$

Bei der Ableitung dieser Beziehung sind die Verluste, die in einer realen Resonanzstruktur auf Grund des begrenzten Reflexionsvermögens der Spiegel oder wegen der Beugung der Lichtwellen an den Spiegelrändern auftreten, nicht explizit berücksichtigt. Wir werden jedoch im weiteren nachweisen, daß auch bei Berücksichtigung der Verluste die Eigenschwingungen in einem Resonator mit ebenen Spiegeln für kleine Werte m und n in guter Näherung aus Gl. (4,7) berechnet werden können. Ferner wollen wir im einzelnen begründen, daß die Größen m und n — da sie ein Maß für die Abweichung des Strahlenverlaufs von der Richtung der Resonatorachse sind — die sogenannten transversalen Eigenschwingungen oder Transversalmoden des Laserresonators charakterisieren, während die Zahl q die sogenannten Axialmoden kennzeichnet. Setzen wir $m = n = 0$, betrachten also in der hier diskutierten

Näherung einen Strahlenverlauf genau in z-Richtung, dann gilt

$$\omega = \pi c \frac{q}{L}$$

bzw. (4,8)

$$L = q \frac{\lambda}{2}.$$

Aus Gl. (4,8) läßt sich einmal ablesen, wie groß der Parameter q im optischen Bereich ist. Für $L = 10$ cm und $\lambda = 1$ µm folgt beispielsweise $q = 2 \cdot 10^5$. Zum anderen ergibt sich für den Frequenzabstand zwischen benachbarten axialen Eigenschwingungen der Wert

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}. \tag{4.9}$$

Bei dem Spiegelabstand $L = 10$ cm beträgt $\Delta\nu = 1{,}5$ GHz und liegt damit in der Größenordnung der spektralen Breite des Verstärkungsprofils der im sichtbaren Spektralbereich verwendeten Lasermedien. (Für den Fall, daß der Brechungsindex im Laserresonator von Eins verschieden ist, bedeutet L die optische Resonatorlänge.) Die Resonanzstruktur vom Fabry-Perot-Typ läßt also für den Laserbetrieb nur wenige q-Werte, mithin nur wenige Axialmoden, zu.

Wir wollen nun untersuchen, welche Werte die Zahlen m und n in einem Laserresonator mit bestimmten Verlusten annehmen können. Von Null verschiedene Werte m und n bedeuten in unserer empirischen Beschreibung, daß die die Eigenschwingungen repräsentierenden Strahlen einen kleinen, mit den Werten m, n wachsenden Winkel mit der Resonatorachse bilden. Die Verluste des Resonators bedingen, daß eine einmal angeregte Eigenschwingung nur für eine diesen Verlusten umgekehrt proportionale Dauer τ im Resonator existiert. Es liegt auf der Hand, daß im offenen Resonator nur solche Moden mit Werten m, n für die Lasertätigkeit in Betracht kommen, die innerhalb der Zeit τ noch nicht aus dem Resonator seitlich herausgelaufen sind. Das bedeutet konkret, daß die Abweichungen Δx und Δy in x- bzw. y-Richtung eines etwa vom Zentrum des Resonators mit kleinem Winkel zur Achse startenden Strahls nach der Zeit τ nicht größer als die halbe Spiegelkantenlänge $a/2$ sein dürfen:

$$\Delta x_\tau < \frac{a}{2}, \quad \Delta y_\tau < \frac{a}{2}. \tag{4,10}$$

Für einen Durchlauf ergibt sich für einen solchen Strahl eine Verschiebung in x-bzw. y-Richtung von

$$\Delta x \approx L \cos(\boldsymbol{k}, x) \approx \frac{mL^2}{qa}, \quad \Delta y \approx L \cos(\boldsymbol{k}, y) \approx \frac{nL^2}{qa}. \tag{4,11}$$

Die Zahl der Durchläufe in der Zeit τ ist durch $\tau \frac{c}{L}$ gegeben, so daß — wenn man Gl. (4,8) berücksichtigt — aus der Bedingung (4,10) die folgenden Ungleichungen abzuleiten sind:

$$m < \frac{a^2}{\lambda c \tau}, \quad n < \frac{a^2}{\lambda c \tau}. \tag{4,12}$$

Die mittlere Abklingdauer τ der Energie einer Eigenschwingung in einem Resonator mit Verlusten läßt sich einfach abschätzen. Haben die relativen Verluste einer Eigenschwingung bei einem Durchlauf den Wert α, so ergibt sich für die Änderung der Energie dieser Eigenschwingung näherungsweise

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = -\frac{c}{L} \alpha W. \tag{4,13}$$

Daraus folgt der Zeitverlauf der Energie zu

$$W(t) = W_0 \exp\left(-\frac{c}{L} \alpha t\right) \tag{4,14}$$

und damit das hier interessierende Ergebnis, daß die Energie der Eigenschwingung in der Zeit $\tau = \left(\frac{c}{L}\alpha\right)^{-1}$ auf den e-ten Teil ihres Anfangswertes abgeklungen ist. Dabei sei am Rande die Beziehung vermerkt, die den Zusammenhang der Resonatorverluste mit der einen Resonator allgemein kennzeichnenden Güte Q in guter Näherung beschreibt (vgl. Seite 51),

$$Q \equiv \frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{2\pi L}{\lambda \alpha}. \tag{4,15}$$

Für unsere obige Abschätzung wollen wir der Einfachheit halber nur die durch Auskopplung der Energie aus dem Resonator bedingten Verluste berücksichtigen. Ist R das Reflexionsvermögen der Resonatorspiegel, so ergibt sich $\alpha \approx 1 - R$. Setzen wir nun in (4,12) die für optische Resonatoren typischen Zahlenwerte $R = 0{,}98$; $a = 0{,}5$ cm; $L = 10$ cm und $\lambda = 1$ μm ein, so folgt $m, n < 5$.

Ebenso, wie wir oben festgestellt haben, daß in einem Laser mit einer Resonanzstruktur vom Fabry-Perot-Typ nur wenige axiale Eigenschwingungen mit verschiedenen q-Werten angeregt werden können, kommen wir hier zu dem Ergebnis, daß in einem solchen Resonator auch nur wenige transversale Eigenschwingungen mit kleinen Werten m und n möglich sind.

Die Ergebnisse, die wir hier für den offenen Resonator erhalten haben, unterstreichen die eingangs getroffene Feststellung, daß der Laserresonator für die Funktion und die Ausstrahlungseigenschaften des Lasers von entscheidender Bedeutung ist.

Während sich diese für das Verständnis des Resonators wesentlichen Ergebnisse aus einfachen heuristischen Überlegungen zum Strahlenverlauf ergeben haben, erhält man detaillierte Aussagen über die verschiedenen Eigenschwingungen im Laserresonator erst bei Berücksichtigung des Wellencharakters der Strahlung. Insbesondere führt die Berücksichtigung der Beugungsphänomene zur expliziten Berechnung der Intensitätsverteilung und der Strahlungsverluste für die verschiedenen Moden im Laserresonator.

4.2.2. Die Eigenschwingungen des Laserresonators bei Berücksichtigung der Beugung

Zur Berechnung der Eigenschwingungen aus dem Verlauf der Lichtwellen im offenen Resonator wird das Huygenssche Prinzip verwendet. Der Resonator sei durch zwei gleich beschaffene Spiegel S und S' gebildet, die nicht notwendig eben sein müssen (Abb. 15).

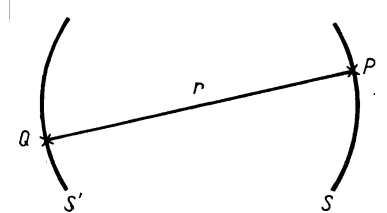


Abb. 15. Schema des Resonators zur Berechnung der Eigenschwingungen mit Hilfe des Huygensschen Prinzips

Nach dem Huygensschen Prinzip überlagern sich die von einer vorgegebenen Erregung auf dem Spiegel S' ausgehenden Kugelwellen zu einer bestimmten Erregung auf der Spiegelfläche S. Dieser Sachverhalt wird durch die bekannte Kirchhoffsche Formel zum Ausdruck gebracht, nach der die Erregung im Punkte P durch die Superposition der von allen Punkten Q ausgehenden Kugelwellen gegeben ist,

$$v_P = -\frac{\mathrm{i}}{\lambda} \int\limits_{S'} v_Q \frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\, \mathrm{d}f. \tag{4.16}$$

Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Abweichung der von beliebigen Punkten auf der Spiegelfläche S' ausgehenden und auf den gegenüberliegenden Spiegel S treffenden Strahlen von der jeweiligen Normalenrichtung des Spiegels vernachlässigbar ist. Diese Voraussetzung ist erfüllt, wenn die lineare Ausdehnung der Spiegel hinreichend klein im Vergleich zu ihrem Abstand und die Krümmung der Spiegel nur gering ist.

Denken wir uns nun das Koordinatensystem wie im vorhergehenden Abschnitt so gelegt, daß die Resonatorachse mit der z-Achse zusammenfällt, dann können wir die beliebig wählbaren Punkte Q und P durch ihre x- und y-Koordinaten kennzeichnen:

$$v_Q = v(x', y'), \quad v_P = v^{(1)}(x, y). \tag{4,17}$$

Der Index (1) für die Funktion v_P deutet dabei an, daß diese Funktion aus einer irgendwie vorgegebenen Anfangsverteilung v_Q nach einem Durchlauf durch den Resonator entsteht. Entsprechend den vielfachen aufeinanderfolgenden Durchläufen im Resonator folgt die Feldverteilung zu einem späteren Zeitpunkt durch sukzessive Anwendung von Formel (4,16). Man könnte nun von einer stationären Eigenschwingung sprechen, wenn sich die Feldverteilung nach zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen reproduzieren würde. Wegen der bei jedem Durchgang auftretenden Beugungsverluste an den Spiegelrändern nehmen jedoch die Amplituden laufend ab, und wir können lediglich fordern, daß sich die Feldverteilung bis auf einen konstanten Faktor reproduziert,

$$v^{(1)}(x, y) = \gamma v(x, y) . \tag{4,18}$$

Diese Beziehung stellt wegen (4,16) und (4,17) eine Integralgleichung dar,

$$\gamma v(x, y) = -\frac{\mathrm{i}}{\lambda} \int v(x', y') \frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r} \,\mathrm{d}f \tag{4,19}$$

mit

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2;$$

sie ist die Definitionsgleichung für die Eigenschwingungen des hier diskutierten Resonatortyps. Die Funktion $v(x, y)$ repräsentiert die zur jeweiligen Eigenschwingung gehörige Verteilung des als linear polarisiert vorausgesetzten elektromagnetischen Feldes. Die an den Spiegeln neben den Beugungsverlusten auftretenden Reflexionsverluste brauchen wir an dieser Stelle nicht zu berücksichtigen, da sie die Amplituden über die ganze Spiegelfläche gleichmäßig schwächen und die räumliche Struktur der Feldverteilung nicht beeinflussen.

Die Integralgleichung (4,19) läßt sich selbst für den Fall, daß sich ihre x- und y-Abhängigkeit separiert behandeln ließe, nicht analytisch lösen. Es sind numerische Auswertungen erforderlich. Solche Rechnungen wurden für verschiedene Resonatorformen erstmals von Fox und Li (1961) durchgeführt. Das dabei verwendete Näherungsverfahren schließt eng an den oben skizzierten Lösungsweg an. Ausgehend von einer willkürlich gewählten Anfangsverteilung wird die Feldverteilung in sukzessiver Rechnung so lange verfolgt, bis sie sich beim folgenden Schritt bis auf einen konstanten Faktor reproduziert.

Wird beispielsweise von einer über den Querschnitt konstanten Anfangsverteilung des Feldes ausgegangen, so liefert die Rechnung die stationäre Eigenschwingung nach etwa 300 aufeinanderfolgenden Schritten, d. h., nach etwa 300 Durchgängen durch den Resonator ist eine im Resonator erzeugte Erregung in eine stationäre Verteilung eingeschwungen. Es zeigt sich, daß die im stationären Zustand erhaltene Feldverteilung sowie die Beugungsverluste von der detaillierten Form der jeweiligen Anfangsverteilung unabhängig sind. Lediglich die Symmetrie der Anfangsverteilung, gekennzeichnet durch die Zahl der Nulldurchgänge in der Feldverteilung, bestimmt

die Struktur der Eigenschwingungen und ihre Beugungsverluste. Die Beugungsverluste sind am geringsten für die symmetrische Eigenschwingung, die sich aus einer konstanten Anfangsverteilung des Feldes ergibt. Diese Eigenschwingung wird daher als Grundschwingung bezeichnet. Sie ist in vielen Fällen durch eine näherungsweise gaußförmige Intensitätsverteilung über den Strahlquerschnitt gekennzeichnet.

Sorgt man durch geeignete Maßnahmen dafür, daß im Laser nur diese Grundschwingung angeregt wird, dann spricht man von einem Laserbetrieb im Grundmodus. Die Eigenschwingung mit den nächsthöheren Verlusten erhält man aus einer schiefsymmetrischen Anfangsverteilung mit einem Nulldurchgang im Zentrum der Feldverteilung. Diese Eigenschwingung ist daher auch schiefsymmetrisch; ihre Feldverteilung weist in x- bzw. in y-Richtung eine Nullstelle im Zentrum auf. Die Eigenschwingungen von höherer Ordnung besitzen dann in entsprechender Weise eine größere Zahl solcher Minima in der Feldverteilung. In Anlehnung an die Theorie der Mikrowellenresonatoren bezeichnet man diese Eigenschwingungen als transversalelektromagnetische (TEM) Schwingungen und ordnet sie nach der Anzahl der Nullstellen m, n in der Feldverteilung in x- bzw. y-Richtung. In Abb. 16 sind einige Beispiele für die Intensitätsverteilung solcher Eigenschwingungen dargestellt, wie sie in einem Laser mit kreisförmigen Spiegeln tatsächlich erhalten werden.

Da sich diese Eigenschwingungen durch ihre Feldverteilung in der x-y-Ebene, also senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes, unterscheiden, nennt man sie

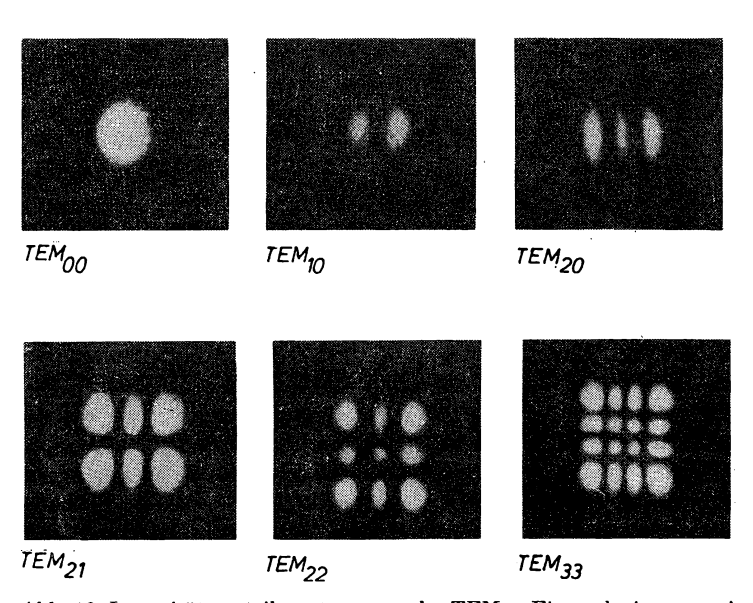


Abb. 16. Intensitätsverteilung transversaler TEM_{mn}-Eigenschwingungen im Laserresonator

transversale Eigenschwingungen oder transversale Moden des Lasers. Die Analogie zu den im vorhergehenden Abschnitt an Hand des Strahlenverlaufs diskutierten Eigenschwingungen wird deutlich, wenn man sich in grob-anschaulicher Weise das Zentrum der aus der Wellentheorie folgenden Intensitätsmaxima durch entsprechende Strahlen ersetzt denkt.

Die Größe der Strahlungsverluste in einem Resonator mit ebenen Spiegeln hängt nicht nur von der Modenstruktur ab, sondern wird auch — wie nicht anders zu erwarten — durch die jeweils vorliegende Resonatorgeometrie bestimmt. Dabei stellt sich heraus, daß die Verluste eine Funktion einer bestimmten Kombination von Resonatordimensionen und Wellenlänge, eine Funktion der sogenannten Fresnel-Zahl $N = \frac{a^2}{4\lambda L}$ sind. Dieser Tatbestand ist Ausdruck eines Ähnlichkeitsprinzips: Werden Resonatordimensionen und Wellenlänge in gleichem Maße vergrößert oder verkleinert, dann bleibt die räumliche Struktur der betreffenden Eigenschwingung und damit die Größe ihrer Verluste unverändert.

In Abb. 17 ist die Abhängigkeit der Verluste von der Fresnel-Zahl graphisch dargestellt, so wie sie von Fox und Li für eine Resonatorstruktur berechnet wurden, die aus zwei unendlich langen ebenen Streifenspiegeln der Breite a gebildet wird.

Wir haben bisher die Beugungsverluste, mithin die Abnahme der Feldamplitude pro Durchgang, diskutiert. Bei den dazu erforderlichen Rechnungen auf der Basis der Gleichungen (4,18) und (4,19) stellt man jedoch fest, daß die dort eingeführte Größe γ komplex ist. Neben dem Amplitudenfaktor $|\gamma|$, dessen Abweichung von

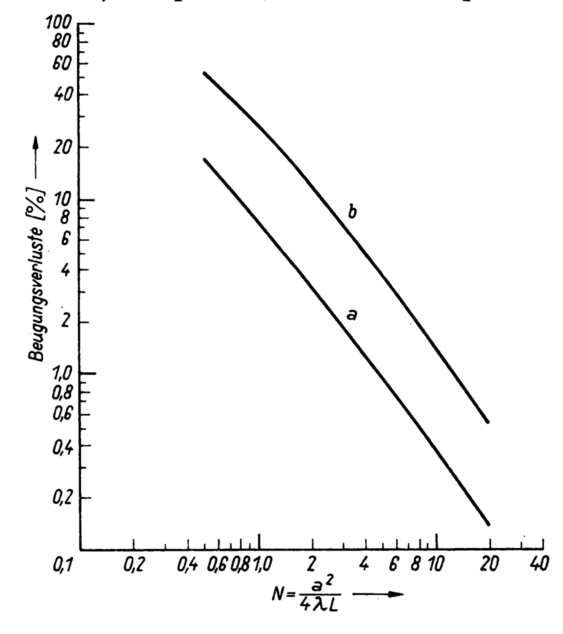


Abb. 17. Beugungsverluste pro Durchgang für die symmetrische Grundmode (a) und die nächsthöhere schiefsymmetrische Mode (b) (nach Fox und Li (1961))

Eins die Beugungsverluste beschreibt, tritt ein Phasenfaktor $e^{i\varphi}$ auf, wobei φ den Wert darstellt, um den die Phase des Feldes pro Durchgang im Vergleich zur Ausbreitung im freien Raum verschoben wird. Diese Phasenverschiebung bedeutet natürlich eine Frequenzverschiebung, da — zur Gewährleistung der Resonanz-

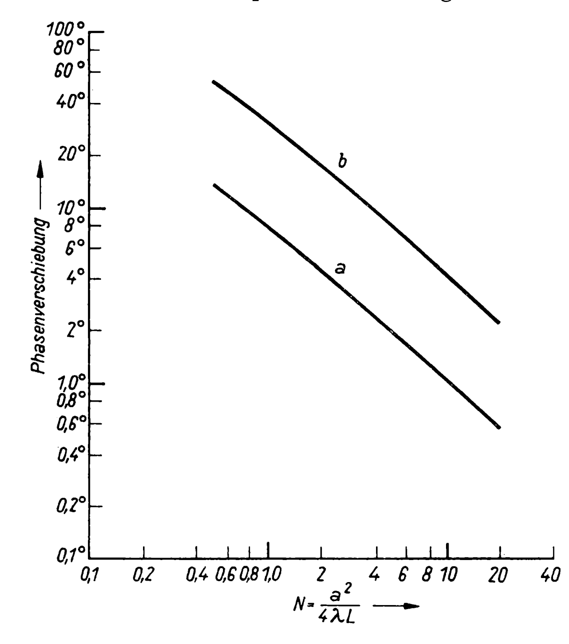


Abb. 18. Phasenvorlauf (relativ zur Ausbreitung im freien Raum) pro Durchgang für die gleichen Eigenschwingungen wie in Abb. 17 (nach Fox und Li (1961))

bedingung — jede Phasenänderung eine gewisse Änderung der Frequenz bzw. Wellenlänge der Eigenschwingungen im Resonator zur Folge hat. Für die Phasenverschiebung pro Durchgang ergibt sich eine ganz ähnliche Abhängigkeit wie in Abb. 17 für die Verluste (siehe Abb. 18).

Wie man sieht, ist die Phasenverschiebung für große Werte von N sehr klein. Damit wird für große N auch der Phasenunterschied und damit der Frequenzabstand zwischen benachbarten Eigenschwingungen sehr klein. Genauere Berechnungen zeigen, daß für diesen Fall das genaue Frequenzspektrum praktisch mit dem durch Gl. (4,7) gegebenen Spektrum für die achsennahen Eigenschwingungen eines geschlossenen Resonators mit ebenen Spiegelflächen übereinstimmt.

4.2.3. Verschiedene Resonatorformen

Für den Aufbau von Lasern und insbesondere dann, wenn die Verstärkung des laseraktiven Mediums gering ist, verwendet man meist gekrümmte Resonatorspiegel, da dann die Beugungsverluste wegen der fokussierenden Wirkung der Spiegel wesentlich

geringer sind. Die Berechnungen für Resonatoren mit gekrümmten Spiegeln erfolgen in gleicher Weise wie für den Resonator mit ebenen Streifenspiegeln nach dem oben skizzierten Lösungsprinzip. Dabei stellt sich heraus, daß die Beugungsverluste der einzelnen Moden zusätzlich von der Größe $\left(1 - \frac{L}{R_S}\right)$ abhängen, wobei L der Abstand und R_S der Krümmungsradius der Spiegel sind. In Abb. 19 sind zum Vergleich die

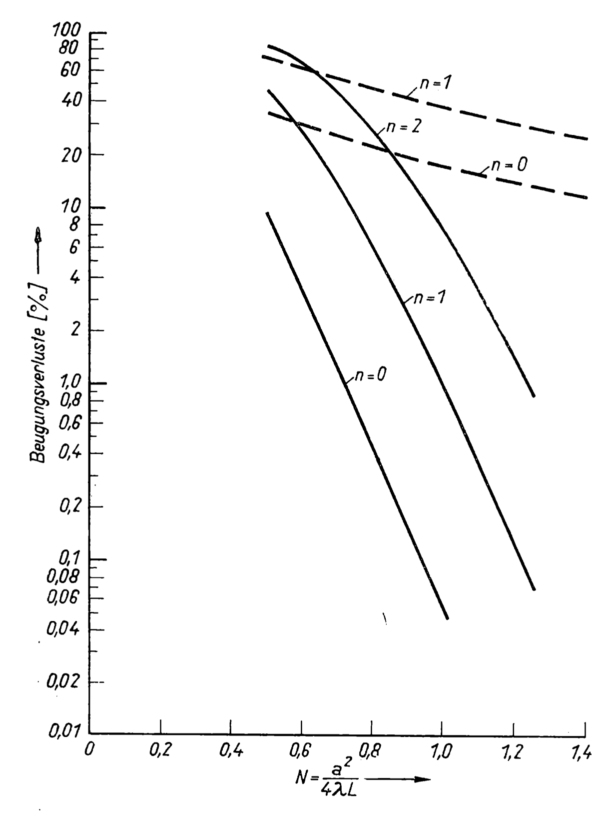


Abb. 19. Beugungsverluste pro Durchgang für die drei niedrigsten Moden in einem konfokalen sphärischen Resonator. Die gestrichelten Kurven stellen zum Vergleich die entsprechenden Moden eines Resonators mit kreisförmigen ebenen Spiegeln dar (nach Fox und Li (1961))

Beugungsverluste für einen Resonator mit ebenen (kreisförmigen) Spiegeln und einem sogenannten konfokalen Resonatoraufbau dargestellt, bei dem der Spiegelabstand gleich dem Krümmungsradius der sphärischen Spiegel ist.

Genauere Rechnungen zeigen, daß das Frequenzspektrum für einen Resonator mit sphärischen Spiegeln nicht mehr durch Gl. (4,7), sondern durch den folgenden

Ausdruck beschrieben wird:

$$\omega = \frac{\pi c}{L}\left[(q+1) + \frac{1}{\pi}(m+n+1)\arccos\sqrt{\left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right)}\right]. \qquad (4,20)$$

Dabei sind R_1, R_2 die Krümmungsradien der beiden sphärischen Spiegel. Für den oben diskutierten konfokalen Resonator mit $R_1 = R_2 = L$ folgt beispielsweise

$$\omega = \frac{\pi c}{L}\left[(q+1) + \frac{1}{2}(m+n+1)\right]. \qquad (4,21)$$

Man erkennt, daß in diesem Fall die Lage der Transversalmoden TEM_{mn} entweder mit der der Axialmoden zusammenfällt, oder daß sie genau in der Mitte zwischen zwei Axialmoden liegen. Ein solches Spektrum bezeichnet man als modenentartet. Der konfokale Resonator findet wegen dieser Besonderheit eine Reihe spezieller Anwendungen.

Bei der Verwendung gekrümmter Spiegel kann die Resonatorgeometrie nicht beliebig gewählt werden. Beispielsweise zeigt ein Blick auf Gl. (4,20), daß man nur dann reelle Werte für das Modenspektrum erhält, wenn der Spiegelabstand nicht zwischen den Werten für die beiden Krümmungsradien liegt. In der Tat läßt sich ganz allgemein ein sogenanntes Stabilitätskriterium ableiten (siehe z. B. Kogelnik (1966)),

$$0 < \left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right) < 1, \qquad (4,22)$$

das einen Bereich für alle die Resonatorgeometrien abgrenzt, die einen stabilen Betrieb mit einem innerhalb der Resonanzstruktur konvergierenden Strahlenverlauf gewährleisten. Abb. 20 zeigt eine graphische Darstellung dieser Stabilitätsbedingung. Jeder Resonatortyp wird durch einen Punkt in diesem Diagramm repräsentiert. Die beiden bisher diskutierten Resonatortypen planparallel und konfokal sind danach Grenzfälle des nichtschraffierten stabilen Bereichs.

Die nichtstabilen Resonatortypen im schraffierten Bereich weisen einen divergierenden Strahlenverlauf und damit im allgemeinen sehr hohe Verluste auf. Sie kommen daher für den Aufbau von Lasern mit begrenzter Verstärkung praktisch nicht in Frage. Für Laser mit hoher Verstärkung (z. B. Festkörperlaser, CO_2-Laser) haben sie jedoch Bedeutung erlangt, da sie wegen ihrer modenselektiven Wirkung den Betrieb im Grundmodus bei einem großen Modenvolumen garantieren. Da in diesem Fall die Auskopplung der Strahlung am Rande der Resonatorspiegel erfolgen kann, ergibt sich eine ringförmige Intensitätsverteilung der Ausgangsleistung, was für das Erreichen hoher Leistungsdichten von Vorteil ist. Die Möglichkeit der Auskopplung am Rande ist ferner dann von Nutzen, wenn es — wie beispielsweise im fernen infraroten Spektralbereich — an Materialien für Resonatorspiegel mit geeigneter Transmission mangelt.

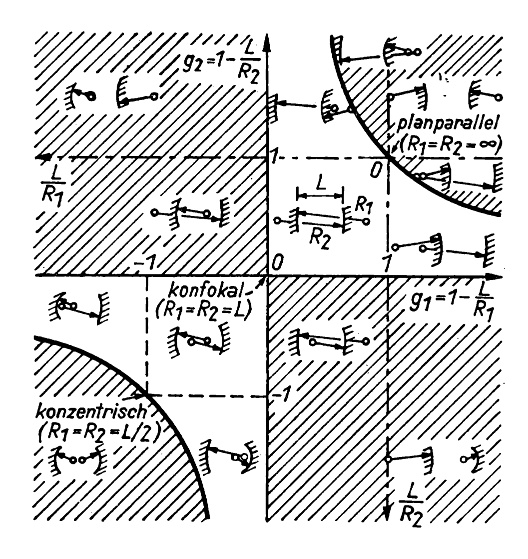


Abb. 20. Stabilitätsdiagramm (Die instabilen Resonatorsysteme liegen im schraffierten Bereich.) (nach KOGELNIK (1966))

Bei der Diskussion der für praktische Laserexperimente wesentlichen Resonatorformen wollen wir noch kurz auf die Merkmale eines Ringresonators eingehen, den man vorzugsweise dann wählt, wenn man die beiden im Laserresonator in entgegengesetzten Richtungen laufenden Wellen (die sich in jedem Fall zu einem stehenden Wellenfeld überlagern) getrennt auskoppeln und untersuchen will. Abb. 21 zeigt ein Beispiel für eine ringförmige Resonanzstruktur.

Das aktive Lasermedium wird dem Strahlengang entsprechend längs den Seiten der dreiecksförmigen Resonatorstruktur angeordnet. Die im Uhrzeigersinn bzw. entgegen dem Uhrzeigersinn umlaufenden Lichtwellen werden in unterschiedlichen Richtungen 1 bzw. 2 aus dem Resonator ausgekoppelt. Registriert man die Intensität

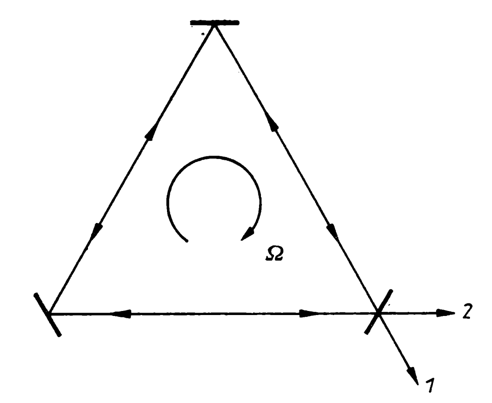


Abb. 21. Schema eines ringförmigen Resonators (mit der Fläche F und dem Umfang L')

beider Strahlen mit getrennten Photoempfängern, so lassen sich beispielsweise Konkurrenzeffekte zwischen den beiden in entgegengesetzten Richtungen im Ringlaser umlaufenden Wellen sehr einfach nachweisen. Diese Konkurrenzeffekte, die dadurch bedingt sind, daß die beiden Wellen mit den gleichen Laseratomen wechselwirken können, bleiben bei der gewöhnlichen linearen Resonatorgeometrie im allgemeinen verborgen. Das Spektrum der Eigenschwingungen eines Ringresonators ist identisch mit dem einer entsprechenden linearen Resonanzstruktur. Man hat lediglich zu beachten, daß in der Resonanzbedingung der doppelte Spiegelabstand $2\,L$ für den linearen Resonator durch die Größe des Umfangs L' des Ringresonators zu ersetzen ist, was durch Betrachtung des Grenzübergangs von einer Struktur zur anderen sofort plausibel wird.

Abschließend soll eine für die Anwendung des Ringlasers sehr wesentliche Eigenschaft Erwähnung finden, die bei der Rotation des Ringlasers um eine zur Grundfläche des Resonators senkrechte Achse zutage tritt (siehe Abb. 21). Für den Fall des mit der Winkelgeschwindigkeit Ω im Uhrzeigersinn rotierenden Resonators ist der Lichtweg für die im Uhrzeigersinn umlaufende Welle um den Betrag $\frac{4F\Omega}{c}$ größer als der entsprechende Weg für die entgegengesetzt umlaufende Welle, so daß sich eine Frequenzdifferenz $\Delta\nu = \frac{4F\Omega}{\lambda L'}$ für die beiden Strahlen 1 und 2 ergibt. Da sich diese Differenzfrequenz sehr genau ermitteln läßt, gestattet der Ringlaser die Präzisionsmessung von Winkelgeschwindigkeiten. Mit dem auf diesem Prinzip beruhenden Lasergyroskop lassen sich zum Beispiel Winkeländerungen mit der gleichen Genauigkeit wie mit einem Kreiselkompaß registrieren, wobei die Ringlaseranordnung den Vorteil hat, wesentlich weniger störanfällig zu sein. Für die Messung sehr kleiner Winkelgeschwindigkeiten mit dem Ringlaser ist es allerdings erforderlich, das Gerät mit einer gewissen konstanten Grundgeschwindigkeit rotieren zu lassen. Anderenfalls führt die durch die Lichtstreuung an den Laserbauelementen bedingte Amplitudenkopplung der beiden in entgegengesetzter Richtung umlaufenden Wellen unterhalb einer bestimmten Differenzfrequenz zu einer Synchronisation der beiden Frequenzen (vgl. Bemerkungen zum „frequency locking“ in Abschnitt 6.2.).

4.2.4. Selektion einzelner Resonatormoden

Wie wir in den vorhergehenden Abschnitten festgestellt haben, läßt die Resonanzstruktur im allgemeinen nur eine begrenzte Anzahl diskreter Eigenschwingungen für den Laserbetrieb zu. Gemäß unseren Überlegungen in Kapitel 2. werden nur die Moden im Laser angeregt, für die die Verstärkung die jeweiligen Verluste pro Durchgang übertrifft. Sind also prinzipiell im Laserbetrieb nur die Moden möglich, die innerhalb des spektralen Verstärkungsprofils der Atome liegen, so wird diese Zahl

zusätzlich durch die für die einzelnen Moden vorhandenen Verluste begrenzt, die zum Beispiel für die Transversalmoden mit zunehmender Ordnung m, n stark anwachsen.

Es gibt nun einzelne Anwendungen, für die eine möglichst hohe Zahl von Eigenschwingungen angestrebt wird (z. B. bei der Erzeugung von ultrakurzen Lichtimpulsen, vgl. Abschnitt 4.7.3.), in vielen Fällen ist man jedoch daran interessiert, mit einer definierten, möglichst geringen Zahl von Moden zu arbeiten. Wir wollen einige Methoden kurz skizzieren, mit deren Hilfe man den Betrieb des Lasers auf wenige (bzw. nur eine) Moden beschränken kann.

Im Falle der Transversalmoden läßt sich dieses Ziel relativ einfach erreichen, da — wie wir festgestellt haben — höhere Transversalmoden im allgemeinen auch größere Beugungsverluste aufweisen (vgl. Abb. 19). Man hat daher lediglich die den Strahlquerschnitt begrenzende effektive Öffnung so weit herabzusetzen, bis die Beugungsverluste der unerwünschten Transversalmoden so groß sind, daß die Laserschwelle von diesen Moden nicht mehr erreicht wird. Dazu kann beispielsweise eine zusätzliche Blende in den Resonator eingebracht werden. Häufig wählt man jedoch den Querschnitt des Lasermediums von einer Größe, daß die Blendenwirkung durch das aktive Material selbst gegeben ist.

Die Selektion einzelner Axialmoden bereitet demgegenüber meist größere Schwierigkeiten. Man kann zwar im Prinzip den Laser so dicht über der Schwelle betreiben, daß die effektive Breite des spektralen Laserbereiches sehr gering und damit die Beschränkung auf nur eine Axialmode möglich wird. Jedoch ist die Ausgangsleistung in diesem Fall sehr gering und der Laserbetrieb relativ instabil und störanfällig. Die einfachste Methode, einen stabilen Betrieb auf nur einer Axialmode zu erreichen, besteht darin, eine möglichst kleine Resonatorlänge und damit einen großen Abstand der Axialmoden zu wählen. Das bedeutet allerdings auch wieder eine Beschränkung der Laserleistung, da ja auf diese Weise die Verstärkung des Lasermediums begrenzt wird. Will man den Einmodenbetrieb bei höheren Strahlungsleistungen realisieren, dann ist es unumgänglich, einzelne Axialmoden durch zusätzliche frequenzselektive Elemente so auszuzeichnen, daß nur sie mit geringen Strahlungsverlusten angeregt werden. Zu diesem Zweck wird beispielsweise an den eigentlichen Laserresonator ein zusätzlicher Nebenresonator angekoppelt, dessen Eigenschwingungen einen großen Frequenzabstand besitzen. Der Laserbetrieb erfolgt dann auf den wenigen Moden, für die beide Resonatoren in Resonanz sind. Häufig genügt für derartige Zwecke einfach eine planparallele Glasplatte im Laserresonator, die — senkrecht zum Strahlengang justiert — als Fabry-Perot-Struktur wirkt. In anderen Fällen nutzt man die frequenzselektiven Eigenschaften eines in den Resonator eingebrachten Absorbers, dessen Absorptionsspektrum auf Grund nichtlinearer Sättigungseffekte bestimmte Laserfrequenzen auszeichnet. Man kann bei den erwähnten Verfahren erreichen, daß mehr als die Hälfte der im Vielmodenbetrieb erzielten Laserleistung in einzelnen Axialmoden konzentriert ist. Wir werden bei der Diskussion der verschiedenen Lasertypen in den folgenden Abschnitten

darauf hinweisen, welche der hier erwähnten Methoden der Modenselektion jeweils bevorzugt werden.

Fassen wir kurz zusammen:

Wie wir gesehen haben, ist es auch bei den im Verhältnis zu den Resonatordimensionen kleinen Wellenlängen der Optik möglich, durch die Verwendung von offenen Resonatoren (z. B. vom Fabry-Perot-Typ), eine Rückkopplung für nur wenige ausgezeichnete Eigenschwingungen zu erreichen.

Damit ist klar, wie eine der wesentlichen Voraussetzungen für die Verwirklichung des Maserprinzips auch im optischen Bereich zu realisieren ist. Ebenso gelingt auf unterschiedlichste Weise die Erzeugung einer genügend großen Besetzungsinversion für Übergänge im optischen Bereich. Die entsprechenden Methoden, die wir im folgenden behandeln werden, führen unmittelbar zum Verständnis der verschiedenen Lasertypen.

4.3. Der Festkörperlaser

4.3.1. Allgemeine Grundlagen

Das Maserprinzip im optischen Bereich wurde erstmals von Maiman (1960) verwirklicht, der die durch das Überwiegen der induzierten Emission bedingte Verkürzung der Fluoreszenzzeit in Rubinkristallen beobachtete und den ersten Festkörperlaser schuf. Der Rubinlaser gehört auch heute noch zu den vielfach verwendeten Festkörperlasern, auch wenn in den letzten Jahren eine Reihe neuer Festkörperlaser entwickelt wurden, deren Leistungsfähigkeit die des Rubin-Lasers in einigen Kenngrößen wesentlich übertreffen.

4.3.1.1. Das Prinzip des Festkörperlasers

Das Prinzip der Erzeugung der notwendigen Besetzungsinversion in einem Festkörperlaser haben wir schon beim Festkörpermaser (Kapitel 3.) kennengelernt, anstelle der Mikrowellen-Frequenzen treten lediglich optische Frequenzen. Wir kommen so zu dem optisch gepumpten Festkörperlaser. Betrachten wir zur Erläuterung das Niveauschema in Abb. 22, wie es für viele Festkörperlaser charakteristisch ist (lediglich beim Rubin-Laser fallen die Niveaus 2 und 1 zusammen). Durch die Einstrahlung einer intensiven Lichtwelle, der Pumpstrahlung P, wird das Atom vom Grundzustand 1 in den angeregten Zustand 4 gebracht. Der Zustand 4 besteht im allgemeinen aus einer Vielzahl von Niveaus, das Atom besitzt eine breite, im sichtbaren Wellenlängen-

bereich liegende Absorptionsbande. Von diesem Niveau aus erfolgt ein schneller Relaxationsübergang auf das Niveau 3 als Ausgangsniveau einer Fluoreszenzstrahlung. Wird das Niveau 2 genügend schnell durch einen Strahlungs- oder anderen Relaxations-Übergang in das Niveau 1 entleert, so ist bei starkem Pumpen eine Besetzungsinversion und damit Lasertätigkeit zwischen den Niveaus 3 und 2 zu

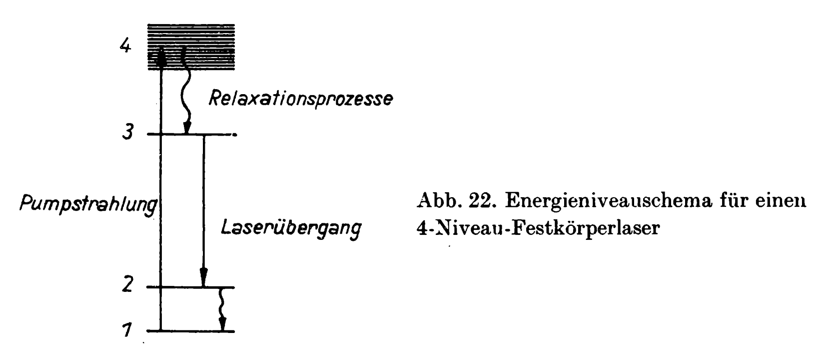


Abb. 22. Energieniveauschema für einen 4-Niveau-Festkörperlaser

erreichen. Die Voraussetzungen für das Erreichen einer Besetzungsinversion bestehen darin, daß

1. das Atom im Gitter des Festkörpers eine starke, breite Absorptionsbande im sichtbaren Bereich zur optischen Anregung des Atoms besitzt,
2. die Lebensdauer des Ausgangsniveaus 3 für die Laserstrahlung möglichst groß, die Linienbreite der entsprechenden Fluoreszenzstrahlung also möglichst klein ist,
3. der Endzustand 2 des Laserübergangs schwach besetzt ist und daß schließlich
4. die Quantenausbeute nahezu Eins ist, was bedeutet, daß die Atome vom Zustand 4 möglichst vollständig in den Zustand 3 gelangen und nicht über andere Prozesse bzw. Niveaus in den Grundzustand übergehen.

Es gibt eine Vielzahl von Atomen, die diese Bedingungen erfüllen. Dies trifft vor allem auf die Ionen der seltenen Erden (z. B. Nd^{3+}), der Aktinidengruppe (z. B. U^{3+}) und der Übergangsmetalle (z. B. Cr^{3+}) zu, die in bestimmte Grundgitter eingebaut sind. Die Ionen der ersten beiden Gruppen besitzen jeweils nicht abgeschlossene innere Schalen (4f bzw. 5f), und Übergänge innerhalb dieser Schalen führen zu sehr scharfen Absorptions- bzw. Emissions-Linien. Diese Ionen besitzen ferner breite Absorptionsbanden auf Grund von Übergängen der äußeren Elektronen.

Dabei ist natürlich zu verlangen, daß das laseraktive Material im sichtbaren Bereich so durchlässig ist, daß die Pumpstrahlung alle Ionen erreicht und die erzeugte Strahlung möglichst verlustfrei austreten kann.

Daraus folgt, daß die Ionen als selbst stark absorbierende Zentren in einen Festkörper, einen Kristall, einzubauen sind, der optisch weitgehend durchsichtig ist. Das bedeutet, daß die Dotierung mit aktiven Ionen zwar einerseits möglichst hoch sein sollte, um genügend viele laseraktive Zentren im Kristall zur Verfügung zu

haben, andererseits darf die Dotierung nicht zu hoch sein, damit die Pumpstrahlung nicht in den Außenbezirken des Kristalls zu stark absorbiert wird. Aus diesem Grunde ist die Dotierung des Kristalls mit aktiven Ionen relativ klein und liegt zwischen 0,01% (für Cr^{3+}, ganz analog zum Festkörpermaser) und wenigen Prozent (für Nd^{3+}). Selbst bei diesen kleinen Werten ist jedoch die Gesamtzahl der aktiven Zentren recht groß (10^{19} — 10^{20} cm^{-3}), so daß der Verstärkungskoeffizient eines Festkörperlasers im allgemeinen sehr groß ist.

Die Herstellung der Kristalle erfolgt durch Züchtung nach dem Verneuil- oder auch Czochralski-Verfahren, wobei Stäbe bis zu 40 cm Länge und einigen Zentimetern Durchmesser (je nach Kristall) mit optisch befriedigenden Eigenschaften erhalten werden können. Lasertätigkeit ist jedoch bereits mit Kristallen von einigen Zentimetern Länge und einigen Millimetern Durchmesser zu erzielen.

Der Einbau der Ionen erfolgt im allgemeinen auf normale Gitterplätze, indem ein Wirtsgitterplatz von einem Ion besetzt wird. Stimmt der Ladungszustand des Ions (z. B. U^{3+}) nicht mit dem des Wirtsgitterions (z. B. Ca^{2+} im $CaF_2:U^{3+}$-Laser) überein, so erfolgt durch entstehende Gitterleerstellen, durch den gezielten Einbau von Fremdatomen auf Gitterplätzen oder von Ionen auf Zwischengitterplätzen eine Ladungskompensation, die zu einem gegenüber dem Idealzustand veränderten, von Ort zu Ort verschiedenen Kristallfeld führt. Das gleiche bewirken auch innere Spannungen im Kristall oder Fremdatome aus Verunreinigungen. Der Einfluß des gestörten Kristallfeldes führt aber (bei gleichbleibender Lebensdauer des oberen Niveaus) zu einer Verbreiterung der Emissionslinie, was u. a. die Ausstrahlungseigenschaften des Festkörperlasers mitbestimmt (vgl. Kapitel 2.).

4.3.1.2. Schwellenleistung

Überlegen wir, welche Leistung für die Pumpstrahlung aufzubringen ist, um Lasertätigkeit in einem Festkörper zu erzielen. Wir haben in Kapitel 2 die notwendige Besetzungsinversion pro Volumeneinheit für einen stationären Laserbetrieb am Beispiel des Cr^{3+}-dotierten Rubins zu $\frac{\sigma_0}{V} = \frac{N_3^0 - N_2^0}{V} \approx 10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$ abgeschätzt. Diese Besetzungsinversion muß durch die Einstrahlung von Licht innerhalb der Lebensdauer $\tau \approx 3 \cdot 10^{-3}$ s des oberen Laserniveaus erreicht werden.

Wir betrachten den Fall, daß die Niveaus 2 und 1 wie im Falle des Rubinlasers zusammenfallen, d. h., daß das untere Laserniveau mit dem Grundniveau identisch ist. Bei einer Dichte von $\frac{1}{V}(N_3^0 + N_2^0) = 2 \cdot 10^{19}\ \mathrm{cm}^{-3}$ folgt mit $\frac{1}{V}(N_3^0 - N_2^0) = 10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$ für die Zahl der anzuregenden Ionen

$$\frac{N_3^0}{V} \approx 10^{19}\ \mathrm{cm}^{-3},$$

d. h., es muß mindestens die Hälfte aller Ionen angeregt werden. Für eine Pumpwellenlänge von $\lambda_p = 0{,}55\ \mu m$ ($^4F_2$-Band) ergibt sich daraus die notwendige Pumpleistung zu

$$U_p = h\nu_p N_3{}^0 \frac{1}{\tau} = 1200\ \mathrm{W},$$

wenn wir mit einem aktiven Volumen von 1 cm³ rechnen.
Berücksichtigen wir, daß diese Leistung innerhalb von $\tau \approx 3 \cdot 10^{-3}$ s aufzubringen ist, so folgt für die Pumpenergie

$$W_p = 3{,}6\ \mathrm{Ws}.$$

Für den Fall, daß tatsächlich das in Abb. 22 skizzierte 4-Niveau-System vorliegt und der untere Laserzustand 2 praktisch nicht besetzt ist (wie es z. B. bei Nd^{3+} der Fall ist), dann erhalten wir eine beträchtliche Verringerung der Schwellenleistung.

In jedem Falle sind aber die Anforderungen an die Pumplichtquelle relativ hoch, vor allem wenn wir daran denken, daß die genannte Leistung kontinuierlich mit optischen Strahlungsquellen aufgebracht werden soll. Die ersten Festkörper(Rubin)-Laser arbeiteten daher auch ausschließlich im Impulsbetrieb mit Impulsdauern bis zu ms, während mit 4-Niveau-Systemen (z. B. Nd^{3+}) wegen der geringeren Schwellenleistung schon bald kontinuierlicher Betrieb erreicht wurde.

Bedenken wir, daß prinzipiell die Frequenz der Pumpstrahlung größer als die der erzeugten Laserstrahlung ist, so ist klar, daß dem Kristall wesentlich mehr Energie zugeführt werden muß, als ihn in Form von Laserstrahlung verläßt. Der Übergang von den Absorptionsbändern zum oberen (metastabilen) Laserniveau erfolgt über (meist strahlungslose) Relaxationsprozesse, so daß der entsprechende Energiebetrag in Wärme umgewandelt wird. Daraus folgt, daß der Laserkristall bei höheren Dauerbelastungen, wie sie vor allem im kontinuierlichen Betrieb auftreten, gekühlt werden muß. Berücksichtigen wir ferner, daß darüber hinaus nur ein Teil (z. B. 25%) der Pumpstrahlung auf den Kristall gelangt und dieses Licht wiederum nur teilweise (etwa zu 10%) von den aktiven Zentren absorbiert wird, dann folgt daraus einmal, daß der Wirkungsgrad für den Festkörper-Laser nur einige Prozent beträgt und zum anderen die Leistung der Pumplichtquelle tatsächlich mindestens

$$U_p^{(\mathrm{eff})} = 1{,}2 \cdot 40\ \mathrm{kW} = 48\ \mathrm{kW}$$

für Rubin sein muß. Das macht zugleich deutlich, wie wesentlich für praktische Anwendungen das Bemühen ist, einen möglichst großen Anteil der Pumpstrahlung auch zur Anregung auszunutzen.

4.3.1.3. Pumplichtquellen und Anordnungen

Wesentlich für eine effektive Lasertätigkeit im Festkörper ist, wie wir oben gesehen haben, eine genügend leistungsfähige Pumplichtquelle, die — um unnötige Strahlungsverluste zu vermeiden — eine intensive Strahlung im Bereich der Ab-

sorptionsbänder des entsprechenden Festkörpers besitzen sollte, d. h., die Pumplichtquellen haben bestimmte spektrale Bedingungen zu erfüllen.

Es zeigt sich, daß die in den herkömmlichen Elektronenblitzgeräten benutzten Blitzlampen diesen Forderungen recht gut genügen.

Abb. 23 zeigt die spektrale Verteilung der Emission einer Xenon-Blitzlampe, die sowohl zum Pumpen von Rubin- als auch von Neodym-Lasern gut geeignet ist.

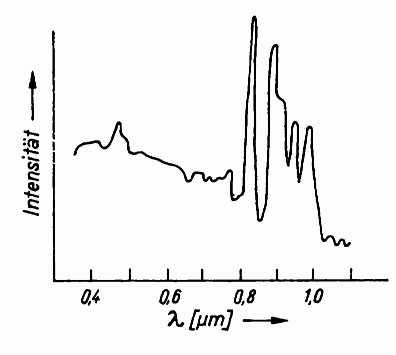


Abb. 23. Spektrale Verteilung der Emission einer Xenon-Blitzlampe

Zum Pumpen von YAG-Lasern (vgl. Abschnitt 4.3.3.) im kontinuierlichen Betrieb werden Gleichlicht-Gasentladungslampen mit Xenon- oder Quecksilberfüllung, aber auch Glühlampen mit hoher Lichtausbeute, insbesondere Halogenlampen, verwendet.

Im ersten Festkörperlaser (Rubin) von MAIMAN (1960) wurde der Kristall im Inneren einer wendelförmigen Blitzlampe angeordnet (Abb. 24). Dieses Verfahren erlaubt eine gute Ausleuchtung des Kristalls, ergibt jedoch einen geringen Wirkungsgrad, da ein großer Teil des Lichtes nicht auf das aktive Medium trifft. Eine höhere

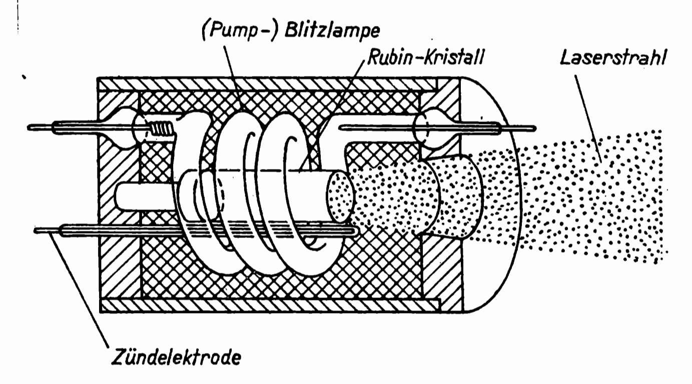


Abb. 24. Aufbau des ersten Festkörper-(Rubin-)Lasers (nach MAIMAN, HOSKINS, D'HAENENS, ASAWA und EVTUHOV (1961))

Lichtausbeute wird möglich, wenn die Blitzlampe von einer hochreflektierenden Schicht umgeben wird, so daß keine Abstrahlung nach außen erfolgen kann. In den letzten Jahren hat sich, von Ausnahmen abgesehen, eine Beleuchtung mit stabförmigen Lampen durchgesetzt. Man umhüllt entweder Lampe und Laserstab relativ eng mit gut reflektierendem oder streuendem Material oder erreicht eine Fokussierung des Pumplichtes auf den Kristall mittels eines elliptischen Zylinder-

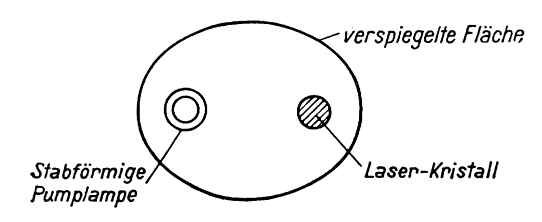


Abb. 25. Schema der Pumpanordnung innerhalb eines elliptischen Zylinders

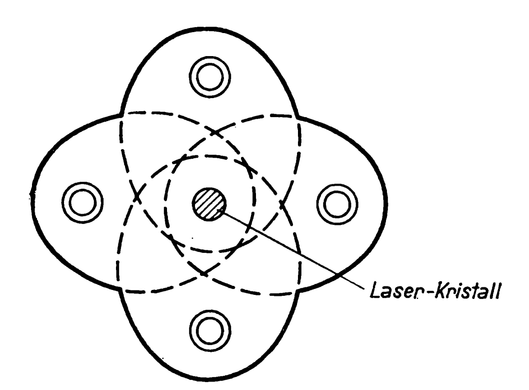


Abb. 26. Schema der Pumpanordnung bei Benutzung von vier elliptischen Zylindern

spiegels. In diesem Fall befindet sich in einem elliptischen Zylinder aus poliertem Silber- oder Aluminiumblech die stabförmige Blitzlampe in dem einen Brennpunkt der Ellipse, so daß das Pumplicht in den anderen Brennpunkt, in dem sich der Laserkristall befindet, fokussiert wird (Abb. 25). Zur Vermeidung einer Abschattung werden in den meisten Fällen 2 Blitzlampen in 2 elliptischen Zylindern mit einer gemeinsamen Brennlinie, in dem sich der Kristall befindet, benutzt. Mit einer solchen Anordnung werden nahezu alle Ansprüche erfüllt, die heute bezüglich des Pumpens eines Festkörperlasers in Forschung und Industrie gestellt werden. In Ausnahmefällen werden auch 4 elliptische Zylinder ineinandergesetzt, wodurch eine günstigere Anpassung der Durchmesser von Kristall und Lampen möglich ist. Allerdings ist eine derartige Anordnung auch recht aufwendig (Abb. 26).

Die Blitzlampen benötigen zu ihrem Betrieb einen sehr hohen Strom. Er wird bei

Impulsbetrieb aus Kondensatoren entnommen, die in der Zeit zwischen den Entladungen durch ein Stromversorgungsgerät aufgeladen werden. Zu Beginn jeder Entladung muß die Gasfüllung der Blitzlampen ionisiert werden, was durch Zündimpulse von mehreren 10 kV Spannung erreicht wird.

Die Entladung selbst kann in ihrem zeitlichen Ablauf durch Wahl der Kapazität der Kondensatoren, und gegebenenfalls unter Benutzung von Drosseln, den Erfordernissen der Anwendung angepaßt werden. Die Entladungsdauer beträgt meist wenige Millisekunden.

Bei der Anordnung von Lampen und Laserkristall muß die häufig erforderliche Kühlung des Kristalls, der Lampen und in extremen Fällen auch des Reflektors berücksichtigt werden. Eine Umhüllung des Laserkristalls mit einem wasserdurchströmten Glasrohr und die Regelung der Wassertemperatur reichen bei geringer Belastung aus, um den Kristall bei günstiger Betriebstemperatur und — falls beispielsweise die temperaturabhängige Emissionsfrequenz konstant gehalten werden soll — mit höherem Aufwand bei konstanter Temperatur zu halten. Bei höherer Belastung, insbesondere bei hohen Impulsfolgen, wird auch die Kühlung der Lampen und schließlich des Reflektors erforderlich.

Nachdem wir wissen, wie die notwendige Besetzungsinversion im Laserkristall erreicht werden kann, verbleibt als weitere wesentliche Aufgabe, eine geeignete Resonanzstruktur zu schaffen. Wie wir in Abschnitt 4.2. erläutert haben, verwendet man im optischen Bereich stets offene Resonatoren, die im einfachsten Fall aus zwei ebenen und zueinander parallelen Spiegeln gebildet werden.

In vielen Fällen wird der Laserstab selbst an seinen Enden plan geschliffen und verspiegelt. Ein solcher Resonator ist sehr stabil, erlaubt aber kein Auswechseln der Spiegel und kein Experimentieren innerhalb des Resonanzraumes. Auch ist das Aufbringen der hochreflektierenden Spiegel bei großen Laserstäben nicht ganz einfach.

Im Labor und auch bei größeren Anlagen wird daher der Laserstab in einen aus getrennt aufgebauten Spiegeln zusammengesetzten Resonator eingebracht, in welchen dann weitere optische Elemente, wie z. B. Modulatoren, eingesetzt werden können. Die Spiegel können dabei — wie in Abschnitt 4.2. ausgeführt — planparallele, konfokale oder andere Resonanzstrukturen bilden. Einer der beiden Spiegel dient zur Auskopplung der erzeugten Laserstrahlung und besitzt daher ein relativ niedriges Reflexionsvermögen (70 bis 90%), während der zweite Spiegel möglichst hochreflektierend sein sollte ($> 95\%$). Die spiegelnden Flächen sind i. a. dielektrische Mehrfachschichten, die — da Absorptionsverluste in den Schichten nicht ganz zu vermeiden sind — hohen optischen Belastungen widerstehen müssen.

4.3.1.4. Die Strahlungseigenschaften des Festkörperlasers

Die spezifischen Ausstrahlungseigenschaften eines Festkörperlasers sind durch eine relativ große Linienbreite und dementsprechend durch geringe Kohärenzlänge der erzeugten Laserstrahlung sowie das Auftreten von sogenannten „Spikes“ oder auch Relaxationsschwingungen zu kennzeichnen.

Die Fluoreszenzlinien der Laserübergänge sind infolge der großen Lebensdauer des oberen Laserniveaus (metastabiles Niveau) im Prinzip sehr schmal. Das aktive Ion ist jedoch in das Kristallgitter des Wirtskristalls eingebaut und nimmt so an den thermischen Gitterschwingungen teil. Es gelangt damit in Bereiche unterschiedlichen Kristallfeldes, so daß sich der Niveauabstand für jedes Ion mit der Zeit ändert. Da innerhalb der Ausstrahlungszeit jedoch viele Gitterschwingungen erfolgen, ergibt sich eine für alle Atome im wesentlichen gleiche und damit homogen verbreiterte Emissionslinie, deren Breite von der Temperatur abhängt. Die Linienbreite beträgt z. B. für Rubin $3{,}5 \cdot 10^{11}$ Hz bei 300 K und reduziert sich auf 10^{10} Hz bei 50 K. Innerhalb dieser Breite liegen aber eine Vielzahl von Resonatoreigenschwingungen (z. B. etwa 100 Axialmoden für einen 10 cm langen verspiegelten Kristall bei Zimmertemperatur). Als Folge der großen Verstärkung in einem Festkörperlaser werden im allgemeinen viele dieser Eigenschwingungen im Laserbetrieb angeregt, so daß die erzeugte Strahlung eine große spektrale Breite besitzt. Allerdings ist auch die Anregung von wenigen oder nur einer Eigenschwingung möglich. Sie ist am einfachsten dann zu realisieren, wenn der Laserkristall innerhalb eines sphärischen Resonators (oder auch eines Ringresonators) angeordnet wird.

Die Anregung von im allgemeinen vielen Eigenschwingungen führt neben der großen Linienbreite einmal zu einer mehr oder weniger ungleichmäßigen Verteilung der Intensität über den Querschnitt des Laserstrahls und bedingt zum anderen eine verschiedentlich auftretende gewisse Unregelmäßigkeit im Zeitverhalten der Ausstrahlung. Die Verhältnisse der Modenstruktur im (gepulsten) Festkörperlaser sind im allgemeinen relativ kompliziert und auch bis heute theoretisch noch nicht vollständig erfaßt, so daß wir uns darauf beschränken wollen, nur einige der in diesem Zusammenhang wesentlichen Gesichtspunkte zu erläutern.

Betrachten wir eine Eigenschwingung eines Resonators, so findet die effektive Wechselwirkung der stehenden Welle mit den aktiven Atomen nur an den Stellen maximaler Feldstärke, also an den Wellenbäuchen statt. Nur dort erfolgt auch der Abbau der Besetzungsinversion. Daher ist es möglich, daß sich weitere Eigenschwingungen ausbilden können, die ihre Maxima an Stellen haben, die von der ersten Welle nicht erfaßt werden, also an deren Wellenknoten. Hinzu kommt, daß der Kristall meist nicht optisch vollständig homogen und der Resonator nicht ideal (z. B. exakt planparallel) ist, so daß verschiedene bevorzugte räumliche Bereiche existieren, was zur Koexistenz verschiedener Eigenschwingungen und zu einer mehr oder weniger regelmäßigen Verteilung der Intensität über den Strahlquerschnitt führt.

Auch das zeitliche Verhalten der Ausgangsstrahlung eines Festkörperlasers wird durch verschiedene Faktoren modifiziert. Mit Beginn des Pumpens erfolgt die Besetzung des oberen Niveaus, von welcher die Fluoreszenzstrahlung ausgeht. Wird mit zunehmender Pumpdauer eine Besetzungsinversion erreicht, so überwiegt die induzierte Emission, und bei ausreichender Verstärkung erfolgt das Einsetzen der Laseroszillation. Der damit verbundene Abbau der Besetzungsinversion führt dazu, daß die Intensität des Strahlungsfeldes wieder abnimmt. Bei anhaltender Pumpeinstrahlung werden die Atome erneut angeregt, so daß die Strahlungsintensität

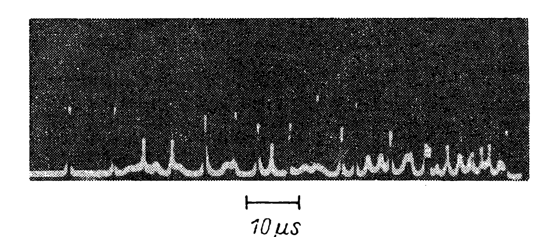


Abb. 27. Spikes eines Rubin-Lasers

wieder ansteigen kann. Dieser Vorgang wiederholt sich periodisch, solange die Pumpstrahlung mit genügender Intensität wirksam ist. Daraus folgt, daß das Anschwingen des Festkörperlasers vielfach in Form von sogenannten „Relaxationsschwingungen" oder „Spikes" erfolgt. Unter geeigneten Bedingungen sind die Relaxationsschwingungen mehr oder weniger stark gedämpft, so daß ein stationärer Betrieb erreicht wird.

Der Abbau der Besetzungsinversion beim Anschwingen kann dabei so weit gehen, daß die Oszillation ganz aussetzt und erst bei genügendem Nachpumpen wieder beginnt. Dieses Verhalten gilt für die verschiedenen Eigenschwingungen, was einmal dazu führt, daß die erhaltene Strahlung Anteile von Eigenschwingungen enthält, die nur eine gewisse, relativ kleine Zeit angeregt sind. (Es tritt ein „Springen" von Eigenschwingungen in der Weise auf, daß eine verschwindet, während eine andere neu anschwingt, was vor allem für Eigenschwingungen weitab vom Zentrum der Fluoreszenzlinie gilt). Zum anderen entstehen infolge der Überlagerung von verschiedenen Eigenschwingungen hohe Impuls-Strahlungsintensitäten, welche keine zeitliche Periodizität zeigen („Spiken" im engeren Sinne). Abb. 27 zeigt die Ausstrahlung (Spikes) eines Rubin-Lasers. Allerdings müssen Spikes oder auch nur Relaxationsschwingungen nicht notwendigerweise immer auftreten, sondern hängen von Kristallgüte, Anordnung und Pumpleistung ab (vgl. hierzu auch Abschnitt 6.1.).

Sehen wir von Kristallinhomogenitäten sowie einer eventuell teilweise inhomogenen Atomlinie ab — beides sind Ursachen für die Koexistenz verschiedener Eigenschwingungen auch im stationären Betrieb — betrachten also eine rein homogen ver-

breiterte Atomlinie, so lassen sich die Strahlungseigenschaften relativ leicht überblicken. Ist durch das Pumpen einmal eine Besetzungsinversion für die Atome erreicht worden, so werden erst einmal alle Resonatoreigenschwingungen, die innerhalb der homogenen Atomlinie liegen und für die die Schwellenbedingung erfüllt ist, anschwingen. Sie werden je nach ihren Verlusten mehr oder weniger verstärkt. Ihre Intensität wächst linear mit der Zeit an. Das gilt so lange, bis sich der Abbau der Inversion, also die Nichtlinearität des Prozesses bemerkbar macht. Da die induzierte Emission und damit der Inversionsabbau proportional zur Intensität des Strahlungsfeldes ist, wird die intensitätsmäßig stärkste Eigenschwingung auf Kosten aller anderen Eigenschwingungen weiter anwachsen. Die übrigen Eigenschwingungen finden so immer weniger angeregte Atome vor und können daher nur noch relativ schwach zunehmen. Überwiegen schließlich ihre Verluste sogar den Gewinn durch die Verstärkung, so klingen diese Eigenschwingungen im Laufe der Zeit ganz ab. Daraus folgt, daß im stationären Betrieb des Lasers (bei homogener Atomlinie und laufenden Wellen, so daß keine räumlich feststehenden Schwingungsknoten auftreten) nur die Eigenschwingung bestehen bleibt, die sich durch minimale Verluste oder, allgemeiner, durch maximale Verstärkung auszeichnet. Das bedeutet, daß im Falle eines kontinuierlichen Festkörperlasers (mit ideal homogener Atomlinie) der Einmodenbetrieb relativ leicht zu erreichen ist.

Da andererseits im Zustand des Anlaufens eine Vielzahl von Eigenschwingungen angeregt sind, die erst beim Einmünden in den nichtlinearen Bereich bis auf eine abklingen, gilt für den Impulsbetrieb des Lasers, daß stets eine Vielzahl von Eigenschwingungen angeregt ist, vorausgesetzt, die Impulslänge ist nicht sehr viel größer als die entsprechenden Abklingzeiten.

Diesem Prozeß des Anschwingens kann selbstverständlich, bei geeigneten Parametern hinsichtlich der Schnelligkeit des Inversionsabbaus, ein zeitliches Spiken (Relaxationsschwingungen) überlagert sein.

Dieses eben erläuterte Abklingen ursprünglich angeregter Eigenschwingungen tritt generell in (idealen) Lasern mit homogen verbreiterter Atomlinie auf (so z. B. beim Farbstofflaser, siehe Abschnitt 4.6.) und wird heute schon in absorptionsspektroskopischen Messungen ausgenutzt.

Abgesehen hiervon liegt jedoch entsprechend der diskutierten Strahlungseigenschaften die Bedeutung der Festkörperlaser auf Gebieten, wo es nicht so sehr auf ein streng definiertes Zeitverhalten sowie eine exakte Modenstruktur ankommt, sondern vielmehr eine hohe Intensität wesentlich ist, wie z. B. bei der Materialbearbeitung, der Plasmaerzeugung, der Auslösung nichtlinearer optischer Effekte u. ä.

Die am häufigsten benutzten Festkörperlaser sind der Rubin- und der Neodym-Laser, die wir im folgenden als zwei typische Beispiele für Festkörperlaser noch etwas ausführlicher betrachten wollen. (Dabei benutzen wir vereinfachend die Bezeichnung Neodym-Laser für die Festkörperlaser, die Neodym (Nd^{3+}) als aktive Ionen enthalten.)

4.3.2. Der Rubin-Laser

Der erste und auch heute noch weitverbreitete optisch gepumpte Festkörperlaser ist der Rubin-Laser (Maiman (1960)). Der Rubin-Kristall besteht aus Aluminiumoxid (Al_2O_3), in dessen Gitter als aktive Atome etwa 0,05% Chrom(Cr^{3+})-Ionen an Stelle von Al-Gitterplätzen eingebaut sind. Es handelt sich dabei im Prinzip um das gleiche Material, wie es auch für Lagersteine (in Uhren) und künstliche

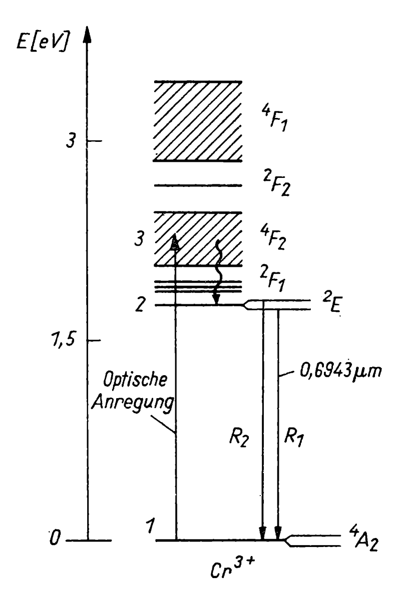


Abb. 28. Energieniveauschema für den Rubin-Festkörperlaser ($Al_2O_3:Cr^{3+}$)

Schmucksteine benutzt wird, nur sind die Anforderungen an Größe und optische Qualität wesentlich höher.

Der Rubin-Laser ist ein 3-Niveau-Laser (siehe Abb. 28), in dem die Besetzungsinversion dadurch erzeugt wird, daß durch optisches Pumpen Elektronen aus dem Grundzustand 1 in den oberen (aus vielen eng benachbarten Niveaus bestehenden) Zustand 3 gebracht werden. Von hier aus erfolgt ein schneller Relaxationsübergang in das Ausgangsniveau 2 der Laserstrahlung. Das Grundniveau 1 bildet auch das Endniveau des Laserübergangs. Daraus folgt (wie wir schon gesehen haben) ein entscheidender Nachteil dieses 3-Niveau-Lasers: Eine Überbesetzung des Niveaus 2 gegenüber dem Niveau 1 erfordert in einem Atomsystem die Anregung von mehr als der Hälfte aller Atome, wozu eine relativ hohe Pumpenergie benötigt wird.

Eine genauere Betrachtung der Energieniveaus zeigt (Abb. 28), daß infolge der Wechselwirkung der Cr^{3+}-Ionen mit dem Feld des Wirtsgitters einmal breite Bänder

(d. h. eine Vielzahl eng benachbarter Niveaus) im blauen und grünen Spektralbereich ($^4F_1$ und $^4F_2$) existieren, die das Pumplicht absorbieren können (wodurch auch die rosa Farbe des Rubins bedingt ist). Zum anderen bestehen das untere und auch das obere (metastabile) Laserniveau aus jeweils zwei eng benachbarten Niveaus, $^4A_2$ sowie ^2E, die aber so dicht beieinanderliegen, daß sie bei Zimmertemperatur praktisch gleichbesetzt sind. In der Regel wird die R_1-Linie (Abb. 28) mit $\lambda = 0{,}694\ \mu m$ ausgestrahlt, da das entsprechende untere E-Niveau die notwendige Besetzungsinversion etwas früher erreicht als das darüberliegende Niveau. Die Lebensdauer der Elektronen in den Pumpbändern liegt bei etwa 10^{-7} s, die in dem oberen (metastabilen) Laserniveau (^2E) beträgt in Abhängigkeit von der Temperatur 2 bis 4 ms.

Die zum Anschwingen des Lasers erforderliche Pumpleistung haben wir bereits in Abschnitt 4.3.1. abgeschätzt. Es ergab sich dort eine Schwellenleistung von 48 kW. Sie liegt so hoch, daß auch heute noch der Rubin-Laser in den meisten Fällen im Impulsbetrieb benutzt wird.

Die Rubin-Kristalle besitzen im allgemeinen einen Durchmesser von 0,3 bis 2 cm und eine Länge bis zu 30 cm. Die in Rubin-Lasern verwendeten Blitzlampen liefern Energien zwischen 200 und 10000 Ws. Die Leistung der erzeugten Laserstrahlung beträgt 10 bis 100 kW bei einer Impulsdauer von 0,1 bis 1 ms. Sie kann noch wesentlich durch eine sogenannte Güteschaltung erhöht werden (wir kommen in Abschnitt 4.7. ausführlich darauf zurück). Im kontinuierlichen Betrieb wird mit dem Rubin-Laser eine Ausgangsleistung von etwa 1 W erreicht. Der Wirkungsgrad liegt unter 1%. Der Rubin-Laser zeigt in den meisten Fällen (abgesehen von speziellen An-

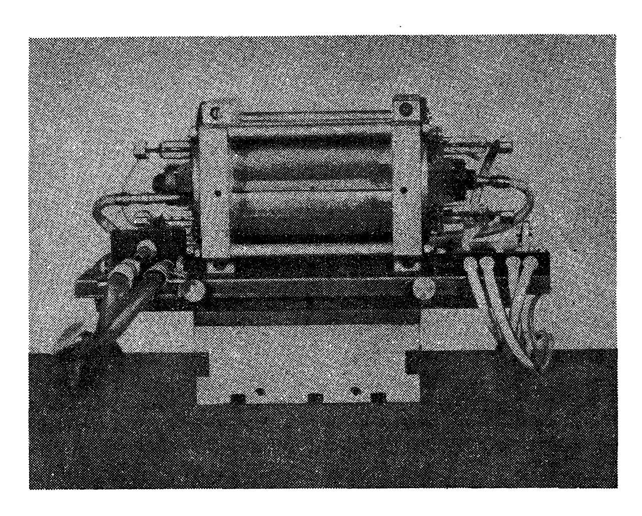
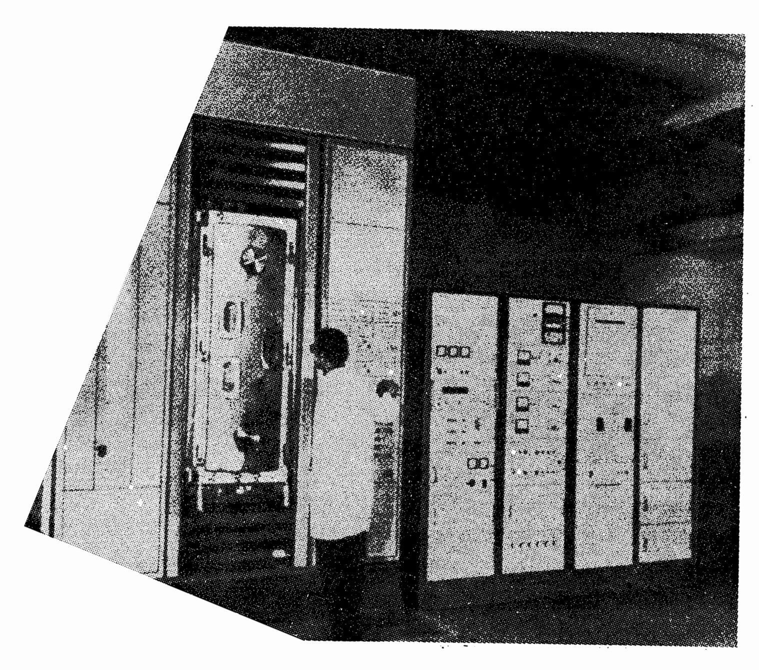


Abb. 29. Seitenansicht eines Rubin-Lasers
(Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie der Akademie der Wissenschaften der DDR)

(vgl. Abb. 27) und wird vielfach zur
Abschnitt 4.7.3.) in Verbindung mit
Rubin-Laser (mit einfach-elliptischer

große praktische Bedeutung besitzt, liegt
stall in optisch einwandfreier Qualität relativ
hanische Festigkeit besitzt, die auch große
ie als Folge der hohen Wärmeleitfähigkeit
Kühlmittel ermöglicht. Die Herstellung der
ngs nach dem sogenannten Verneuil-Verfahren,
niniumoxid-Pulver (zusammen mit Cr_2O_3-Pulver)
ristall-)Keim, der langsam abgesenkt wird, auf-
chnologischer Erfahrung gelang es, bis zu 30 cm
ogene Kristalle herzustellen. In den letzten Jahren
le nach dem wissenschaftlich besser fundierten und
aren Czochralski-Verfahren herzustellen, bei dem der
ogen wird. Eine moderne Anlage dieser Art zeigt Abb. 30.
hierbei allerdings der hohe Schmelzpunkt von Al_2O_3



sanlage
ie der Wissenschaften der DDR)

(etwa 2000°C) auf, der ein spezielles Material für den Schmelztiegel erfordert. Die Bearbeitung der Kristalle zu Stäben, wie sie im Laser notwendig sind, ist wegen der großen Härte des Materials nicht ganz einfach. Nur mit dem noch härteren Diamant kann die Oberfläche geschliffen und poliert werden, wobei die Endflächen, aus denen das Licht austritt, besonders sorgfältig bearbeitet werden müssen. Man strebt hierbei an, daß die Unebenheiten kleiner als 1/10 der Wellenlänge des Lichtes sind. Werden diese Flächen zugleich als Spiegel des Resonanzraumes benutzt, indem reflektierende Schichten aufgebracht werden, so müssen sie darüber hinaus auf wenige Winkelsekunden parallel zueinander und senkrecht zur Stabachse orientiert sein.

4.3.3. Der Neodym-Laser

Weitere heute viel benutzte Festkörperlaser enthalten als aktive Zentren dreifachionisiertes Neodym (Nd^{3+}), das in die verschiedensten Kristalle oder Gläser als Wirtsgitter eingebaut wird.

Viele Untersuchungen wurden durchgeführt mit Calciumwolframat ($CaWO_4$) als Wirtskristall. Die Dotierung mit Nd^{3+}-Ionen beträgt in diesem Fall etwa 1%.

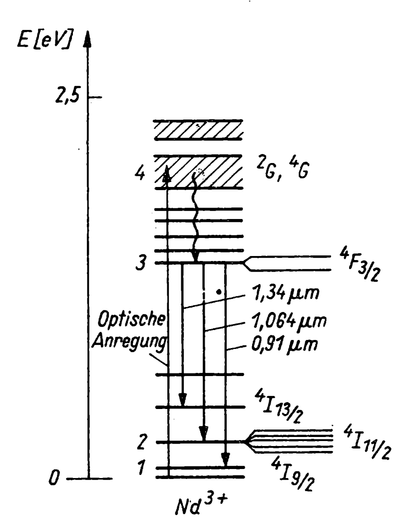


Abb. 31. Energieniveauschema für den Neodym-Festkörperlaser ($CaWO_4$:Nd^{3+}, mit Na^+-Ladungskompensation)

Das vereinfachte Niveauschema ist in Abb. 31 dargestellt und zeigt starke Absorptionsbänder im Bereich zwischen 0,5 und 0,9 µm, die zur Anregung der ^2G-Niveaus führen. Von hier aus gehen die Atome strahlungslos mit einer Quantenausbeute von nahezu Eins in das (mit einer Lebensdauer von $\tau = 160\,\mu s$) metastabile Niveau $^4F_{3/2}$ als Ausgangsniveau für den Laserübergang über. Von diesem Niveau aus er-

folgen Fluoreszenzübergänge zu den Niveaus

$^4I_{13/2}(\lambda = 1{,}34\ \mu m)$, $^4I_{11/2}(\lambda = 1{,}06\ \mu m)$ und $^4I_{9/2}(\lambda = 0{,}91\ \mu m)$,

wobei der Übergang $^4F_{3/2} \to {}^4I_{11/2}$ am stärksten ausgeprägt ist und üblicherweise als Laserübergang benutzt wird, obwohl auch die anderen beiden Übergänge zum Anschwingen gebracht werden können. Wir wollen im folgenden ausschließlich den Übergang $^4F_{3/2} \to {}^4I_{11/2}$ betrachten.

Im Gegensatz zum Rubin bilden die in unserem Zusammenhang interessierenden Niveaus der Nd^{3+}-Ionen in $CaWO_4$ ein 4-Niveau-System. Dabei liegt der Endzustand 2 des Laserübergangs mit 0,22 eV (entsprechend einer Übergangsfrequenz von $6 \cdot 10^{13}$ Hz) so weit über dem Grundniveau 1, daß er auch bei Zimmertemperatur praktisch nicht besetzt ist. Bei Anregung wird er mit einer Relaxationszeit von 10^{-7} s in den Grundzustand entleert. Daraus folgt, wie oben abgeschätzt, daß eine Besetzungsinversion zwischen den Niveaus 3 und 2 mit weit weniger Pumpenergie als beim Rubin erreicht werden kann. Das optische Pumpen erfolgt dabei zwischen den Niveaus 1 und 4, den breiten Absorptionsbändern im grünen bis roten Spektralbereich, wozu meist eine Quecksilberlampe verwendet wird. Die notwendigen Pumpleistungen liegen bei nur etwa 200 W, so daß nach anfänglichem Impulsbetrieb schon von Johnson, Boyd, Nassau und Soden (1962) kontinuierlicher Betrieb bei Zimmertemperatur mit einer Ausgangsleistung von einigen Milliwatt erhalten wurde. Durch Verbesserung der Kristallgüte sowie der Resonatoreigenschaften werden heute mit Pumpleistungen von 1000 W bei Zimmertemperatur Ausgangsleistungen von einigen Watt erreicht.

Eine wesentliche Reduzierung der bei kontinuierlichem Betrieb notwendigen Pumpleistung konnte schließlich dadurch erreicht werden, daß die Nd^{3+}-Ionen in einen anderen Wirtskristall, nämlich in Yttrium-Aluminium-Granat ($Y_3Al_5O_{12}$) eingebaut wurden. Wir sprechen in diesem Falle vielfach abkürzend von einem YAG-Laser. Der Vorteil besteht darin, daß die Nd^{3+}-Ionen in $Y_3Al_5O_{12}$ eine um den Faktor 1/3 kleinere Fluoreszenzlinienbreite und damit eine größere Lebensdauer des Niveaus 3 sowie eine größere spektrale Energiedichte der Linie besitzen und daß der Absorptionsquerschnitt für die zwischen 0,75 und 0,88 µm liegende Pumpstrahlung um den Faktor 3 größer ist als bei Nd^{3+} in $CaWO_4$. Ferner läßt sich ein YAG-Kristall in optisch besserer Qualität herstellen, und schließlich entfallen die Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Ladungskompensation, da in diesem Fall ein Y^{3+}-Ion durch ein gleich geladenes Nd^{3+}-Ion zu ersetzen ist. Wird dann als Pumpquelle eine vorwiegend zwischen 0,7 und 0,9 µm strahlende Wolframlampe verwendet, so genügt für den kontinuierlichen Betrieb eines YAG-Lasers eine Pumpleistung von etwa 200 W. Als Ausgangsleistung werden im Impulsbetrieb bis zu 10^5 W für eine Impulsdauer von 10^{-6} s erhalten. Die im kontinuierlichen Betrieb erzielten Leistungen betragen im Labor bei entsprechender Pumpleistung etwa 250 W.

Ähnlich wie beim Rubin zeigt eine genauere Betrachtung des Niveauschemas der in YAG eingebauten Nd^{3+}-Ionen, daß die Laserniveaus 3 und 2 eine Vielzahl von

Unterniveaus besitzen, die zu einer Reihe von Laserlinien in der Nähe von $\lambda = 1{,}06\ \mu m$ Anlaß geben und bei geeigneter Abstimmung des Resonators auch einzeln angeregt werden können.

Neodym wurde noch in eine Vielzahl von anderen Kristallen eingebaut, wie z. B. in $SrWO_4$, $CaMoO_4$, $PbMoO_4$, $CaNb_2O_6$ u. a., doch sind diese Lasertypen mehr von akademischem Interesse und haben bisher keine große Bedeutung erlangt. Lediglich die Verwendung von Glas als Wirtssubstanz hat sich noch als sehr vorteilhaft erwiesen und wird daher auch häufig benutzt. In Glas sind allerdings die aktiven Ionen nicht an bestimmte Gitterplätze gebunden, so daß die Wechselwirkung mit der Umgebung noch weniger gleichmäßig als in Kristallen und damit die homogene

Tabelle 2

Ion	Wirtskristall	Laser-Wellenlänge [μm]	Temperatur [K]	Literatur
1. Seltene Erden				
Pr^{3+}	$CaWO_4$	1,047	77	Yariv, Porto und Nassau (1962)
Ho^{3+}	$CaWO_4$	2,046; 2,059	77	Johnson, Boyd und Nassau (1962/2)
	$Y_3Al_5O_{12}$			Johnson, Geusic und Van Uitert (1965)
Tm^{3+}	$CaWO_4$	1,911; 1,916	77	Johnson, Boyd und Nassau (1962/1)
Eu^{3+}	Y_2O_3	0,611	220	Chang (1963)
Er^{3+}	$CaWO_4$	1,612	77	Kiss und Duncan (1962/1)
Yb^{3+}	Glas	1,015	77	Etzel, Gandy und Ginther (1962)
	$Y_3Al_5O_{12}$	1,03	77	Johnson, Geusic und Van Uitert (1965)
Sm^{2+}	CaF_2	0,709	20	Kaiser, Garrett und Wood (1961)
Tm^{2+}	CaF_2	1,116	20	Kiss und Duncan (1962/2)
Dy^{2+}	CaF_2	2,36	77	Kiss und Duncan (1962/1)
2. Übergangsmetalle				
Ni^{2+}	MgF_2	1,62	77	Johnson, Dietz und Guggenheim (1963)
Co^{2+}	MgF_2	1,75; 1,80	77	Johnson, Dietz und Guggenheim (1964)
3. Aktiniden				
U^{3+}	CaF_2	2,51; 2,613	77	Sorokin und Stevenson (1960)

Linienverbreiterung sehr groß ist ($2 \cdot 10^{13}$ Hz). Hinzu kommt in vielen Fällen noch eine inhomogene Verbreiterung. Der Vorteil liegt jedoch darin, daß die Herstellung von optisch einwandfreiem Glas in größeren Stücken technisch besser zu beherrschen ist als das Züchten von großen Kristallen. So ist die Herstellung von Laserstäben bis zu 70 cm Länge und 7 cm Durchmesser möglich, wie sie insbesondere in Laserverstärkern zur Erzeugung extrem großer Impulsleistungen benutzt werden.

Nd-Festkörperlaser ($CaWO_4$:Nd^{3+}, $Y_3Al_5O_{12}$:Nd^{3+}, Glas: Nd^{3+}) werden, wie der Rubin-Laser, oft in Verbindung mit einer Güteschaltung, zur Erzeugung intensiver Laserstrahlung bei den verschiedenen Wellenlängen vorwiegend im Impulsbetrieb benutzt. Für den kontinuierlichen Betrieb, vor allem als Pumplichtquelle in der nichtlinearen Optik (vgl. Kapitel 7) wird in erster Linie der YAG-Laser verwendet.

4.3.4. Andere Festkörperlaser

Neben den im vorstehenden behandelten Ionen als aktive Atome für einen Festkörperlaser gibt es noch eine Vielzahl weiterer Atome, die die in Abschnitt 4.3.1.1. genannten Bedingungen erfüllen und die, in geeignete Wirtsgitter eingebaut, Lasertätigkeit zeigen. Jedoch haben diese kein so großes Interesse gefunden wie die Cr^{3+}- und Nd^{3+}-Ionen, da sie im allgemeinen nur Impulsbetrieb bei relativ großer Schwellenleistung und einer kleineren Ausgangsleistung und das auch nur bei tiefen Temperaturen ($\leqq 77$ K) gestatten. Ihre Bedeutung besteht vor allem darin, daß mit ihnen — zumindest prinzipiell — Strahlungsquellen zur Verfügung stehen, die Laserstrahlen in den verschiedensten Wellenlängenbereichen liefern. In Tabelle 2 sind einige der Ionen mit den dazugehörigen Wellenlängen, für die Lasertätigkeit beobachtet wurde, zusammengestellt. Insgesamt sind heute mehr als 100 Ionen bekannt, die sich als aktive Zentren für optisch gepumpte Laser eignen.

4.4. Der Gaslaser

4.4.1. Allgemeine Grundlagen

Der Gaslaser ist der zur Zeit am häufigsten genutzte Lasertyp. Diese Feststellung gilt sowohl hinsichtlich der industriellen Anwendung von Lasern als auch für den Bereich der Forschung. Gaslaser sind im allgemeinen einfach zu handhaben und besitzen eine Reihe von Eigenschaften, die sie für Anwendungen in Industrie und Forschung besonders geeignet machen. Sie werden meist im kontinuierlichen Be-

trieb verwendet. Die Anregung erfolgt fast ausschließlich durch eine elektrische Entladung in dem mit Gas gefüllten Laserrohr. Die homogene Anregung des gasförmigen Mediums bedingt, daß der Laser kontinuierlich Licht mit für lange Zeit stabilen, gut reproduzierbaren Eigenschaften ausstrahlt. Gerade letztere Eigenschaft macht ihn für wissenschaftliche Forschungen besonders geeignet. Die meisten Untersuchungen zum prinzipiellen Verständnis des Lasers und seiner Eigenschaften wurden mit einem speziellen Gaslasertyp, dem He-Ne-Laser, ausgeführt.

4.4.1.1. Das Prinzip des Gaslasers

Wie wir wissen, ist die notwendige Voraussetzung für den Betrieb eines Lasers, daß für die Energieniveaus des betrachteten Übergangs der Laseratome eine Inversion der Besetzungszahlen geschaffen werden kann. Wir wollen daher im folgenden die allgemeinen Bedingungen diskutieren, unter denen sich in einem gasförmigen Medium eine Besetzungsinversion erzielen läßt. Wir stellen uns dazu ein 3-Niveau-System vor, bei dem die beiden Laserniveaus in großem Abstand über dem Grundzustand liegen sollen, so wie es bei den in Betracht kommenden Gasatomen auch vielfach der Fall ist. Die Aufgabe besteht dann darin, das obere Laserniveau möglichst selektiv anzuregen, also zu pumpen, und gleichzeitig für eine ständige Entleerung des unteren Niveaus zu sorgen. Dazu ist für einen kontinuierlichen Betrieb — wie er bei Gaslasern zumeist angestrebt wird — erforderlich, daß die Lebensdauer der oberen Niveaus beträchtlich größer als die der unteren ist. Man benutzt daher häufig Übergänge, deren oberes Niveau einem metastabilen Zustand mit einer Lebensdauer von beispielsweise 10^{-3} s entspricht. Die Anregung des oberen Niveaus erfolgt in Gaslasern fast ausschließlich in einer elektrischen Gasentladung, wobei die Laseratome auf direktem oder indirektem Wege durch Elektronenstoß angeregt werden, während das untere Niveau über Relaxationsprozesse (einschließlich strahlender Übergänge) entleert wird. Der Anregungsmechanismus durch Elektronenstoß bedingt eine Reihe von typischen Besonderheiten der Gaslaser. Zunächst darf der Druck im Laserrohr nicht zu groß gewählt werden, damit bei den in der Gasentladung vorliegenden begrenzten Feldstärken die mittlere freie Weglänge der Elektronen groß genug ist, daß ihre kinetische Energie zur Anregung der laseraktiven Atome ausreicht. Die daraus folgenden relativ niedrigen Drücke von im allgemeinen 0,1 bis 20 Torr begrenzen aber die pro Volumeneinheit erreichbare Leistung, so daß bis vor kurzem bei hohen Anforderungen an die Laserleistung (z. B. in der nichtlinearen Optik) die Anwendung von Gaslasern nicht in Betracht kam. Hier weist allerdings der in Abschnitt 4.4.4. beschriebene Hochdruck-CO_2-Laser den Weg, wie auch bei Benutzung gasförmiger Substanzen hohe Energien und Leistungen zu erzielen sind.

Die Elektronenstoßanregung in der Gasentladung hängt ferner von der Geometrie, insbesondere vom Durchmesser des Laserrohres ab. Dabei stellt sich heraus, daß die Verteilung der Elektronenenergien und damit die Bedingungen für die Elektronen-

stoßanregung näherungsweise konstant bleiben, wenn sich das Produkt aus Rohrdurchmesser und Gasdruck nicht ändert (pD = const). Wir werden feststellen, daß für jeden der in den folgenden Abschnitten diskutierten Gaslasertypen diese Beziehung experimentell bestätigt wurde. Ein Laserrohr mit verringertem Durchmesser kann bei höherem Gasdruck betrieben werden und ermöglicht so eine höhere Leistungserzeugung pro Volumeneinheit. Mit dem Gasdruck wird die Besetzungsinversion und damit (vgl. Kapitel 2.) auch die Klein-Signal-Verstärkung vergrößert.

Eine weitere Beschränkung der erreichbaren Besetzungsinversion ist bei Gaslasern durch die Betriebsbedingungen der elektrischen Entladung im Laserrohr gegeben. Generell läßt sich nämlich feststellen, daß die der Gasentladung zuführbare elektrische Leistung begrenzt ist. Im einfachsten Fall setzt die thermische Belastbarkeit des Laserrohres eine Grenze, häufiger erreicht jedoch die Besetzungsinversion bei einer bestimmten Pumpleistung einen Sättigungswert und wird bei stärkerem Pumpen wieder geringer. Diese Begrenzung der Besetzungsinversion hängt dabei u. a. damit zusammen, daß die Entleerung des unteren Laserniveaus, die im allgemeinen über Relaxationsprozesse von unterschiedlichem Charakter erfolgt, mit wachsender Pumpleistung schwieriger wird.

Schätzen wir die für den Laserbetrieb notwendige Besetzungsinversion ab und betrachten hierzu als Beispiel den He-Ne-Laser, bei dem ein Übergang in den Ne-Atomen bei der Wellenlänge $\lambda = 0{,}633\ \mu\mathrm{m}$ erfolgt (vgl. Abschnitt 4.4.2.). Die spontane Übergangswahrscheinlichkeit beträgt für diesen Fall $A \approx 10^7\ \mathrm{s}^{-1}$, und die Linienbreite liegt bei $\Delta\nu \approx 10^8$ Hz. Mit diesen Werten und mit einer Verlustkonstanten $\varkappa = 3 \cdot 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$ folgt aus Gl. (2,13) $\frac{\sigma_0}{V} = 6 \cdot 10^6\ \mathrm{cm}^{-3}$. Bei einem Gasdruck von 0,1 Torr beträgt die Teilchendichte $N_0 \approx 3{,}5 \cdot 10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$, liegt also weit oberhalb des für die Inversionsdichte erforderlichen Schwellenwertes. Setzen wir das untere Laserniveau als praktisch nicht besetzt voraus, so ist also nur jedes 10^9te Atom anzuregen, was selbst bei einer kleinen Stoßwahrscheinlichkeit in der Gasentladung sicher möglich ist. Damit ist auch in einem gasförmigen Atomsystem Lasertätigkeit zu erzielen, wenn für eine genügend gute Rückkopplung, also möglichst kleine Verluste, gesorgt wird. Aus diesem Grunde sind insbesondere für Laserübergänge mit geringer Verstärkung Resonatorspiegel mit möglichst hohem Reflexionsvermögen (z. B. Interferenzspiegel) zu verwenden.

Wir werden für die erreichbaren Verstärkungen, Ausgangsleistungen und für den Wirkungsgrad konkrete Werte angeben, wenn wir einige spezielle Gaslasertypen etwas detaillierter betrachten.

Um in einer Gasentladung die notwendige Besetzungsinversion und damit die Voraussetzung für Lasertätigkeit zu schaffen, sind eine Reihe von konstruktiven Besonderheiten zu beachten, die den Gaslasern (bis auf einzelne Ausnahmen) gemeinsam sind.

Wir betrachten hierzu Abb. 32, in welcher die wesentlichen Teile eines Gaslaser-

aufbaus dargestellt sind. Das Gaslaserrohr, das sich zwischen den beiden Resonatorspiegeln (S) befindet, besteht aus einem Rohr (Kp) mit einem Durchmesser von einigen Millimetern (1 bis 20 mm). Die Beschränkung auf relativ geringe Durchmesser wird bei der Diskussion der einzelnen Lasertypen verständlich werden: Die Nähe der Wand, die unter Umständen noch gekühlt wird, kann für die Entleerung des unteren Laserniveaus von wesentlicher Bedeutung sein. Das Laserrohr wird mit planparallelen Platten (B) abgeschlossen, die möglichst geringe Verluste für die betreffende Laserstrahlung besitzen sollen. Man verwendet daher optisch homogenes Material (z. B. Glas), das nur sehr geringe Absorptions- und Streuverluste für die

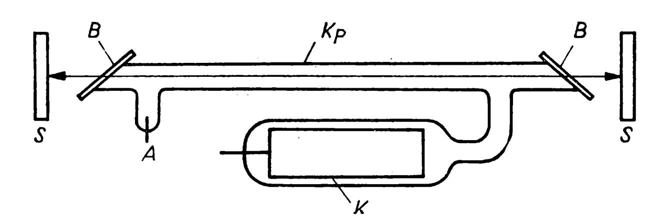


Abb. 32. Prinzipielles Schema eines Gaslaseraufbaus

Laserwellenlängen aufweist. Um die Reflexionsverluste an den Abschlußfenstern auf ein Minimum zu senken, bringt man die Platten unter dem Brewster-Winkel α_B an, der durch die Beziehung $\tan \alpha_B = n$ gegeben ist (wobei n den Brechungsindex für das betreffende Material bei der Laserwellenlänge bezeichnet). In diesem Fall schwingt dann die elektrische Feldstärke des Laserstrahlungsfeldes bevorzugt in einer Richtung (in der Einfallsebene des Laserstrahles in bezug auf die Brewster-Fenster). Die Strahlung ist daher nahezu vollständig linear polarisiert. Will man eine definierte Polarisation vermeiden, dann setzt man die Laserspiegel direkt an das Laserrohr an (Innenspiegel) oder verwendet — falls die Verstärkung es zuläßt — senkrechte Abschlußfenster.

In Abb. 32 sind ferner in den seitlichen Ansatzstücken die Elektroden (Anode A, Kathode K) eingezeichnet, die zur Anregung des in dem Rohr befindlichen Gases durch eine elektrische Gleichstromentladung notwendig sind. Während die Struktur der Anode unerheblich ist, haben die Dimensionierung und das Material der Kathode wesentlichen Einfluß auf die Lebensdauer eines abgeschmolzenen Gaslaserrohres. Für die wichtigsten Lasertypen sind optimale Varianten von kalten oder geheizten Kathoden entwickelt worden. In einigen Fällen hat sich auch eine Anregung durch ein Hochfrequenzfeld oder die Kombination von Gleichstrom- und Hochfrequenzanregung als vorteilhaft erwiesen.

4.4.1.2. Die Strahlungseigenschaften des Gaslasers

Wie bei jedem anderen Laser wird das spektrale Verhalten ganz allgemein durch die spektralen Eigenschaften des aktiven Lasermediums und die Modenstruktur des Laserresonators bestimmt. Beim Gaslaser wird nun jedoch im besonderen die spektrale Breite der Atom- bzw. Molekülllinien auf Grund der Beweglichkeit der Gaspartikeln durch den Doppler-Effekt beeinflußt. Die beobachtete Frequenz ν der Atome (die im Ruhezustand die Frequenz ν_0 und die homogene Linienbreite $\Delta\nu_h$ besitzen) hängt von der Größe der Geschwindigkeit ab, die sie in bezug auf die Strahlrichtung des Lasers besitzen. Es gilt

$$2\pi\nu = 2\pi\nu_0 + \boldsymbol{k}\boldsymbol{v}, \tag{4,23}$$

wobei $\boldsymbol{v}$ den Geschwindigkeitsvektor und $\boldsymbol{k}$ den Wellenzahlvektor des Laserstrahls bezeichnen. Die Gesamtheit aller Atome mit verschiedenen Geschwindigkeiten führt daher auf ein gaußförmiges Linienprofil mit der Halbwertsbreite

$$\Delta\nu_D = \frac{2}{\lambda}\sqrt{\frac{2kT\ln 2}{M}}. \tag{4,24}$$

Während die Änderungen der Doppler-Breite in Abhängigkeit von der Gastemperatur T und der Atommasse M im allgemeinen gering sind, ergibt die Abhängigkeit von der Wellenlänge, daß die Doppler-Breite $\Delta\nu_D$ in weiten Bereichen von beispielsweise 50 MHz (beim CO_2-Laser mit $\lambda = 10{,}6\ \mu m$) bis 3500 MHz (beim Argon-Laser mit $\lambda = 0{,}448\ \mu m$) variieren kann.

Im sichtbaren und nahen infraroten Spektralbereich ist die Doppler-Breite $\Delta\nu_D$ wesentlich größer als die homogene Linienbreite $\Delta\nu_h$, die bei den allgemein verwendeten Drücken von einigen Torr in der Größenordnung von etwa 100 MHz liegt. In diesem Fall strahlen also nicht mehr alle Atome in den für das gesamte Atomsystem möglichen Spektralbereich, und man spricht daher von einer inhomogen verbreiterten Linie mit der inhomogenen Breite $\Delta\nu_D$ (vgl. Kapitel 2.).

Die inhomogene Linienverbreiterung hat für den Gaslaser eine Reihe von Konsequenzen, deren wesentlichste hier angedeutet werden soll. Wir stellen uns dazu vor, daß der Laser mit der Frequenz ν_L schwingt, die durch eine Eigenfrequenz des Resonators gegeben ist und die an irgendeiner Stelle innerhalb des Doppler-Profils der entsprechenden Atomlinie liegt (Abb. 33).

Das in Abb. 33 dargestellte Doppler-Profil kann als spektrale Verstärkungskurve des Laserübergangs der Atomfrequenz ν_0 angesehen werden. Es repräsentiert gleichzeitig die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Besetzungsinversion, da ja die Verstärkung für eine bestimmte Frequenz durch die Anzahl der angeregten Atome mit der entsprechenden Geschwindigkeit, genauer, durch die Differenz der Atome im oberen und unteren Laserniveaus bei dieser Geschwindigkeit, bestimmt wird.

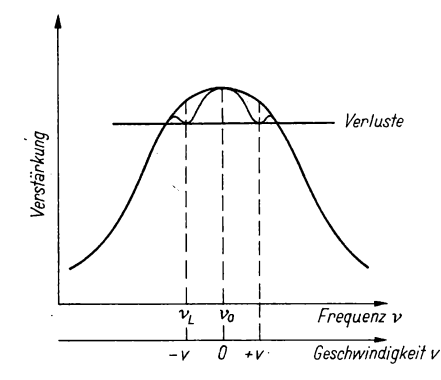


Abb. 33. Spektrale Verstärkungskurve eines Gaslasers

Zu der Laserschwingung mit der Frequenz $\nu = \nu_L$ tragen alle die Atome bei, die Licht mit der Frequenz ν_L emittieren können. Das sind (bei Vernachlässigung kleiner Effekte, die zum Abbau des gesamten Verstärkungsprofils führen) alle Atome, deren Frequenzen ν innerhalb eines Frequenzbereichs mit der Breite $\Delta\nu_h$ und dem Zentrum ν_L liegen,

$$\nu_L - \frac{\Delta\nu_h}{2} < \nu < \nu_L + \frac{\Delta\nu_h}{2}. \tag{4,25}$$

Diesem Frequenzbereich entspricht nach Gl. (4,23) ein ganz bestimmtes Geschwindigkeitsintervall, das gegeben ist durch

$$\nu_L - \nu_0 - \frac{\Delta\nu_h}{2} < \frac{1}{2\pi}\boldsymbol{kv} < \nu_L - \nu_0 + \frac{\Delta\nu_h}{2}. \tag{4,26}$$

Berücksichtigt man noch, daß der Laserstrahl das aktive Medium in zwei entgegengesetzten Richtungen durchläuft ($\pm\boldsymbol{k}$), dann folgt, daß die Laserschwingung im wesentlichen durch zwei Atomgruppen „gespeist" wird, deren auf die Laserachse bezogene Geschwindigkeitskomponenten entgegengesetzte Richtungen haben und deren Betrag innerhalb der durch Gl. (4,26) gegebenen Grenzen liegt. Bei einer inhomogen verbreiterten Linie nimmt also jeweils nur ein bestimmter Bruchteil aller laserfähigen Atome an der Laserschwingung teil.

Man kann diesen Sachverhalt auch am Verstärkungsprofil des betrachteten Laserübergangs direkt nachweisen. Wie in Kapitel 2. erläutert wurde, führt die Sättigung im Laser dazu, daß im stationären Betrieb die Verstärkung die Verluste gerade kompensiert. Die Besetzungsinversion wird im stationären Betrieb so weit abgebaut, bis die Sättigungsverstärkung gleich den Verlusten ist. Abgebaut wird aber natürlich nur die Besetzungsinversion der am Laserprozeß wirklich beteiligten Atomgruppen. Daraus folgt, daß in die Verstärkungskurve durch den nichtlinearen Laserprozeß zwei Löcher „gebrannt" werden („hole burning"), die symmetrisch zur Atomfrequenz ν_0 liegen und deren Breite gemäß Formel (4,25) der homogenen Linienbreite $\Delta\nu_h$

entspricht (vgl. Abb. 33). Dieser Tatbestand wird im normalen Laserbetrieb im allgemeinen nicht bemerkt. Er läßt sich aber unmittelbar nachweisen, wenn man die Laserfrequenz ν_L beispielsweise durch Längenänderung des Resonators über das Doppler-Profil verschiebt. Die erhaltene Abstimmkurve, bei der die Laserleistung als Funktion der Laserfrequenz registriert wird, zeigt im Zentrum der Dopplerkurve eine Einsattelung („Lamb-dip"), deren Breite der homogenen Linienbreite entspricht. Im Zentrum der Doppler-Kurve fallen nämlich die beiden zuvor erwähnten „Löcher" zusammen. Hier stehen dem hin- und rücklaufenden Laserfeld — grob gesprochen — nur halb soviel Atome zur Verfügung (nämlich gerade die, deren Geschwindigkeitsvektoren nahezu senkrecht auf der Laserachse stehen), und die Laserausgangsleistung weist daher ein relatives Minimum auf (vgl. Abschnitt 6.2.).

Es existieren eine Reihe weiterer Effekte, die auf der inhomogenen Linienverbreiterung beim Gaslaser beruhen. Der experimentelle Nachweis dieser Effekte setzt u. a. eine definierte Anzahl von im allgemeinen nur wenigen Lasermoden voraus. Wir haben einige Verfahren zur Selektion einzelner Lasermoden in Abschnitt 4.2.4. diskutiert und werden bestimmte Einzelheiten oder Besonderheiten in Verbindung mit den einzelnen Gaslasertypen behandeln, denen wir uns im folgenden zuwenden wollen.

Nun sind seit der Realisierung des ersten Gaslasers im Jahre 1961 derart viele Lasersubstanzen mit Übergängen in einem weit ausgedehnten Spektralbereich (von etwa 0,1 μm bis 800 μm) bekanntgeworden, daß eine Auswahl nicht ganz leicht fällt. Wir wollen, ausgehend von der Beschaffenheit des Lasermediums, vier Hauptgruppen unterschieden: Gaslaser mit neutralen Atomen, Ionengaslaser, Molekulargaslaser und Metalldampflaser. Dabei werden wir jeweils an Hand eines speziellen, repräsentativen Beispiels die wesentlichen Gesichtspunkte jeder dieser Gruppen von Gaslasern diskutieren. Obwohl Gaslaser vielfach auch im Impulsbetrieb verwendet werden, wollen wir im weiteren vorwiegend auf die Probleme von kontinuierlich betriebenen Gaslasern eingehen.

4.4.2. Der He-Ne-Laser

Der He-Ne-Laser, der erste — von Javan, Bennett und Herriott (1961) realisierte — Gaslaser ist auch heute noch der am häufigsten verwendete Gaslasertyp.

Die zur Erzeugung der Besetzungsinversion erforderliche selektive Anregung des oberen Niveaus der Laserübergänge wird im He-Ne-Laser auf eine auch für andere Gaslasersysteme typische Weise erreicht. In der Gasentladung werden durch Elektronenstöße im wesentlichen nur die He-Atome angeregt. Dabei gehen die He-Atome in die beiden metastabilen Niveaus 2^1s und 2^3s über (siehe Abb. 34). Diese beiden Niveaus stimmen nun — zufällig — mit den 3s- bzw. 2s-Niveaus der Neon-Atome energetisch so gut überein, daß die angeregten He-Atome ihre Energie durch Stöße

zweiter Art an die Neon-Atome abgeben und diese vom Grundzustand in die 3s- bzw. 2s-Niveaus „pumpen“ können. Auf diese Weise wird eine Besetzungsinversion zwischen den 3s- bzw. 2s-Niveaus und den energetisch tiefer gelegenen 3p- bzw. 2p-Niveaus der Neon-Atome erreicht. Die He-Atome dienen also in diesem Anregungssystem lediglich zur selektiven Übertragung der Energie von den bewegten Elektronen der Gasentladung auf die laserfähigen Neon-Atome. Dabei zeigt sich, daß das He^3-Isotop besonders gut für die Energieübertragung geeignet ist.

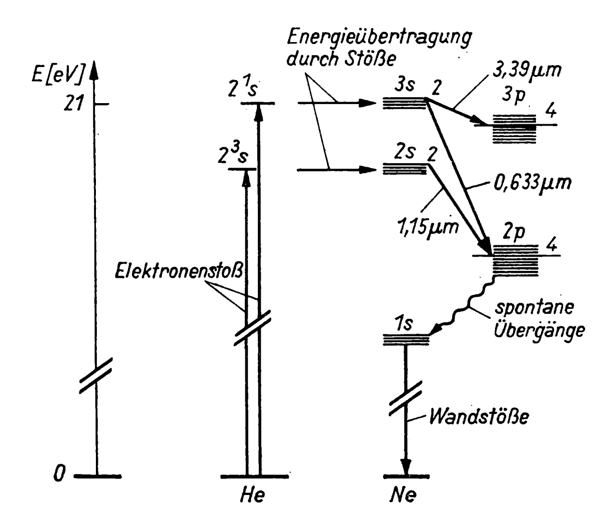


Abb. 34. Energieniveauschema des He-Ne-Lasers

Die Entleerung der unteren Laserniveaus erfolgt durch spontane Strahlungsübergänge zum metastabilen 1s-Niveau des Neons. Die anschließenden Übergänge zum Grundzustand ergeben sich im wesentlichen als Folge der Zusammenstöße der Neon-Atome mit der Wand des Laserrohres. Letzterer Umstand bedingt u. a. die Abhängigkeit der Laserverstärkung vom Rohrdurchmesser und führt dazu, daß der Durchmesser der He-Ne-Laserrohre im allgemeinen nicht mehr als 5 mm beträgt.

Für das Erreichen einer möglichst großen Besetzungsinversion existiert eine optimale Entladungsstromdichte, die zwischen 0,05 und 0,5 A/cm² liegt. Bei höheren Stromdichten nähert sich die Besetzung des oberen Laserniveaus einem Sättigungswert, während die Besetzungsdichte des unteren Niveaus weiter anwächst.

Optimale Werte lassen sich ebenfalls für die Drücke der einzelnen Gaskomponenten finden. Während der Totaldruck p nach der empirischen Formel $pD \approx$ 4 Torr mm vom Rohrdurchmesser D abhängt (vgl. Abschnitt 4.4.1.1.), beträgt das Verhältnis der Partialdrucke von He und Ne etwa 6:1.

Die auf Grund der so erzeugten Besetzungsinversion möglichen Laserübergänge sind aus Abb. 34 ersichtlich. Dabei werden die drei wesentlichen Wellenlängenbereiche des He-Ne-Lasers durch die jeweils stärksten Laserlinien bei 3,39 µm

($3s^2 \rightarrow 3p^4$), 1,15 μm ($2s^2 \rightarrow 2p^4$) und 0,633 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^4$) repräsentiert. Neben den genannten Linien sind in jedem Wellenlängenbereich eine ganze Anzahl weiterer Linien laserfähig, die allerdings in den meisten Fällen ein gemeinsames oberes Niveau besitzen, so daß im Experiment im allgemeinen nur die jeweils stärksten Linien bei den obigen Wellenlängen auftreten. Nur wenn in den Laserresonator ein wellenlängenselektives Element, beispielsweise ein Prisma, eingebracht wird, läßt sich auch Laserbetrieb auf den anderen, schwächeren Linien erreichen. WHITE und RIGDEN (1963) haben auf diese Weise z. B. folgende Linien im sichtbaren Bereich nachweisen können: 0,594 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^8$); 0,605 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^7$); 0,612 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^6$); 0,629 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^5$); 0,635 μm ($2s^2 \rightarrow 2p^3$); 0,640 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^2$); 0,730 μm ($3s^2 \rightarrow 2p^1$).

Gemäß der Aussage der Bilanzgleichungen (vgl. Kapitel 2.) wird die Verstärkung des He-Ne-Lasers bei kleinen Intensitäten, die sogenannte Klein-Signal-Verstärkung, durch den Einstein-Koeffizienten für den betreffenden Übergang und die bei Abwesenheit des Strahlungsfeldes vorliegende Besetzungsinversion bestimmt. Bei gleichen Besetzungsverhältnissen unterscheiden sich die verschiedenen Übergänge des He-Ne-Lasers lediglich durch ihre Einstein-Koeffizienten. In der Tat lassen sich die Unterschiede der experimentell ermittelten Verstärkungskoeffizienten g (siehe Gl. (2,18)) für kleine Signale in guter Näherung durch die Wellenlängenabhängigkeit der Einstein-Koeffizienten ($\sim \lambda^3$) erklären. Sie betragen bei vergleichbaren äußeren Bedingungen etwa 100 m^{-1} bei $\lambda = 3{,}39$ μm, etwa 4 m^{-1} bei $\lambda = 1{,}15$ μm und etwa 0,5 m^{-1} bei $\lambda = 0{,}633$ μm.

Diesen Werten für die Verstärkung ist beim Aufbau und beim Betrieb des He-Ne-Lasers in den verschiedenen Wellenlängenbereichen Rechnung zu tragen. So gilt es beispielsweise für den Betrieb bei der Wellenlänge $\lambda = 0{,}633$ μm, die Verluste im Laserresonator so klein wie möglich zu halten, damit der Laser bei der relativ geringen Verstärkung im sichtbaren Bereich überhaupt anschwingen kann. Man benutzt daher im allgemeinen Interferenzspiegel mit dielektrischen Schichten, die für diese Wellenlänge einen Reflexionsgrad größer als 99% besitzen können. Sind die Laserspiegel nicht direkt an das Laserrohr angebracht, muß das Laserrohr mit Fenstern unter dem Brewster-Winkel abgeschlossen werden. Die geringste Länge des Laserrohrs, für die noch Laserbetrieb im sichtbaren Bereich möglich ist, beträgt unter diesen Bedingungen etwa 5 cm.

Ganz anders sehen die Verhältnisse beispielsweise bei der infraroten Wellenlänge $\lambda = 3{,}39$ μm aus. Hier ließe sich bereits Laserbetrieb bei einer Rohrlänge von etwa 1 cm erzielen. Die Verstärkung ist so hoch, daß man diesen Übergang auch praktisch zur Verstärkung kleiner Signale benutzen kann. Von einer bestimmten Länge an (etwa 2 m) kann das Laserrohr auch ohne Resonatoranordnung Laserstrahlung aussenden (Superstrahler). Der infrarote Übergang bei 3,39 μm macht sich störend bemerkbar, wenn ein He-Ne-Laser größerer Länge im sichtbaren Spektralbereich betrieben wird. Obwohl die dielektrischen Spiegel für $\lambda = 0{,}633$ μm bei 3,39 μm nur einen Reflexionsgrad von etwa 10% besitzen, kann der infrarote Übergang auf Grund seiner hohen Verstärkung anschwingen. Wie ein Blick auf das Niveauschema des

He-Ne-Lasers beweist, haben aber die beiden diskutierten Übergänge das obere Laserniveau gemeinsam. Daher wird beim Anschwingen des infraroten Übergangs ein mehr oder weniger großer Teil der Neon-Atome in die infrarote Linie emittieren, so daß der sichtbare Übergang stark geschwächt oder ganz unterdrückt werden kann. Soll das vermieden werden, so ist die infrarote Wellenlänge durch ein nur diese Linie absorbierendes Gas, z. B. Methan, zu unterdrücken.

Die bei einem He-Ne-Laser erzielbaren Ausgangsleistungen hängen von der Verstärkung, den jeweiligen Strahlungsverlusten und von dem für den Laserprozeß typischen Sättigungsparameter ab (vgl. Kapitel 2.). Die Sättigungseffekte bedingen, daß die erreichbare Strahlungsleistung bei den infraroten Übergängen trotz ihrer hohen Verstärkung geringer ist als bei dem sichtbaren Übergang. Erhält man beispielsweise mit einem 2 m langen He-Ne-Laser bei 0,633 μm etwa 100 mW, so beträgt die Leistung bei 1,15 μm etwa 40 mW und bei 3,39 μm etwa 20 mW.

Der Wirkungsgrad des He-Ne-Lasers beträgt nicht mehr als 0,1%, ist also im Verhältnis zum Festkörperlaser sehr klein. Das ist in erster Linie durch den Umstand bedingt, daß die Laserniveaus wesentlich über dem Grundzustand des Neon-Atoms liegen und so der Hauptteil der Anregungsenergie durch Relaxationsprozesse verlorengeht (vgl. Abb. 34).

Die Eigenschaften der von einem He-Ne-Laser ausgesandten Strahlung sind in den mehr als 10 Jahren seit seiner Entwicklung mit größter Sorgfalt und in allen Details untersucht worden. Dieser Gaslaser ist auf Grund seiner relativ einfachen und leicht überschaubaren Betriebsbedingungen für ein Studium der für die Laser typischen Vorgänge besonders geeignet. Er ist geradezu zum Schul- und Lehrbeispiel aller die Grundprozesse im Laser behandelnden Überlegungen geworden. Aus der Vielfalt der Forschungsergebnisse sollen hier nur einige wenige Punkte angedeutet werden, die von allgemeinerer Bedeutung sind.

Wir wollen zunächst kurz auf die Untersuchungen des Frequenzspektrums der Ausgangsstrahlung des He-Ne-Lasers eingehen. Dabei läßt sich feststellen, daß das Frequenzverhalten des Lasers in erster Linie durch die Modenstruktur des Resonators bestimmt wird, man also mit Hilfe dieses Lasers sehr empfindlich die charakteristischen Eigenschaften verschiedener Resonanzstrukturen untersuchen kann. Daneben treten aber andererseits einige typische Abweichungen von der Resonanzstruktur des leeren (passiven) Resonators auf, die durch das aktive Lasermedium bedingt und die Grundlage und Prüfstein verschiedener Lasertheorien sind.

Zur Diskussion der interessierenden Gesichtspunkte betrachten wir Abb. 35. Wie in Abschnitt 4.4.1.1. ausgeführt, besitzen Gaslaser für jeden Laserübergang ein auf Grund des Doppler-Effektes verbreitertes gaußförmiges Verstärkungsprofil. Die Breite dieser Verstärkungslinie beträgt beim He-Ne-Laser bei der Wellenlänge 0,633 μm beispielsweise etwa 1,5 GHz. Der eigentliche laserfähige Bereich beschränkt sich auf die Frequenzen, für die die Verstärkung G größer als die Strahlungsverluste V ist. Nur die Moden des Resonators schwingen im Laser an, die innerhalb

dieses laserfähigen Frequenzbereiches liegen. Im unteren Teil von Abb. 35 ist das Spektrum der Axialmoden des Resonators angedeutet, deren Abstand bekanntlich $c/2L$ beträgt (vgl. Abschnitt 4.2.). Man erkennt, daß in dem hier gewählten Beispiel nur drei Axialmoden im Laser anschwingen können. Die möglichen höheren transversalen Moden, die zwischen den Axialmoden liegen würden, denken wir uns beispielsweise durch eine Blende im Resonator unterdrückt, so daß nur die Grundmode TEM_{00} angeregt ist. Mißt man jetzt den Frequenzabstand zwischen benachbarten Axialmoden im Laserbetrieb, so wird man feststellen, daß die Abstände im allgemeinen verschieden groß sind und nicht — der Struktur des passiven Resonators

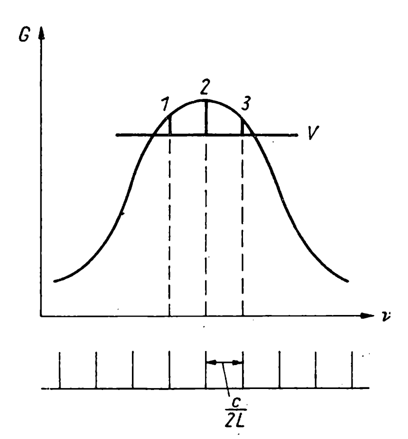


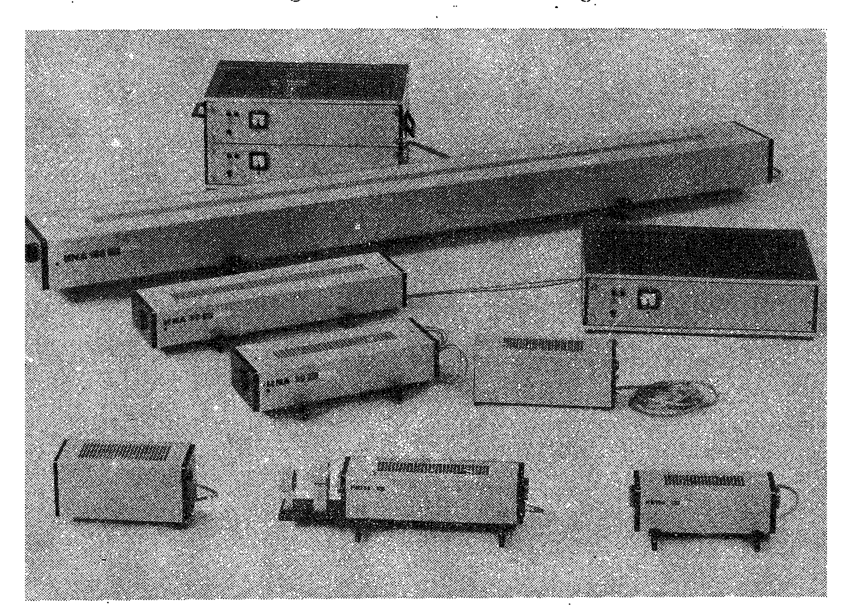
Abb. 35. Modenspektrum eines He-Ne-Lasers

entsprechend — den Wert $c/2L$ besitzen. Genauere Untersuchungen ergeben, daß unter dem Einfluß des Lasermediums jede Resonatormode zum Zentrum der Doppler-Linie hingezogen wird („frequency pulling"), wobei die Verschiebung in erster Näherung proportional zu ihrem Abstand vom Doppler-Zentrum ist. Daneben tritt auch ein Abstoßungseffekt („frequency pushing") mit einer komplizierteren Abhängigkeit auf. Die Überlagerung dieser beiden Effekte bestimmt die genaue Lage und damit die Differenzen der Frequenzen der verschiedenen Lasermoden. Es gehört zu den überzeugendsten Leistungen der Theorie von Lamb (1964), diese Dispersionseffekte mit Hilfe einer semiklassischen Theorie (vgl. Abschnitt 6.2.) so zu erklären, daß sie mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen.

Eine weitere interessante, durch die inhomogene Verbreiterung der Gaslaserlinien bedingte Besonderheit tritt hervor, wenn in dem oben diskutierten Experiment die Intensitäten der einzelnen Moden beispielsweise mit Hilfe eines abstimmbaren Fabry-Perot-Interferometers registriert werden. Es zeigt sich, daß im Falle einer in bezug auf das Dopplerzentrum symmetrischen Lage der Moden 1 und 3 die Intensität dieser Moden instabil wird. Die Erklärung dieses Phänomens ergibt sich unmittelbar aus den in Abschnitt 4.4.1.2. angeführten Fakten. Jede Lasermode wird

on zwei Atomgruppen mit entgegengesetzten Vorzeichen der Geschw
omponente in Strahlrichtung und damit von zwei symmetrisch zun
'entrum liegenden Atomgruppen verstärkt (vgl. Abb. 33). Daraus folgt
ymmetrisch zum Doppler-Zentrum liegende Lasermoden mit den gleich
echselwirken. Das führt dazu, daß je nach den zufällig gegebenen I
erhältnissen eine Mode auf Kosten der anderen anwachsen kann, wobei
ugung bei geringfügigen Intensitätsschwankungen von einer Mode zu
vechselt.

Alle diese diskutierten Effekte, die selbstverständlich auch bei andere
ypen auftreten können, lassen sich am He-Ne-Laser besonders einfach
emonstrieren und kontrollieren. Sie spielen dann eine wesentliche R
s auf die spektralen Eigenschaften des Lasers ankommt, insbesondere als
eise im Zusammenhang mit der Frequenzstabilisierung von Lasern. W
uf diese Problematik in Kapitel 8. noch ausführlich zurück. Für besti
endungen, z. B. Präzisionsmessungen von Längen und Winkeln mit
Ie-Ne-Lasers, ist zumeist der Einmodenbetrieb wünschenswert. Diesen er
m einfachsten, indem man den Resonator so kurz wählt, daß der Absta
arter Axialmoden $\Delta\nu = c/2L$ größer wird als der laserfähige Frequ
llerdings sind in diesem Fall die verfügbaren Ausgangsleistungen rel
< 1 mW). Benötigt man, wie beispielsweise bei Anwendungen in der H
usätzlich noch eine möglichst hohe Strahlleistung, dann muß man mi



bb. 36. Kommerzielle He-Ne-Gaslasertypen (VEB CARL ZEISS Jena)

Lasern und zusätzlichen frequenzselektiven Elementen, z. B. mit einem Mehrfachresonator (vgl. Abschnitt 4.2.4.), arbeiten.

Bei den zur Zeit wohl umfangreichsten Anwendungen benutzt man den He-Ne-Laser als Quelle eines sichtbaren, gut gebündelten und intensiven Lichtstrahls für Leit- und Justierzwecke. Bei diesen Anwendungen ist insbesondere der relativ niedrige Preis der mittlerweile zu hoher technischer Perfektion entwickelten Laser von Bedeutung. Durch die Vervollkommnung der Produktion sollte es möglich sein, den Preis einfacher He-Ne-Laserrohre auf den komplizierterer Elektronenröhren herabzusetzen, was zu einer beträchtlichem Ausweitung der Anwendungsbereiche dieses Gaslasertyps führen würde (Abb. 36).

4.4.3. Der Argon-Laser

Im Argon-Laser sind die laserfähigen Atome im Gegensatz zum He-Ne-Laser im ionisierten Zustand anzuregen. Die dazu erforderliche Bogenentladung bringt mit ihren hohen Stromdichten eine Reihe technischer Probleme mit sich, die jedoch heute als weitgehend gelöst betrachtet werden können. Entspricht der technische Aufwand

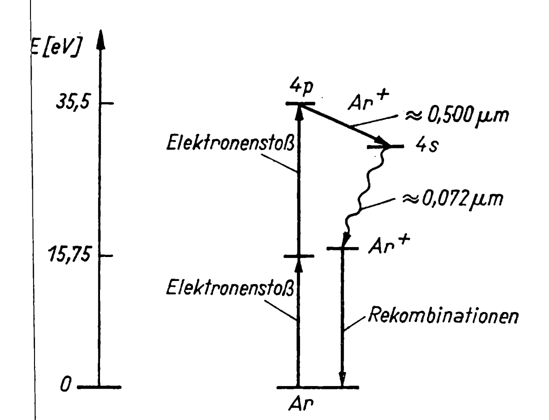


Abb. 37. Vereinfachtes Niveauschema des Ar^{+}-Lasers

zur Herstellung eines He-Ne-Lasers inzwischen etwa dem einer Elektronenröhre, so läßt sich der des Argon-Lasers mit dem eines Klystrons vergleichen.

Die Ionisierung und Anregung der Argon-Atome erfolgt in der Bogenentladung durch Elektronenstoß. Das obere Laserniveau wird dabei direkt und durch Strahlungsübergänge aus höheren angeregten Niveaus besetzt (vgl. Abb. 37).

Für die Besetzung des oberen Laserniveaus sind mindestens zwei Stöße erforderlich, wobei in der Regel der zweite ein Stoß zwischen Ion und Elektron ist. Letzterer Umstand begründet die Tatsache, daß die Besetzung des oberen Niveaus mit dem Produkt

aus Elektronendichte und Ionendichte, oder (bei Ladungsneutralität des Plasmas) mit dem Quadrat der Elektronendichte wächst. Da für den Bereich der typischen Plasmaparameter die Elektronendichte etwa proportional zur Entladungsstromdichte ist, steigt die Besetzung des oberen Niveaus näherungsweise mit dem Quadrat der Stromdichte. Das untere Niveau wird durch optische Übergänge im vakuumultravioletten Spektralbereich und anschließende Rekombinationen entleert. Die Besetzungsinversion und damit Verstärkung und Leistung des Lasers wachsen also — abgesehen von Abweichungen bei sehr hohen Stromstärken — etwa mit dem Quadrat der Stromdichte an. Verstärkung und Leistung sind daher sehr empfindlich von den Parametern der Gasentladung wie Stromstärke und Rohrdurchmesser D abhängig. Das Maximum der Laserleistung ist durch die Grenzen der Belastbarkeit des Laserrohres bei Stromdichten von einigen 1000 A/cm^2 gegeben. Der Druck p im Laserrohr liegt im allgemeinen im Bereich $0{,}2 \leqq pD$ [Torr mm] $\leqq 2$. Besonders hohe Verstärkungen (etwa 2 m^{-1}) und Leistungen (mehr als 100 W) lassen sich mit sogenannten wandstabilisierten Argon-Bogenentladungen in Entladungsrohren mit relativ großem Durchmesser ($\gtrapprox$ 10 mm) erzielen. Der Argon-Laser arbeitet im allgemeinen gleichzeitig auf mehreren Wellenlängen, da verschiedene Übergänge zwischen den aufgespaltenen Laserniveaus möglich sind. Dabei verteilt sich die Gesamtleistung etwa folgendermaßen auf die einzelnen Linien: 0,448 μm — 55%; 0,515 μm — 30%; 0,497 μm — 8%; weitere Linien — 7%. Die Linien lassen sich durch Einbau eines wellenlängenselektiven Elementes (z. B. Prisma) außerhalb oder innerhalb des Laserresonators trennen. Der Wirkungsgrad des Argon-Lasers liegt wie beim He-Ne-Laser auch nur bei etwa 0,1%.

Die Technologie des Entladungsrohres eines Argon-Lasers weist u. a. auf Grund der hohen Strombelastung eine Reihe von Besonderheiten und Schwierigkeiten auf, durch die auch der hohe Preis für diese Laser mitbestimmt wird. Auffallend ist beispielsweise ein Gasrückführrohr, das — parallel zum Kapillarrohr des Lasers — Anoden- und Kathodenraum des Lasers verbindet und dem Ausgleich des als Folge der Entladungsprozesse im Laser entstehenden Druckgefälles dient. Ferner wird das Laserrohr häufig in ein axiales Magnetfeld gesetzt, wodurch insbesondere die Effektivität der Elektronen im Anregungsprozeß erhöht und die Belastung der Rohrwand herabgesetzt wird. Die Technologie der Kathodenherstellung für den Argon-Laser bedurfte langwieriger Untersuchungen, ehe Lösungen gefunden werden konnten, die bei den hohen Strombelastungen eine lange Lebensdauer garantieren. Dabei war insbesondere die Kathodenzerstäubung zu vermeiden, die zu einer schädlichen Gasaufzehrung führt. Analoge Überlegungen betrafen die Suche nach geeigneten Materialien für das hochbelastete, im allgemeinen wassergekühlte Plasmarohr. Recht gute Erfahrungen hat man dabei beispielsweise mit Berylliumoxid und Graphit gemacht, so daß heute Argon-Laser mit einer garantierten Lebensdauer von einem Jahr kommerziell erhältlich sind.

Die Ausgangsleistungen der kommerziellen Argon-Laser liegen bei mehreren Watt. Bei einigen kommerziellen Typen wird ferner ein Gasgemisch von Argon und Krypton

verwendet, so daß ein kombinierter Betrieb auf den entsprechenden Laserübergängen möglich ist. Der Krypton-Laser erfordert ganz ähnliche Anregungsbedingungen wie der Argon-Laser und erlaubt den Laserbetrieb bei mehreren Wellenlängen innerhalb des Bereiches von 0,46 bis 0,65 µm.

Das Spektrum des Argon-Lasers zeigt einige Besonderheiten. Zunächst läßt sich feststellen, daß der Betrieb in der Grundmode TEM_{00} nach den bekannten Verfahren relativ einfach und mit hoher Effektivität gewährleistet werden kann. Bei der Diskussion des Axialmodenspektrums sind folgende Gesichtspunkte zu beachten: Wegen der hohen Temperaturen des laseraktiven Gases beträgt die Doppler-Breite etwa 3,5 GHz. Das Verstärkungsprofil spaltet auf Grund der Ionendriftgeschwindigkeiten in zwei Doppler-Linien für die Vorwärts- und Rückwärtsverstärkung auf, deren Abstand etwa 500 MHz beträgt. Das Spektrum eines etwa 1 m langen Argon-Lasers weist daher sehr viele Axialmoden auf. Bei dieser Länge und mittleren Verstärkungswerten treten ferner starke Amplitudenfluktuationen der einzelnen Moden auf Grund von Konkurrenzeffekten auf. Die relativ große homogene Linienbreite von etwa 500 MHz, die zusätzlich durch die hohen Intensitäten verbreitert wird, bedingt, daß sich bei den vielen Moden mit einem Abstand von etwa 150 MHz an vielen Stellen die in das Verstärkungsprofil „gebrannten" Löcher überlappen können (vgl. Abschnitt 6.2.). Das Überlappen dieser Mulden bedeutet aber, daß Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit sowohl in die eine wie auch die andere Mode emittieren können, was dazu führt, daß die jeweils stärkere Mode (d. h. die Mode mit den geringeren Verlusten) die schwächere unterdrückt. Da sich aber die Verluste nur wenig unterscheiden, kann diese Auszeichnung von einer Mode zur anderen wechseln, was dann die experimentell beobachteten Modeninstabilitäten hervorruft.

Für viele Anwendungen des Argon-Lasers, insbesondere solche, die eine möglichst große Kohärenzlänge erfordern, ist daher eine Selektion der Axialmoden erforderlich. Man benutzt dazu beispielsweise einen optischen Vielfachresonator, bei dem nur in einem sehr schmalen Frequenzbereich ein Anschwingen des Lasers möglich ist. Häufig genügt es, eine planparallele Glasplatte senkrecht zum Strahlengang in den Resonator zu setzen und deren Wirkung als Fabry-Perot-Resonanzstruktur zur Modenselektion auszunutzen.

Die Anwendungen des Argon-Lasers sowie des Argon-Krypton-Lasers erstrecken sich vor allem auf Bereiche, in denen eine kontinuierlich strahlende Lichtquelle (bei verschiedenen Wellenlängen) benötigt wird. So spielt der Argon-Laser eine bedeutende Rolle bei der Holographie (vgl. Kapitel 8.) und wurde beispielsweise auch in Kombination mit einem He-Ne-Laser für erste Versuche zur Wiedergabe und Projektion von Farbbildern (z. B. im Fernsehen) benutzt. Eine besondere Bedeutung hat der Argon-Laser für medizinische Anwendungszwecke gewonnen. Die in mehreren Ländern bereits im Einsatz befindlichen Lichtkoagulatoren, die zur klinischen Behandlung von Netzhautablösungen verwendet werden, benutzen häufig einen Argon-Laser.

4.4.4. Der CO_2-Laser

Der erste CO_2-Laser wurde mit reinem CO_2-Gas als laserakt und hatte eine Ausgangsleistung von einigen Milliwatt (P Zugabe von anderen Gasen, insbesondere von Stickstoff u Leistung um viele Zehnerpotenzen auf etwa 60 W pro Met werden.

Beim CO_2-Laser finden die Laserübergänge nicht zwisch tronenzuständen wie bei den zuvor diskutierten atomarer

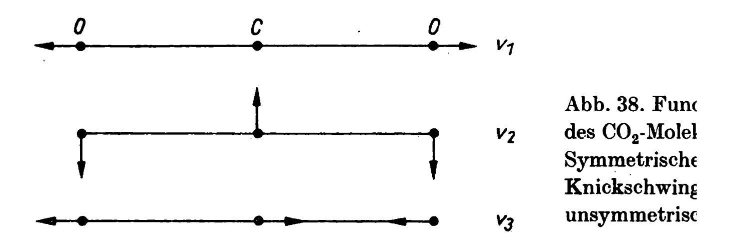


Abb. 38. Fun des CO_2-Molel Symmetrische Knickschwing unsymmetrisc

zwischen unterschiedlichen Rotations-Schwingungs-Niveaus für den Laserprozeß wesentlichen unteren Anregungsstufen spektrum des CO_2-Moleküls durch die lineare Überlageru dargestellten Fundamentalschwingungen verstanden werden

Jedes Schwingungsniveau wird im Termschema durch ei gekennzeichnet, wobei jeder Wert v_i den Anregungszustand typs angibt. Das obere Niveau (001) der CO_2-Laserübergän man Abb. 38 entnehmen kann — einer einfach angeregten u schwingung des CO_2-Moleküls.

Die Anregung des oberen Laserniveaus erfolgt im Gasge Stöße mit angeregten Stickstoffmolekülen. Ganz analog wie i werden die Stickstoffmoleküle durch Elektronenstöße in de metastabilen angeregten Schwingungszustand versetzt u Energie wegen der ausgezeichneten Übereinstimmung vor Niveau und CO_2-Niveau (00^01)[1] (18 cm^{-1}) durch Stöße auf tragen. Die auf diesem Wege erzeugte Besetzungsinversion Laserübergängen bei den Wellenlängen 10,6 μm und 9,6 μm

Ein wesentliches Problem ist beim CO_2-Laser die Entleeru da die Lebensdauern der Rotations-Schwingungs-Niveaus zerfall im allgemeinen relativ groß sind (1 bis 10 ms). Die D

[1]) Der hochgesetzte Index bedeutet die durch die Entartung d bedingte Quantenzahl.

Laserniveaus erfolgt daher in erster Linie durch Stoßprozesse, z. B. mit nichtangeregten CO_2-Molekülen. Eine besondere Rolle, insbesondere bei der Entleerung des Niveaus (01^10), spielt ferner das Helium, das dem Gemisch N_2—CO_2 zugesetzt wird. Darüber hinaus dient der Zusatz von Helium wegen dessen großer Wärmeleitfähigkeit der Verringerung der Gastemperatur. Wegen ihrer relativ geringen Abstände vom Grundzustand können nämlich bei größeren Gastemperaturen die

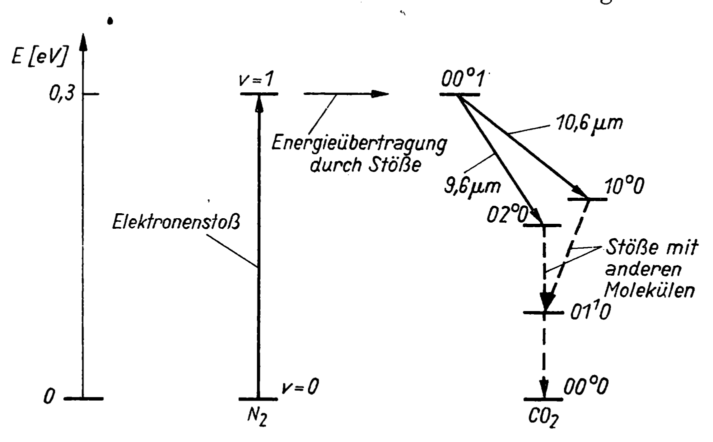


Abb. 39. Energieniveauschema des CO_2-Lasers

unteren Laserniveaus bereits merklich thermisch besetzt sein, was eine Reduzierung der Besetzungsinversion und damit der Laserleistung zur Folge hat. Aus dem gleichen Grunde werden die Laserrohre im allgemeinen auch mit Wasser gekühlt.

Die Verstärkung für kleine Signale hängt beim CO_2-Laser wie bei den anderen Gaslasern von den Anregungsbedingungen, der Gaszusammensetzung und den Rohrdimensionen ab. Beispielsweise dürfen der Entladungsstrom und der Rohrdurchmesser auf Grund des zuvor erwähnten Temperatureinflusses nicht zu groß sein. Das Gasgemisch wird im allgemeinen im Verhältnis $CO_2:N_2:He = 1:3:10$ bei einem Gesamtdruck von etwa 10 Torr verwendet. Die bei diesen relativ hohen Drücken erforderlichen Werte für die Entladungsspannung liegen damit auch höher als beim He-Ne-Laser (vgl. Abschnitt 4.4.2.).

Unter optimalen Bedingungen und bei einem Rohrdurchmesser von etwa 10 mm beträgt die Verstärkung etwa 2—6 m^{-1}.

Neuere Untersuchungen (vgl. Bridges (1972)) zeigen, daß auch beim CO_2-Laser bei Berücksichtigung der Relation pD = const die Verstärkung durch Verringerung des Rohrdurchmessers erhöht werden kann. So ist es beispielsweise gelungen, durch Anregung von Wellenleitermoden in einem Kapillarrohr von nur 1 mm Durchmesser die Verstärkung um mehr als einen Faktor 2 gegenüber den zuvor für konventionelle Laser angegebenen Werten zu steigern. Bei diesen relativ hohen Verstärkungswerten

ist das Anschwingen eines CO_2-Lasers im Experiment recht einfach zu erreichen. Man hat nur darauf zu achten, daß die Absorptionsverluste der für die Spiegel und die Brewster-Fenster verwendeten Materialien bei den Wellenlängen um 10 μm möglichst gering sind.

Bei einem mittleren Rohrdurchmesser von 10 bis 20 mm beträgt die Ausgangsleistung, wie schon erwähnt, etwa 60 W/m. Setzt man diese Leistung ins Verhältnis zu der erforderlichen elektrischen Leistung, ergeben sich Wirkungsgrade bis zu 30%. Diese im Vergleich zu anderen Lasertypen erstaunlich hohen Werte resultieren in erster Linie aus dem Umstand, daß die Laserniveaus relativ dicht über dem Grund-

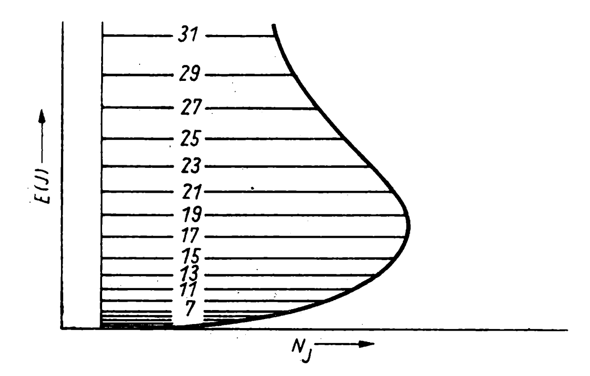


Abb. 40. Relative Besetzungsdichte N_J der zum CO_2-Schwingungszustand (00°1) gehörenden Rotationsniveaus

niveau liegen und daher nur wenig Energie bei den Relaxationsprozessen vom unteren Laserniveau zum Grundzustand verlorengeht. Die Laserleistung läßt sich durch Vergrößerung der Rohrlänge auf beträchtliche Werte erhöhen. Mit einem 20 m langen Laser wurden auf diese Weise 1 kW, mit einem 200 m langen Laser (mit gefalteter Struktur) nahezu 10 kW erreicht. Wir kommen weiter unten auf zwei in jüngster Vergangenheit neu entwickelte Prinzipien zu sprechen, die noch höhere Leistungen bei wesentlich geringeren Rohrlängen zu erzielen gestatten.

Wir wollen zuvor jedoch das Emissionsspektrum des CO_2-Lasers etwas detaillierter betrachten. Haben wir bisher, z. B. bei der Diskussion des Termschemas (Abb. 39), nur die Schwingungsniveaus des CO_2-Moleküls berücksichtigt, so wollen wir jetzt dem Umstand Rechnung tragen, daß jedes dieser Schwingungsniveaus in eine ganze Reihe von Rotationsniveaus aufgespalten ist.

Diese Aufspaltung ist in Abb. 40 für das obere Laserniveau, das Schwingungsniveau (00^01), dargestellt. Die energetische Aufspaltung ist dabei abhängig von der Rotationsquantenzahl J. Für die zugehörige Anregungsenergie gilt näherungsweise

$$E(J) = \beta J(J + 1), \qquad (4,27)$$

wobei β die Rotationskonstante ist. Das untere Schwingungsniveau des Laserübergangs (z. B. (10^00) bei 10,6 μm) ist genauso aufgespalten. Laserübergänge sind

entsprechend der Auswahlregel $\Delta J = \pm 1$ immer nur zwischen Rotations-Schwingungs-Niveaus mit benachbarter Quantenzahl J möglich. Die Linien mit $\Delta J = +1$ werden zum R-Zweig, die mit $\Delta J = -1$ zum P-Zweig zusammengefaßt. Jede Linie in einem der beiden Zweige wird zusätzlich durch die Angabe der Quantenzahl J gekennzeichnet, die zu dem unteren Niveau des betreffenden Übergangs gehört. Die Linie P(20) beispielsweise, die eine der stärksten Linien des CO_2-Lasers bei 10,6 μm ist, gehört damit zum Übergang vom Rotations-Schwingungs-Niveau (00^01) mit $J = 19$ zum Niveau (10^00) mit $J = 20$. Der Abstand der verschiedenen Rotationslinien beträgt im P-Zweig rund 0,02 μm oder entsprechend etwa 55 GHz.

Die Verstärkung für die einzelnen Laserlinien innerhalb des P-Zweiges ist aus folgendem Grunde unterschiedlich: Die Anregungsenergie, die z. B. durch Stöße mit N_2-Molekülen auf das obere Schwingungsniveau (00^01) übertragen wird, verteilt sich innerhalb einer relativ kurzen Zeit auf alle Rotationsniveaus. Diese Zeit, die Thermalisierungszeit, liegt bei den im Laser üblichen Drücken bei 10^{-6} bis 10^{-7} s. Da die Lebensdauer der Schwingungsniveaus ohne Laserbetrieb bei etwa 1 bis 10 ms liegt, bildet sich für die Besetzungsdichte N_J der einzelnen Rotationsniveaus eine Boltzmann-Verteilung aus, die der Temperatur von etwa 400 K im Laser entspricht (vgl. Abb. 40). Analoge Verhältnisse ergeben sich für das untere Laserniveau, so daß die aus diesen Besetzungsverhältnissen resultierende Verstärkung im P-Zweig für die Übergänge P(16) bis P(24) am größten ist. Entsprechende Überlegungen gelten auch für den R-Zweig.

Im Laserbetrieb verringert sich die Lebensdauer der Laserniveaus zwar auf Grund der induzierten Emission, bleibt aber im kontinuierlichen Betrieb im allgemeinen größer als die oben genannte Thermalisierungszeit. Daraus folgt, daß im Laserbetrieb in den Verstärkungsvorgang alle Rotationsübergänge einbezogen sind, so daß jeweils die Besetzungsinversion des ganzen Zweiges abgebaut wird. Dabei kommt es zu ausgeprägten Konkurrenzerscheinungen zwischen den Rotationsübergängen. Es schwingen im Laser immer nur ein oder zwei der jeweils stärksten Linien an, die dann jedoch ihre Energie aus der Besetzungsinversion aller Rotationsübergänge beziehen. Ändern sich die relativen Verluste der Linien auf irgendeine Weise, dann geht die Laseremission sprunghaft auf eine andere Laserlinie über. Soll daher ein stabiler Betrieb auf einer bestimmten Rotationslinie gewährleistet werden, so ist ein zusätzliches wellenlängenselektives Element, z. B. ein Beugungsgitter, in den Resonator einzubringen.

Im Gegensatz dazu können bei einem gütegeschalteten CO_2-Laser (vgl. Abschnitt 4.7.), bei dem die Impulsdauer von der Größenordnung der Thermalisierungszeit ist, die Konkurrenzeffekte unterdrückt sein und mehrere Rotationslinien gleichzeitig auftreten.

Der Einmodenbetrieb ist beim CO_2-Laser relativ einfach zu realisieren. Der Betrieb auf nur einer Axialmode ergibt sich bei Resonatorlängen bis zu 2 m von selbst, da der Axialmodenabstand in diesem Fall größer als die Doppler-Breite von etwa 50 MHz ist. Der Betrieb in nur einer Transversalmode läßt sich ganz allgemein

durch eine Begrenzung des Modenvolumens erreichen. Er ergibt sich jedoch bei diesem Laser auch für relativ große Querschnitte des Modenvolumens, da bei der räumlichen Überlagerung der verschiedenen Transversalmoden auf Grund eines räumlichen Konkurrenzeffektes nur die stärkste Transversalmode, im allgemeinen die TEM_{00}-Mode anschwingt. Es ist daher nicht verwunderlich, daß auch für die stärksten kontinuierlichen CO_2-Laser, die zur Zeit kommerziell mit Leistungen bis zu 500 W angeboten werden, der Betrieb im Grundmodus garantiert wird. Diese kommerziellen Lasersysteme mit einer garantierten Lebensdauer von 1 Jahr enthalten Laserrohre, deren Länge bei höheren Leistungen viele Meter beträgt.

Aus diesem Grunde erregte ein vor wenigen Jahren entwickeltes CO_2-Lasersystem besondere Aufmerksamkeit, das eine kontinuierliche Leistung von rd. 1 kW bei nur 1 m Rohrlänge zu erzeugen gestattet. Bei diesem System wird die oben erwähnte Schwierigkeit der Entleerung des unteren Laserniveaus auf die vom Prinzip her ganz einfache Weise gelöst, indem man das durch den Laserprozeß deaktivierte Gas durch starke mechanische Pumpen möglichst schnell aus der laseraktiven Zone entfernt und durch frisches, angeregtes Gas ersetzt (Gastransportlaser). Da ja die elektrische Pumpleistung beim konventionellen CO_2-Laser ebenfalls durch die Besetzung des unteren Niveaus begrenzt ist, kann man bei diesem Verfahren die Pumpleistung und damit auch den Druck erhöhen, wenn man nur dafür Sorge trägt, daß das Gas schnell genug wieder abgepumpt und erneuert wird. Die Ausgangsleistung ist damit in erster Linie von der Leistung der verwendeten mechanischen Pumpe abhängig und kann auf diese Weise bis auf den oben angegebenen Wert gesteigert werden. Diese Methode, die auf Grund der damit verbundenen technologischen Probleme erst vor kurzem zur Entwicklung eines kommerziellen Gerätes geführt hat, ermöglicht die zur Zeit mit einem Gaslaser maximal erreichbare Gleichlichtleistung im Dauerbetrieb.

Ist man an hohen Impulsleistungen des CO_2-Lasers interessiert, dann bietet sich das ebenfalls erst in jüngster Zeit entwickelte Prinzip des TEA-Lasers, des „Transversely Excited Atmospheric Pressure“ CO_2-Lasers, an. Dieser Laser arbeitet — wie seine Bezeichnung erkennen läßt — bei einem Gasdruck von der Größenordnung einer Atmosphäre, wobei die für die Anregung erforderliche höhere elektrische Feldstärke durch ein zur Laserachse transversales impulsförmiges Feld erzeugt wird. Wie oben erläutert wurde, muß bei der Erhöhung des Druckes um etwa 2 Größenordnungen auch die elektrische Feldstärke um diesen Faktor erhöht werden. Das läßt sich praktisch am besten realisieren, wenn die Elektroden parallel zur Laserachse so angebracht werden, daß bei einem Abstand von beispielsweise 5 cm etwa 30 kV Spannung erforderlich sind, um das Gas senkrecht zu Laserachse anzuregen. Bei einer Länge der elektrischen Anregungsimpulse von etwa 100 ns ergibt sich auf Grund der endlichen Aufbauzeit des Laserimpulses ein ähnlicher „Speichereffekt“ für die Besetzungsinversion wie bei einem gütegeschalteten Laser (vgl. Abschnitt 4.7.). Die wesentlichste Schwierigkeit bei diesem Lasertyp besteht in der möglichst gleichförmigen Anregung der Gasentladung über die gesamte Entladungslänge. Es sind

aus diesem Grunde verschiedene Strukturen für die Anordnung der Elektroden vorgeschlagen worden, mit deren Hilfe auch das Problem der gleichförmigen Zündung der Entladung gelöst werden konnte. Auf diese Weise wurde es möglich, bei einem Wirkungsgrad von 5 bis 10% Impulsenergien von etwa 5 Ws pro Liter des Laservolumens zu erzeugen. Für ein Laservolumen von 50 cm² Querschnitt und 6 m Länge wurden im Experiment z. B. 135 Ws pro Impuls erzielt. Bei einer Impulslänge von 1 μs errechnet sich hieraus eine Impulsleistung von mehr als 100 MW. Diese Werte sind durchaus vergleichbar mit den Impulsleistungen von Festkörperlasern. sie werden jedoch im Vergleich zu diesen mit wesentlich höherem Wirkungsgrad (bei einer größeren Wellenlänge) erreicht.

Die Impulsrate ist für ein stationäres Gassystem wegen der thermischen Besetzung des unteren Laserniveaus auf 10 bis 30 Impulse pro Sekunde begrenzt. Sie läßt sich jedoch durch Kopplung mit der zuvor diskutierten Methode des schnellen Durchflußsystems wesentlich vergrößern, so daß sogar kontinuierlicher Betrieb möglich sein sollte. Hier treten jedoch in verstärktem Maße Schwierigkeiten auf, die mit der begrenzten thermischen Belastbarkeit der optischen Bauelemente des Lasers verbunden sind. Dieses Problem und die wachsenden Schwierigkeiten einer gleichförmigen Anregung sind auch zu beachten, wenn, zu einer weiteren Erhöhung des Leistungsumsatzes, CO_2-Lasersysteme mit einem Überdruck von mehr als 10 Atmosphären betrieben werden (Elektroionisations- bzw. Photoionisationslaser).

Mit dem Erreichen solch hoher Energien und Impulsleistungen ist auch der CO_2-Gaslaser zu einer vielversprechenden Lichtquelle für Anwendungen in der nichtlinearen Optik und der Materialbearbeitung geworden.

4.4.5. Der He-Cd-Laser

Der He-Cd-Laser wird als der zur Zeit wesentlichste Vertreter der großen Gruppe von Metalldampflasern angesehen, die sicher in Zukunft noch größere Bedeutung erlangen werden. Dieser Laser ist ebenfalls ein Ionenlaser, hat aber den großen Vorteil, daß sein Plasma relativ niedrige Temperaturen besitzt, so daß die technologischen Probleme wesentlich einfacher sind als bei den zuvor diskutierten Edelgas-Ionenlasern.

In Analogie zum He-Ne-Laser übernimmt das Helium die Energieübertragung von der Gasentladung auf die laserfähigen Cadmium-Atome. Die durch Elektronenstoß in metastabile Zustände (2^3S bzw. 2^1S) angeregten Helium-Atome geben ihre Energie praktisch ausschließlich durch Stoß an Cadmium-Atome im Grundzustand ab (vgl. Abb. 41).

Die Cadmium-Atome werden dabei ionisiert und in das Niveau $5s^2$ des Cd-Ions angeregt. Der wesentliche Unterschied zum Anregungsprozeß beim He-Ne-Laser besteht im folgenden: Während der Energieunterschied zwischen den angeregten He- und Ne-Niveaus sehr klein sein mußte ($\Delta E \lessgtr kT$), damit eine wirksame Energie-

übertragung durch Stoß erfolgen konnte, kann hier die Energiedifferenz zwischen den angeregten He- und Cd^+-Niveaus etwa 2 eV (vgl. Abb. 41) betragen, da das bei der Ionisierung freiwerdende Elektron diesen Energieüberschuß aufnimmt und die Bedingung $\Delta E \lessgtr kT$ daher nicht erfüllt zu sein braucht.

Die Entleerung der unteren Laserniveaus erfolgt durch Strahlungsübergänge im ultravioletten Spektralbereich.

Die beiden Laserübergänge liegen bei $\lambda = 0{,}442\ \mu m$ und $\lambda = 0{,}325\ \mu m$. Die Verstärkung beträgt für die beiden Linien für mittlere Werte der Laserparameter etwa

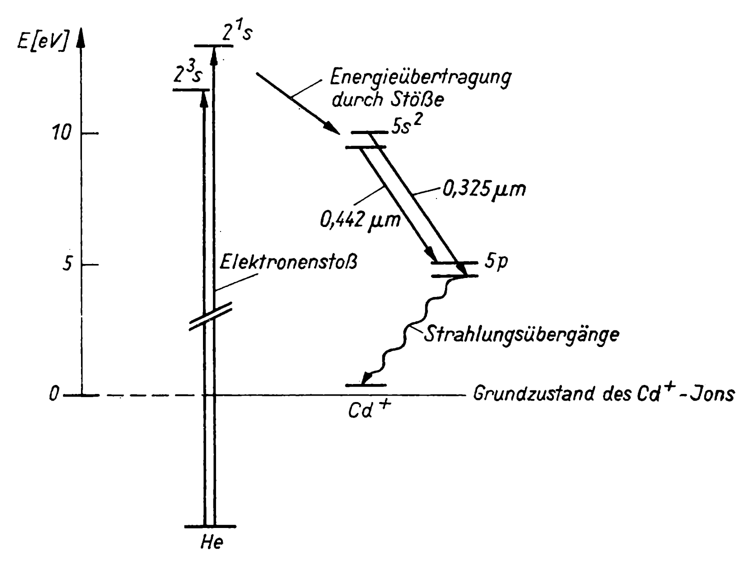


Abb. 41. Energieniveauschema des $He\text{-}Cd^+$-Lasers

0,3 m^{-1} bei 0,442 µm und 0,15 m^{-1} bei 0,325 µm. Es zeigte sich, daß das optimale Verhältnis der Partialdrücke bei $p_{He}/p_{Cd} \approx 10^3$ liegt. Wählt man also den Helium-Druck, der im übrigen wenig kritisch ist, entsprechend der empirischen Formel $p_{He}\,D \approx 10$ Torr mm, so liegt der Partialdruck des Cadmiums bei mittleren Rohrdurchmessern D von einigen Millimetern im Bereich von 10^{-3} bis 10^{-2} Torr.

Die Spannung am Entladungsrohr beträgt bei einem Meter Entladungsrohrlänge etwa 3 bis 4 kV, der Strom 50 bis 100 mA. Berücksichtigt man, daß die Ausgangsleistung bei dieser Länge etwa 80 mW (bei $\lambda = 0{,}442\ \mu m$) und etwa 20 mW (bei $\lambda = 0{,}325\ \mu m$) beträgt, so errechnet sich ein Wirkungsgrad, der wie beim He-Ne-Laser unter 0,1% liegt.

Ein spezifisches Problem des He-Cd-Lasers wie auch anderer Metalldampf-Ionenlaser ist die zeitlich konstante und über das ganze Rohr möglichst homogene Konzentration des Metalldampfes. Dazu ist einmal die Temperatur des Rohres bzw.

des Metallreservoirs recht genau einzuhalten, um einen konstanten Dampfdruck zu realisieren; zum anderen ist unter Berücksichtigung der ausgeprägten Kataphoreseerscheinungen darauf zu achten, daß der Cadmium-Dampf bei möglichst homogener Verteilung nur das Kapillarrohr erfüllt, nicht aber die Elektrodenräume und die Brewster-Fenster verunreinigen kann. Das Angebot von kommerziellen He-Cd-Lasern mit einer Lebensdauer von einem Jahr beweist, daß dieses Problem bereits recht erfolgreich gelöst werden konnte.

Das Modenspektrum des He-Cd-Lasers wird durch eine Doppler-Breite von etwa 1 GHz begrenzt, so daß man den Einmodenbetrieb relativ einfach wie beim He-Ne-Laser erreichen kann. Dazu ist allerdings notwendig, isotopenreines Cadmium zu verwenden, denn natürliches Cadmium enthält mehrere stabile Isotope, deren Zentrumsfrequenzen einen Abstand von der Größenordnung der Doppler-Breite besitzen.

Der He-Cd-Laser ist zur Zeit der einzige Laser, der bei relativ geringem Aufwand im ultravioletten Spektralbereich einen kontinuierlichen Betrieb mit relativ hoher Ausgangsleistung ermöglicht. Trotz seiner Neuheit hat er daher bereits erste Anwendung in der Holographie und Spektroskopie sowie für photochemische und biochemische Untersuchungen gefunden (vgl. Kapitel 8.).

4.4.6. Weitere Gaslaser

Es gibt noch eine Vielzahl von laserfähigen Gasen, von denen einige der wesentlichsten in Tab. 3 zusammengestellt sind.

Tabelle 3

Medium	λ [μm]	Betriebsart, Leistung	Literatur
H_2	0,160	Impuls (Superstrahler), 100 kW	WAYNANT (1970)
N_2	0,337	Impuls (Superstrahler), $>$ 1 MW	ALI (1969)
Hg	1,529	kontinuierlich (mit He), einige mW	BLOOM und LOPEZ (1964)
Xe	2,02	kontinuierlich (mit He),	PATEL (1962)
	3,37	einige mW;	SCHWARZ und DE TEMPLE (1970)
	3,508	auch Impuls, $>$ 1 kW	
	3,651		
HF	2,6—4,0	chemischer Reaktionsprozeß, Impuls, 100 kW	BERRY (1968)
CO	5,2	kontinuierlich (mit Zusatzgasen), 15 W/m bei Zimmertemperatur	PATEL (1965)
H_2O	27,9	kontinuierlich, 100 mW;	WITTEMAN und BLEEKRODE (1964)
	100—120	auch Impuls, 10 W	
	220		
HCN	128	Impuls; auch kontinuierlich	GEBBIE, STONE und FINDLAY (1964)
	337		

4.5. Der Injektionslaser

Neben den im vorstehenden behandelten Gas- und Festkörperlasern hat noch ein dritter Lasertyp eine große Bedeutung erlangt, nämlich der Injektionslaser, bei dem die Erzeugung der Besetzungsinversion in einem Halbleiter durch einen Elektronenstrom erfolgt. Zur Erläuterung des Prinzips dieses Lasers müssen wir uns an einige Kenntnisse aus der Theorie des Festkörpers, speziell des Halbleiters, erinnern.

4.5.1. Das Bändermodell des Festkörpers

Die theoretische Grundlage bildet einmal das Modell von Hund und Mulliken, wonach die Energieniveaus für ein Elektron in dem, durch die in Form eines Gitters angeordneten positiv geladenen Atomkerne (bzw. Atomrümpfe) entstehenden, periodischen Potential berechnet werden. Zum anderen kennen wir das Modell von Heitler und London, bei dem, ausgehend von den neutralen Atomen, die gegenseitige Beeinflussung der Energieniveaus der neutralen (isolierten) Atome mit zunehmender Annäherung bestimmt wird.

Als Folge der Wechselwirkung zwischen den N Atomen des Festkörpers (bzw. der Elektronen in einem gitterperiodischen Potential) spalten die Energieniveaus des isolierten Atoms in N Unterniveaus auf. Die dazugehörigen Wellenfunktionen für die Elektronen in den höheren, nicht so fest gebundenen Zuständen der einzelnen Atome überlappen sich, so daß diese Elektronen nicht mehr am Einzelatom lokalisierbar sind, sondern eine über den gesamten Festkörper verteilte Aufenthaltswahrscheinlichkeit besitzen. Als Ergebnis erhält man mit beiden Methoden — abgesehen von einigen kleinen, in unserem Zusammenhang unwesentlichen Unterschieden — ein Niveauschema für den Festkörper, wie es in Abb. 42 dargestellt ist. Dabei haben wir das Potential, in dem sich die Elektronen bewegen, mit eingezeichnet: Man erhält

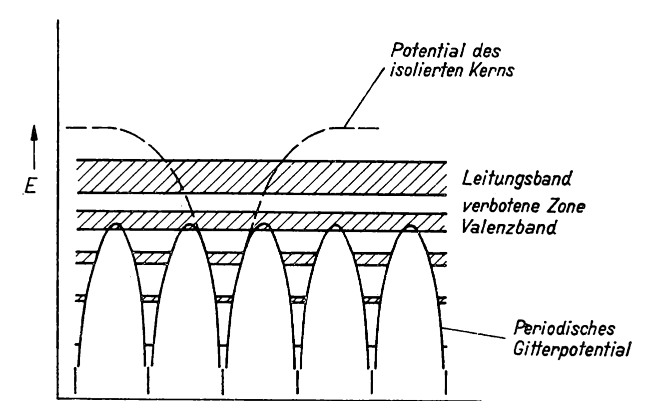


Abb. 42. Energieniveauschema für einen Festkörper (Bandstruktur)

Energiebänder mit jeweils N Unterniveaus. Das obere Energieband wird als Leitungsband bezeichnet, da die in diesen Zuständen vorhandenen Elektronen für die elektrische Leitfähigkeit des Materials verantwortlich sind. Getrennt durch eine „verbotene Zone“ schließt sich daran das Valenzband an, das im wesentlichen von den Valenzelektronen besetzt ist. Wieviele von den N zur Verfügung stehenden Niveaus besetzt sind, hängt von der Zahl der vorhandenen Elektronen, also vom betreffenden Material, ab.

Die Elektronen gehorchen der Fermi-Statistik, und jedes Niveau ist mit zwei Elektronen jeweils entgegengesetzten Spins zu besetzen. Bei der Temperatur $T = 0$ sind damit die Niveaus, in Abhängigkeit von der den Festkörper bildenden Atomart und damit der Zahl der zur Verfügung stehenden Elektronen, bis zu einer Grenzenergie E_F, der Fermi-Grenzenergie (vielfach auch Fermi-Niveau genannt) besetzt.

Im thermischen Gleichgewicht gilt ganz allgemein im gesamten Festkörper

$$E_F = \text{const.} \tag{4.28}$$

Nehmen wir das Ergebnis hinzu, daß bei Anlegen eines elektrischen Feldes ein vollbesetztes Band keinen Beitrag zum fließenden Strom liefert, da ein vollbesetztes Band gleichviele Elektronen mit positivem und negativem Ausbreitungsvektor besitzt, so folgt hieraus bekanntlich das Verständnis der Leitfähigkeitseigenschaften der verschiedenen Materialien: Liegt die Fermi-Grenzenergie E_F im Leitungsband, so haben wir einen Leiter (Metall) vor uns. Liegt E_F in der verbotenen Zone, so ist dieses Material ein Isolator oder auch ein sogenannter Eigenhalbleiter, der bei höheren Temperaturen eine gewisse Leitfähigkeit zeigt, da dann durch thermische Anregung oder auch z. B. durch Einstrahlung von Licht (Photoleitung) Elektronen aus dem vollen Valenzband in das Leitungsband gehoben werden.

Wesentlich für unsere Überlegungen sind nun die sogenannten Überschuß-(n-) und Defekt-(p-)Halbleiter, die dadurch entstehen, daß in das an sich nichtleitende Material in Konzentrationen zwischen 10^{10} und 10^{14} cm^{-3} (schwach dotiert) bzw. 10^{14} und 10^{19} cm^{-3} (stark dotiert) Störstellen eingebracht (eindiffundiert) werden, die Elektronen an das Leitungsband abgeben (sogenannte Donatoren) oder Elektronen aus dem Valenzband aufnehmen (Akzeptoren). Auf diese Weise erhält das ohne Donatoren leere Leitungsband Elektronen, und das Material wird zu einem n-Halbleiter, während bei Dotierung mit Akzeptoren das Valenzband nicht mehr vollständig besetzt ist und dieses Material, wir sprechen von einem p-Halbleiter, dann auch eine Leitfähigkeit zeigt. Da es die Diskussion wesentlich vereinfacht, ist es üblich, nicht die Bewegung aller Elektronen des fast vollen Valenzbandes zu betrachten, sondern nur die der wenigen „Löcher“ in der Elektronenverteilung. Wie sich unschwer zeigen läßt, ist bei Anlegen eines elektrischen Feldes die Stromleitung qualitativ und auch quantitativ entweder als Bewegung der Elektronen von minus nach plus oder als Bewegung der „positiv geladenen Löcher“, man bezeichnet sie auch als Defektelektronen, von plus nach minus zu verstehen. Man spricht in diesem Falle daher vielfach von Löcher- oder „Defektelektronen“-Leitung (p-Leitung).

4.5.2. Die p-n-Diode

Bringt man nun einen n- und einen p-Halbleiter in engen Kontakt, so erhalten wir eine p-n-Diode, die das Grundelement eines Injektionslasers darstellt.

Es ist verständlich und — zumindest für schwach dotierte Halbleiter — mathematisch leicht abzuleiten, daß die Fermi-Niveaus im n- und im p-leitenden Teil des Halbleiters, $E_F^{0(n)}$ und $E_F^{0(p)}$, im allgemeinen nicht übereinstimmen. Aus der Forderung, daß im thermischen Gleichgewicht stets Gl. (4,28) und damit

$$E_F = E_F^{(n)} = E_F^{(p)} = \text{const} \tag{4,29}$$

gilt, folgt, daß sich im Gegensatz zu den ortsfesten Donatoren bzw. Akzeptoren die leicht beweglichen Elektronen und Löcher soweit verschieben (diffundieren), bis eine Potentialbarriere der Größe

$$U_D = E_F^{0(n)} - E_F^{0(p)} \tag{4,30}$$

entstanden ist. ($E_F^{0(n)}$, $E_F^{0(p)}$ bezeichnen die Fermi-Niveaus ohne Ladungsverschiebung). Für das Fermi-Niveau im p-Bereich ergibt sich dann, wenn wir den Energienullpunkt so wählen, daß $E_F^{0(n)} = E_F^{(n)}$ gilt,

$$E_F^{(p)} = E_F^{0(p)} + U_D = E_F^{0(n)} = E_F^{(n)}. \tag{4,31}$$

Die Ladungsverteilung, das sich daraus ergebende Potential und die resultierende Bandstruktur für einen p-n-Übergang zeigt Abb. 43.

Die enge Nachbarschaft von (z. B. thermisch angeregten) Elektron-Loch-Paaren innerhalb eines Halbleiters führt nun dazu, daß Elektronen mit Löchern rekombinieren, d. h. vom Leitungs- in das Valenzband übergehen, wobei die freiwerdende Energie Gitterschwingungen anregt oder auch in Form von Strahlung ausgesandt wird. Im thermischen Gleichgewicht wird dabei die gleiche Anzahl von Elektronen angeregt, also ins Leitungsband gebracht, wie rekombinieren, so daß die Ladungsverteilung unverändert bleibt. (Neben den strahlenden Band-Band-Übergängen kommen auch die Rekombinationsprozesse Band-Störstelle (Donator bzw. Akzeptor), Störstelle-Band sowie Störstelle-Störstelle in Betracht, welche ebenfalls zur Strahlung der Diode (siehe unten) beitragen. Zur Vereinfachung der Diskussion wollen wir uns im folgenden auf die reinen Band-Band-Übergänge beschränken, die für den Laser allein in Betracht kommen. Es zeigt sich, daß die Strahlungsübergänge dann am wahrscheinlichsten sind, wenn der Ausbreitungsvektor $\boldsymbol{k}$ des Elektrons beim Übergang nicht geändert wird ($\boldsymbol{k}$-Auswahlregel). Eine ausführliche Diskussion der Rekombinationsvorgänge in p-n-Dioden findet sich bei UNGER (1965).) Wird eine Spannung an den p-n-Übergang in der Weise angelegt, daß sich die Elektronen wie auch die Löcher auf den Übergang zu bewegen, so ergibt sich als Folge der gegenseitigen Annäherung eine wachsende Rekombination, wobei die Zahl der gegenüber dem

Gleichgewichtszustand zusätzlichen Übergänge genau gleich der Zahl der den Strom bildenden Elektronen ist. Nur durch die Zunahme der Rekombination wird ein Stromfluß überhaupt erst möglich. Betrachten wir nur die strahlenden Rekombinationen, so bedeutet dies, daß der p-n-Übergang bei Stromdurchgang Licht mit einer

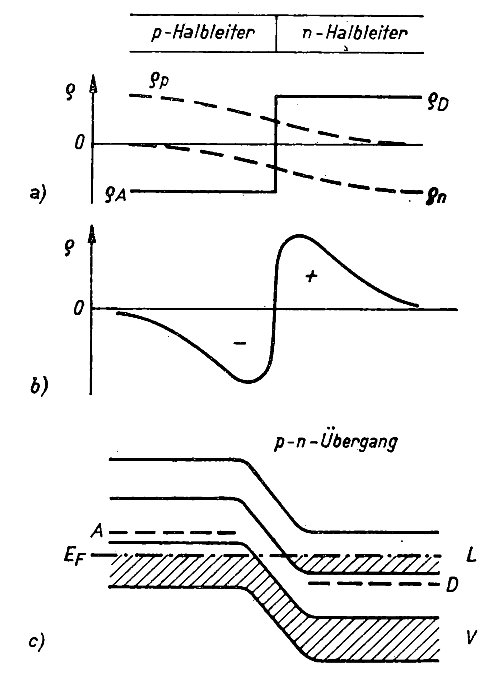


Abb. 43. Ladungsverteilung und Bandstruktur für einen p-n-Übergang.
In a) bezeichnen ϱ_D, ϱ_A, ϱ_n und ϱ_p die Ladungsdichten der (ortsfesten) Donatoren und Akzeptoren sowie der (beweglichen) Elektronen und Defektelektronen.
b) zeigt die resultierende Ladungsdichte.
Die Bandstruktur des p-n-Übergangs zeigt c)

Frequenz ausstrahlt, die im wesentlichen durch den Bandabstand gegeben ist. Man bezeichnet daher eine solche Anordnung als Lumineszenzdiode. Die Lichterzeugung wird dabei, wie wir festgestellt haben, durch die „Injektion von Minoritätsträgern" (Elektronen und Löcher) ermöglicht. (Bei umgekehrter Polarisation der angelegten Spannung werden Elektronen und Löcher weiter voneinander getrennt, so daß nur eine geringe Rekombination und damit praktisch kein Stromfluß möglich ist: Die p-n-Diode stellt einen Gleichrichter dar.)

Gelingt nun die Erzeugung einer Besetzungsinversion zwischen Leitungs- und Valenzband, so müßte es möglich sein, die Rekombinationsstrahlung einer Lumineszenzdiode durch induzierte Emission zu verstärken und bei entsprechender Rückkopplung einen Injektionslaser zu schaffen.

Der Vorschlag hierzu einschließlich der Ausarbeitung der theoretischen Grundlagen wurde bereits 1959 von Basow, Wul und Popow (1959) bzw. von Basow, Krochin und Popow (1960), Bernhard und Duraffoury (1961) u. a. publiziert.

4.5.3. Die Schwellenbedingung für den Injektionslaser

Die allgemeine Schwellenbedingung für den Laserbetrieb haben wir in Kapitel 2. abgeleitet.

Danach muß eine bestimmte Mindestinversion erreicht werden, die im Falle des Injektionslasers durch einen Strom zu erzeugen ist und im wesentlichen von der Dotierung abhängt.

Wie wir wissen, wird im thermischen Gleichgewicht die Elektronen- bzw. Löcher-Verteilung im Leitungs- bzw. Valenzband durch das Fermi-Niveau E_F bestimmt. Das gleiche gilt auch für Nichtgleichgewichtszustände, also etwa bei Stromdurchgang, mit dem Unterschied, daß nicht Gl. (4,29) gilt, sondern die räumliche Ableitung des jetzt „Quasi-Fermi-Niveau" genannten Niveaus E_F die Gesamtstromdichte bestimmt,

$$j_{\text{ges}} = \mu_n n(x) \frac{d}{dx} E_F. \tag{4,32}$$

Dabei bezeichnen μ_n die Elektronenbeweglichkeit und $n(x)$ die Dichte der Elektronen im Halbleiter. Die Differenz der Quasi-Fermi-Niveaus $E_F^{(n)} - E_F^{(p)}$ entspricht dann der angelegten Spannung. Die bei Anlegen einer Spannung U_A gegenüber Abb. 43

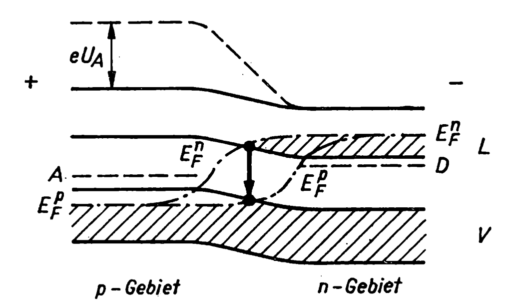


Abb. 44. Bandstruktur für einen p-n-Übergang bei einer angelegten Spannung U_A

veränderte Bandstruktur sowie die Lage der Fermi-Niveaus bei als schwach vorausgesetzter Rekombination für eine Lumineszenzdiode zeigt Abb. 44.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zustand mit der Energie $E_n(\boldsymbol{k})$ im Leitungsband besetzt ist, ist nach der Fermi-Statistik gegeben durch

$$f_n(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{e^{\frac{E_n(\boldsymbol{k}) - E_F^{(n)}(\boldsymbol{k})}{kT}} + 1}. \tag{4,33}$$

Entsprechend gilt für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zustand $E_p(\boldsymbol{k})$ im Valenzband mit einem Defektelektron besetzt ist,

$$f_p(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{e^{\frac{E_F^{(p)}(\boldsymbol{k}) - E_p(\boldsymbol{k})}{kT}} + 1}. \tag{4,34}$$

Bezeichnen wir die induzierte Übergangswahrscheinlichkeit für die Rekombinationsstrahlung mit w_{np} und die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Übergang mit w_{pn}, so ergibt sich als Gesamtwahrscheinlichkeit für die induzierte Emission

$$W_{ind} = cw_{np} \cdot f_n(\boldsymbol{k}) \cdot f_p(\boldsymbol{k}) \tag{4,35}$$

mit einem Proportionalitätsfaktor c.

Als Wahrscheinlichkeit für die Absorption gilt entsprechend

$$W_{abs} = cw_{pn} \cdot [1 - f_n(\boldsymbol{k})] [1 - f_p(\boldsymbol{k})]. \tag{4,36}$$

Sehen wir von allen anderen Strahlungsverlusten (durch Abstrahlung, Absorption an freien Ladungsträgern u. a.) ab, so muß (als notwendige Bedingung) für einen Laserprozeß

$$W_{ind} \geqq W_{abs} \tag{4,37}$$

gelten. Hieraus folgt mit den Gleichungen (4,33) bis (4,36)

$$e^{\frac{E_F^{(n)} - E_F^{(p)}}{kT}} \geqq e^{\frac{E_n(\boldsymbol{k}) - E_p(\boldsymbol{k})}{kT}}. \tag{4,38}$$

Die Frequenz ν des erzeugten Strahlungsfeldes ist durch

$$h\nu = E_n(\boldsymbol{k}) - E_p(\boldsymbol{k}) \tag{4,39}$$

gegeben, so daß wir schließlich als Schwellenbedingung aus Gl. (4,38) eine Bedingungsgleichung für die Quasi-Fermi-Niveaus erhalten (1. Laserbedingung),

$$E_F^{(n)} - E_F^{(p)} \geqq h\nu. \tag{4,40}$$

Der energetische Abstand der Quasi-Fermi-Niveaus im Leitungs- und Valenzband muß mindestens gleich der Energie eines erzeugten Lichtquants sein. Daraus folgt, daß sowohl im p- als auch im n-Gebiet die Quasi-Fermi-Niveaus in den entsprechenden Bändern (Valenz- bzw. Leitungsband) liegen müssen. Um das zu erreichen, ist aber eine starke Dotierung erforderlich. Betrachten wir als Beispiel den Halbleiter GaAs, so folgt aus der Bedingung gemäß Gl. (4,40) eine Defektelektronenkonzentration von $p > 1{,}2 \cdot 10^{19}\ \text{cm}^{-3}$ sowie eine Elektronenkonzentration von $n > 3{,}8 \cdot 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$.

Die durch die erzeugte Besetzungsinversion bedingte Verstärkung des (induzierten) Strahlungsübergangs (vgl. Kapitel 2.) ist nun direkt proportional zur Dichte des die p-n-Diode durchfließenden Stromes, j,

$$g = \beta j. \tag{4,41}$$

Setzen wir für g den aus der Schwellenbedingung (2,21) folgenden Ausdruck ein, ergibt sich für die Schwellenstromdichte

$$j_S = \frac{1}{\beta}\left(\alpha_i + \frac{1}{2L}\ln\frac{1}{R_1R_2}\right) \tag{4,42}$$

(2. Laserbedingung), wobei α_i die inneren Verluste (z. B. Absorption an freien Ladungsträgern und Beugung), L die Länge des Resonators und R_1, R_2 die Reflexionskoeffizienten der Resonatorspiegel bezeichnen.

Während α_i nicht sehr von der Temperatur abhängt, ist β sehr stark temperaturabhängig. So gilt für höhere Temperaturen (> 80 K) näherungsweise $\beta \sim T^{-3}$. Bei $T \approx 300$ K liegt β, abhängig vom Halbleiter, in der Größenordnung zwischen $6 \cdot 10^{-4}$ cm/A und $4 \cdot 10^{-3}$ cm/A. Daraus folgt, daß der Schwellenstrom um so kleiner ist, je tiefer die Temperatur ist (vgl. Abb. 45) und daß er, wie Gl. (4,42) zeigt, bei verringerten Reflexionsverlusten abnimmt.

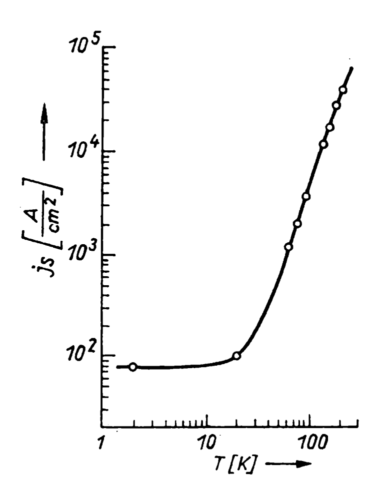


Abb. 45. Schwellenstromdichte als Funktion der Temperatur für einen Injektionslaser mit Diffusionsdiode (nach BURNS, DILL und NATHAN (1963))

Wie bei allen anderen Lasertypen brauchen wir damit auch für den Injektionslaser eine Resonanzstruktur mit möglichst geringen Verlusten für einzelne Eigenschwingungen.

Um einen Resonator für die Strahlung zu erhalten, werden die Endflächen des Halbleiters parallel geschliffen und poliert. Vielfach genügt schon die saubere Bruchfläche für eine ausreichende Reflexion, die wegen des hohen Brechungsindex bei etwa 30 bis 40% liegt.

Die prinzipielle Anordnung eines Injektionslasers zeigt Abb. 46.

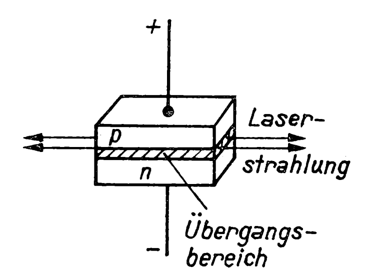


Abb. 46. Schematische Darstellung eines Injektionslasers

4.5.4. Die Eigenschaften des Injektionslasers

Der Lasereffekt in Halbleitern wurde erstmals 1962 (u. a. von NATHAN, DUMKE, BRUNS, DILL und LASHER (1962)) in dem mit Te (Donatoren) und Zn (Akzeptoren) dotierten GaAs bei der infraroten Wellenlänge $\lambda = 0{,}840\ \mu m$ beobachtet. Dieser Halbleiter gehört auch heute noch zu den am meisten untersuchten und für Injektionslaser benutzten Substanzen, auch wenn in der Zwischenzeit mit einer Reihe anderer Halbleiter-Materialien (InAs, InP, InGaAs, PbTe u. a.) eine Laserwirkung erzielt wurde.

Bei einer Arbeitstemperatur von 77 K betrug anfangs die Schwellenstromdichte etwa $10^5 A/cm^2$, lag also relativ hoch. Um eine merkliche Aufheizung des Halbleiters und damit eine weitere Erhöhung der notwendigen Schwellenstromdichte zu vermeiden, war daher nur Impulsbetrieb möglich. Daraus folgt, daß das Problem der Kühlung für den Injektionslaser eine große Rolle spielt.

Wie Abb. 45 zeigt, nimmt die Schwellenstromdichte stark mit der Temperatur ab. Sie beträgt bei 4,2 K nur noch 700 A/cm^2, so daß auch kontinuierlicher Betrieb mit einer Ausgangsleistung bis zu 12 W erhalten wurde. Das Ziel der weiteren Entwicklung bestand darin, die für eine weitreichende Anwendung hinderliche Kühlung zu vermeiden und einen kontinuierlichen Betrieb bei Raumtemperatur zu erreichen. Das ist tatsächlich auch gelungen, und zwar durch die Verwendung von Halbleitern, bei denen durch eine geeignete Ausbildung der an die p-n-Schicht angrenzenden Bereiche ein Zusammenhalt der Ladungsträger in der Schicht sowie eine Totalreflexion der erzeugten Strahlung (Wellenleitereffekt) erreicht wird, so daß die Verluste durch Abstrahlung senkrecht zur Schicht minimal werden.

Die einfachen p-n-Dioden werden in der Weise hergestellt, daß in hochdotiertes n-Material Akzeptoren von der Oberfläche her eindiffundiert werden, so daß die Dicke der aktiven Schicht im wesentlichen durch die Diffusionslänge der Elektronen bedingt ist. Als Folge der nur geringen Brechungsindexunterschiede wird das Strahlungsfeld nur ungenügend in der aktiven Schicht geführt. Die Schwellenstromdichte liegt damit bei Zimmertemperatur sehr hoch. Sie beträgt für GaAs im Impulsbetrieb etwa $10^5\ A/cm^2$.

Eine wesentliche Verbesserung hinsichtlich des optischen Gewinns ist dadurch zu erreichen, daß der p-Leiter auf das n-dotierte Grundmaterial in Form einer

Schicht aufgebracht wird, so daß bei thermischer Behandlung die Akzeptoren in das n-Material diffundieren. Wir sprechen in diesem Falle von Epitaxiedioden. Man erhält auf diese Weise an den Grenzen des p-n-Übergangs Potentialbarrieren, die die Elektronen und wegen der verschiedenen Brechungsindizes an den Grenzen auch das Strahlungsfeld in der aktiven Schicht „halten". Die Schwellenstromdichte kann auf diese Weise auf einige 10^4 A/cm^2 reduziert werden. Dieser Effekt kann durch die (ein- oder auch doppelseitige) Anlagerung von Schichten an die Grenzen des p-n-Übergangs, die aus Materialien mit größerem Bandabstand als der verwendete Halbleiter bestehen (größere Potentialbarriere und Brechungsindexunterschiede), noch erhöht werden. Diese heute vielfach untersuchten Anordnungen werden als ein- bzw. mehrfache Heterostrukturen bezeichnet. Es ist damit möglich, die Schwellenstromdichte bei Raumtemperatur auf etwa 2000 A/cm^2 zu reduzieren. Bei entsprechender Wärmeableitung ist damit ein kontinuierlicher Betrieb mit Strahlungsleistungen von mehr als 20 mW bei Zimmertemperatür erreicht worden. Die Entwicklung auf diesem Gebiet ist noch nicht abgeschlossen und läßt in naher Zukunft weitere Fortschritte erwarten.

Die zur Zeit verwendeten p-n-Dioden besitzen jedoch meist größere Verluste. Sie ermöglichen bei Raumtemperatur Impulsbetrieb mit Impulsdauern von ns bis µs bei einer Folgefrequenz von einigen Hz (abhängig von der Kühlung) und ergeben eine Ausgangsleistung von 10^2 W. Die Ausgangsleistungen sollten sich in nächster Zukunft auf höhere Werte steigern lassen.

Der Wirkungsgrad beträgt 1 bis 3% bei Zimmertemperatur und etwa 70% bei Kühlung auf 77 K.

Die Strahlungseigenschaften des Halbleiterlasers sind wie bei den anderen Lasertypen durch ausgeprägte Amplitudenstabilität (vgl. Kapitel 5.) und hohe spektrale Energiedichte zu kennzeichnen, während die Kohärenzlänge als Folge der großen Spektralbreite des Verstärkungsprofils im allgemeinen relativ klein (in der Größenordnung von 10 cm) ist.

Die Zahl der angeregten Eigenschwingungen wird durch den Fabry-Perot-Resonator bestimmt, der für den Fall, daß keine äußeren Spiegel verwendet werden, relativ klein, nämlich maximal 0,5 mm lang ist. Dementsprechend erhält man einen relativ großen Abstand $\Delta\nu = \frac{c}{2Ln}$ (n Brechungsindex) zwischen den einzelnen axialen Eigenschwingungen ($\Delta\nu \approx 300$ GHz), so daß es bei nicht zu hoher Anregung relativ leicht möglich ist, nur eine Eigenschwingung anzuregen. Hinzu kommt, daß als Folge der leichten Beweglichkeit der Elektronen und Löcher (d. h. der nichtlokalisierten Energiezustände) solche Zustände schnell wieder besetzt werden, die durch Strahlung abgebaut wurden, so daß eine Koexistenz verschiedener Eigenschwingungen bei räumlich homogener Stromverteilung unwahrscheinlicher ist als etwa beim Festkörperlaser. Bei stärkerer Anregung ist jedoch im allgemeinen die effektive Spektralbreite des Verstärkungsbereichs so groß, daß die Strahlung des Halbleiterlasers mehr als eine (etwa 5 bis 10) Ax˙ lmoden enthält.

Darüber hinaus ist die im wesentlichen durch die Dicke des p-n-Übergangsgebietes gegebene Querausdehnung D des erzeugten Lichtbündels relativ klein, so daß die Beugungsverluste und damit auch der Divergenzwinkel der Strahlung sehr groß werden. Mit $D = 10^{-4}$ cm erhalten wir aus $\Theta = \frac{\lambda}{D}$ einen im Vergleich zum Gaslaser großen Öffnungswinkel von $\Theta \approx 20°$, was gut mit den experimentellen Beobachtungen übereinstimmt. Bei Lasern mit Heterostruktur wird der Öffnungswinkel noch größer.

Als Besonderheit der Ausstrahlung sei schließlich noch die „Perlenstruktur" erwähnt: Während unterhalb der Schwelle die inkohärente Ausstrahlung (einer Lumineszenzdiode) als ein gleichmäßig leuchtendes Band erscheint, zeigt die Laserdiode einzelne leuchtende Punkte im Strahlquerschnitt, wobei die Zahl der Punkte mit wachsender Anregung zunimmt, so daß sich schließlich das Bild einer „Perlenkette" ergibt. Der Abstand zweier leuchtender Punkte beträgt etwa 10 bis 20 μm. Die Punkte treten paarweise auf beiden Spiegeln auf, so daß wir annehmen müssen, daß sich einzelne Lichtfäden durch den Injektionslaser ziehen. Dieser Effekt wird von Unger (1965) für den Fall der Diffusionsdiode als „Kohärenzpinch" interpretiert, wobei die räumlichen Bereiche mit anfangs hohen Photonenstromdichten Ladungsträger aus der Umgebung heranziehen (Diffusion), so daß zwangsläufig nichtstrahlende Zwischenbereiche entstehen.

Die Vorteile des Injektionslasers liegen u. a. darin, daß er einfach und bequem durch elektrischen Strom anzuregen und damit — was speziell für die Anwendung wesentlich ist — leicht zu modulieren ist. Ferner besitzt er eine hohe Quantenausbeute, so daß ein recht hoher Wirkungsgrad erreicht werden kann, und schließlich kommen seine geringen Abmessungen seinem Einsatz sehr zustatten. Eine besonders für die Anwendung des Injektionslasers wesentliche Eigenschaft besteht darin, daß die Wellenlänge der erzeugten Strahlung durch Variation des Anregungsstromes in gewissen Grenzen durchgestimmt werden kann, da über den Strom die Temperatur des Halbleiters und damit der Bandabstand verändert wird. Nehmen wir hinzu, daß heute eine Vielzahl von verschiedenen Halbleitern mit unterschiedlichen Grundfrequenzen (Bandabständen) als Lasermaterialien bekannt sind, so haben wir mit dem Injektionslaser eine durchstimmbare Lichtquelle zur Verfügung, mit der der Wellenlängenbereich zwischen 0,5 und 30 μm zu erfassen ist (siehe Abb. 47).

Als nachteilig ist der relativ große Divergenzwinkel seiner Strahlung zu nennen.

Neben der Anregung durch Injektion von Ladungsträgern ist es auch möglich, kompakte Halbleiter durch einen Elektronenstrahl anzuregen. Das hat den Vorteil, daß eine Besetzungsinversion in einem, im Vergleich zum relativ kleinen p-n-Übergangsgebiet, großen Bereich zu erzielen ist. Auf diese Weise können größere Laserleistungen erzeugt werden. Wegen des höheren Aufwandes haben allerdings diese Halbleiterlaser bis heute noch keine große Bedeutung erlangt.

Die bisher behandelten Methoden zur Erzeugung einer Besetzungsinversion in optischen Systemen führten uns zu den wesentlichsten Lasertypen, dem Gas-, dem

Festkörper- und dem Injektionslaser. Es gibt daneben noch andere Pumpvarianten, die allerdings bis heute keine so große Bedeutung erlangt haben. Wir kommen darauf am Schluß dieses Abschnittes noch kurz zurück. Zuvor wollen wir jedoch noch auf einen anderen Laser, nämlich den Farbstofflaser, etwas näher eingehen; der sich zwar vom Prinzip her nicht wesentlich von den schon behandelten Lasertypen unterscheidet (optisch gepumpter Laser), der jedoch als in seiner Frequenz abstimmbarer Laser schon heute eine beachtliche Bedeutung hat und sicher für die Zukunft noch größeres Interesse erlangen wird.

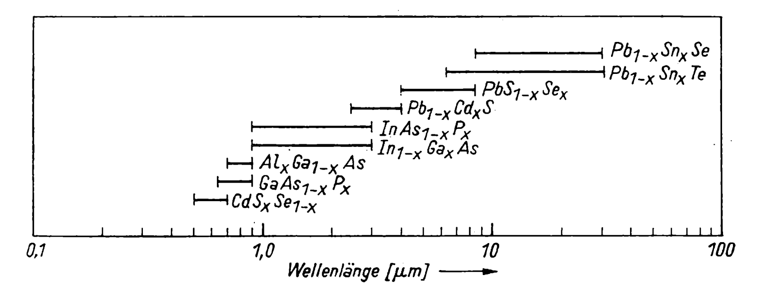


Abb. 47. Die wesentlichsten der bis heute bekannten Materialien für Injektionslaser und die dazugehörigen Abstimmbereiche

4.6. Der Farbstofflaser

Schon kurz nach der Entwicklung des Lasers wurde nach Möglichkeiten gesucht, die durch den Atomübergang festgelegte Wellenlänge der Laserstrahlung insbesondere im Hinblick auf spezielle Anwendungen durchzustimmen. Bei Gaslasern gelingt dies z. B. mit Hilfe eines magnetischen Feldes durch Ausnutzung des Zeeman-Effektes um den allerdings recht geringen Betrag von einigen 10^9 Hz (etwa 10^{-4} μm). Größere Abstimmungen (um einige 10^{-1} μm) wurden mittels Druck- oder auch Stromänderungen bei Halbleiterlasern erreicht, erfaßten jedoch nur den infraroten Bereich. In den letzten Jahren wurden ferner verschiedene Methoden erarbeitet, die die Erzeugung einer hinsichtlich der Frequenz variablen Laserstrahlung gestatten. Hierzu gehören einmal die Methoden der nichtlinearen Optik (wir kommen in Kapitel 7. hierauf ausführlich zurück) und zum anderen als direkt abstimmbarer Laser der Farbstofflaser.

Bei der Bestrahlung einer Lösung von organischem Farbstoff (Chloraluminiumphthalocyanin gelöst in Äthylalkohol) mit einem Rubin-Impulslaser zur Untersuchung des Raman-Effektes (siehe Kapitel 7.) fanden Sorokin und Lankard (1966)

die Emission einer Linie bei 0,756 μm, welche nicht als Raman-Linie zu erklären war, sich jedoch als induzierte Linie des Fluoreszenzüberganges des Farbstoffes identifizieren ließ. Die daraufhin einsetzenden theoretischen und experimentellen Untersuchungen führten zur Entwicklung der Farbstofflaser in der heutigen Form, deren Prinzip und Besonderheiten wir uns im folgenden klarmachen wollen.

Abb. 48. Struktur von Chloraluminium-phthalocyanin

Die Moleküle organischer Farbstoffe besitzen eine komplexe Struktur (als Beispiel zeigt Abb. 48 die Struktur von Chloraluminium-phthalocyanin) mit einer Vielzahl von Schwingungsmöglichkeiten zwischen den einzelnen Atomen und Atomgruppen. Im Energieniveauschema sind daher den Elektronenniveaus S_0, S_1, ... eine große Zahl von Schwingungsniveaus überlagert, zwischen denen ein Energieaustausch durch schnelle Relaxationsübergänge (mit Relaxationszeiten von 10^{-11} bis 10^{-12} s) erfolgt.

Da im thermischen Gleichgewicht nur die untersten Schwingungsniveaus des Elektronen-Grundzustands (S_0) besetzt sind, kann durch Einstrahlung einer intensiven (in Abb. 49 mit A bezeichneten) Pumpwelle zwischen den obersten Schwingungsniveaus des Elektronen-Grundzustandes S_0 und den untersten angeregten Elektronenniveaus S_1 eine Besetzungsinversion erreicht werden. Bei geeigneter Rückkopplung und ausreichender Verstärkung kann daher auf dem Übergang $S_1 \rightarrow S_0$ Lasertätigkeit erzielt werden. Darüber hinaus werden bei genügend starkem Pumpen die unteren Schwingungsniveaus von S_0 so stark entvölkert, daß auch auf diese Niveaus Laserübergänge erfolgen. Die durch die Pumpstrahlung angeregten Schwingungsniveaus in S_1 gehen über Relaxationsprozesse zum untersten S_1-Zustand über, von wo aus die Fluoreszenz- und damit die Laserübergänge erfolgen. Das Pumpen muß mit kurzer Anstiegszeit sehr intensiv erfolgen, um genügend viele Moleküle in kurzer Zeit anzuregen, da dieses Niveau mit einer Relaxationszeit von $\approx 10^{-9}$ s in den Grundzustand übergeht. Hinzu kommt, daß die S_1-Niveaus zusätzlich durch strahlungslose

Übergänge in die Triplett-Zustände entleert werden (vgl. Abb. 49), so daß, wenn diese Übergänge genügend stark sind, der Lasereffekt $S_1 \rightarrow S_0$ ganz verhindert werden kann. Die notwendigen Pumpleistungen betragen bis zu 20 MW. Üblicherweise wird als Pumpwelle die Strahlung eines Lasers bzw. die damit erzeugte 2. Harmonische (siehe Kapitel 7.) oder auch das Licht von speziellen Blitzlampen benutzt.

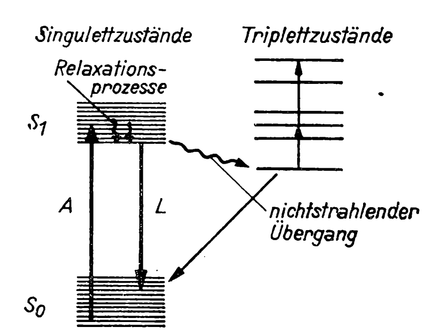


Abb. 49. Energieniveauschema für den Farbstofflaser

Verwenden wir für den Resonator Breitband-Spiegel, so wird ein Großteil der Fluoreszenzbande zur Lasertätigkeit angeregt, so daß die erhaltene Laserlinie sehr breit (einige 10^{-2} µm) ist, wobei die Mittenfrequenz durch den verwendeten Farbstoff gegeben ist. Wie Schäfer, Schmidt und Volze (1966) zeigten, ändert sich die Lage des Maximums der Fluoreszenz recht stark mit der Konzentration des Farbstoffes (mit zunehmender Konzentration nimmt die Wellenlänge zu) und der Länge der Farbstoffküvette. So beträgt bei einer Konzentrationsänderung um den Faktor 10^3 die Wellenlängenänderung etwa $6 \cdot 10^{-2}$ µm. Auf diese Weise ist es leicht möglich, durch Wahl verschiedener Farbstoffe und verschiedener Konzentrationen einen großen Spektralbereich vom Sichtbaren bis ins nahe Infrarot kontinuierlich zu erfassen, wobei allerdings die erhaltene Laserstrahlung eine große Linienbreite besitzt. Die Linienbreite läßt sich nun drastisch verringern und ihr Zentrum innerhalb der ursprünglich breiten Linie von einigen 10^{-2} µm kontinuierlich abstimmen mit einer Anordnung, wie sie von Soffer und McFerland (1967) vorgeschlagen wurde (siehe Abb. 50). Die Autoren ersetzten einen der Breitband-Resonatorspiegel durch ein drehbar angeordnetes Reflexionsgitter, das so justiert wurde, daß das 1. Beugungsmaximum zurück auf den Spiegel reflektiert wird und damit die Anordnung aus Spiegel und Gitter nur für Strahlen dieser Richtung einen Resonator bildet. Da der Winkel, bei dem einfallender und gebeugter Strahl zusammenfallen, von der Wellenlänge abhängt, ist durch Drehen des Gitters eine kontinuierliche Abstimmung innerhalb der Breite der Fluoreszenzbande möglich.

So ist es heute möglich, bei Linienbreiten von etwa 30 GHz mit einem Gitter je nach Farbstoff kontinuierlich einen Wellenlängenbereich bis zu $8 \cdot 10^{-2}$ µm durchzustimmen, so daß nur wenige verschiedene Farbstoffe ausreichen, um den gesamten sichtbaren und nahen Infrarot-Spektralbereich von 0,330 µm bis 1,175 µm zu erfassen (vgl. Abb. 51). Dabei kann durch den Einbau zusätzlicher wellenlängenselektiver Elemente in den Resonator, z. B. einer Fabry-Perot-Struktur, die Linienbreite der erzeugten Strahlung noch weiter reduziert werden (z. B. 30 MHz).

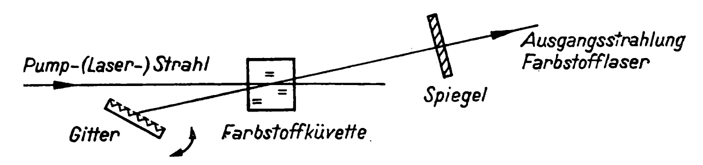


Abb. 50. Anordnung zur Abstimmung des Farbstofflasers (nach SOFFER und MC FARLAND (1967))

Der Farbstofflaser wird in vielen Fällen im Impulsbetrieb mit Folgefrequenzen (bei Anregung durch Laserlicht) bis zu 200 Hz betrieben, wobei die Impulsbreiten sowohl im ns- wie auch im ps-Bereich liegen können. Die Ausgangsleistungen betragen einige MW/cm² bei ns-Impulsen und bis zu 100 MW/cm² bei ps-Impulsen.

In den letzten Jahren wurde auch kontinuierlicher Betrieb erreicht. Dabei war insbesondere nötig, die Triplett-Anregungen durch Relaxationsprozesse (welche besonders durch Beimengungen zum Farbstoff beeinflußbar sind) genügend schnell wieder in den Grundzustand zu bringen, so daß die entsprechenden Moleküle für eine erneute Anregung und damit dem Laserprozeß zur Verfügung stehen. Die Ausgangsleistungen betragen bei kontinuierlichem Betrieb etwa 1 W.

Eine Ausdehnung des Laserbetriebs zu längeren Wellenlängen scheint vom Prinzip her schwierig zu sein, da die Farbstoffe mit abnehmendem energetischen Abstand zwischen dem untersten Singulett-Anregungszustand und dem Elektronen-Grundzustand nicht mehr stabil sind. Dagegen erscheint es möglich, mit Hilfe von Farbstofflasern den violetten und ultravioletten Bereich des Spektrums für die Laserphysik zu erschließen. Hinzu kommt, daß der Wellenlängenbereich für den kontinuierlich abstimmbaren Farbstofflaser dadurch beträchtlich erweitert werden kann, daß die Strahlung des Farbstofflasers zur Erzeugung neuer Frequenzen mit Hilfe nichtlinearer optischer Effekte (Summen- und Differenzbildung, vgl. Abschnitt 7.6.) verwendet wird. Auf diesem Wege gelang es, im Ultravioletten den Bereich von 0,216 µm bis 0,330 µm und im Infraroten die Bereiche zwischen 3 µm und 5 µm sowie 10 µm und 13 µm zu erschließen.

Der Wirkungsgrad der Farbstofflaser liegt im allgemeinen zwischen 20 und 30%. Der Farbstofflaser als weitgehend monochromatische, über einen großen Bereich kontinuierlich abstimmbare Lichtquelle erscheint vor allem im Bereich der Spektro-

skopie, einschließlich der Kurzzeitspektroskopie, als vielversprechend und wird hier auch heute schon vielfach angewandt. Der Vorteil einer abstimmbaren Lichtquelle in der Spektroskopie liegt auf der Hand. Doch auch in anderen Bereichen wie z. B. der Photochemie oder der Plasmadiagnostik, führt die Verwendung eines

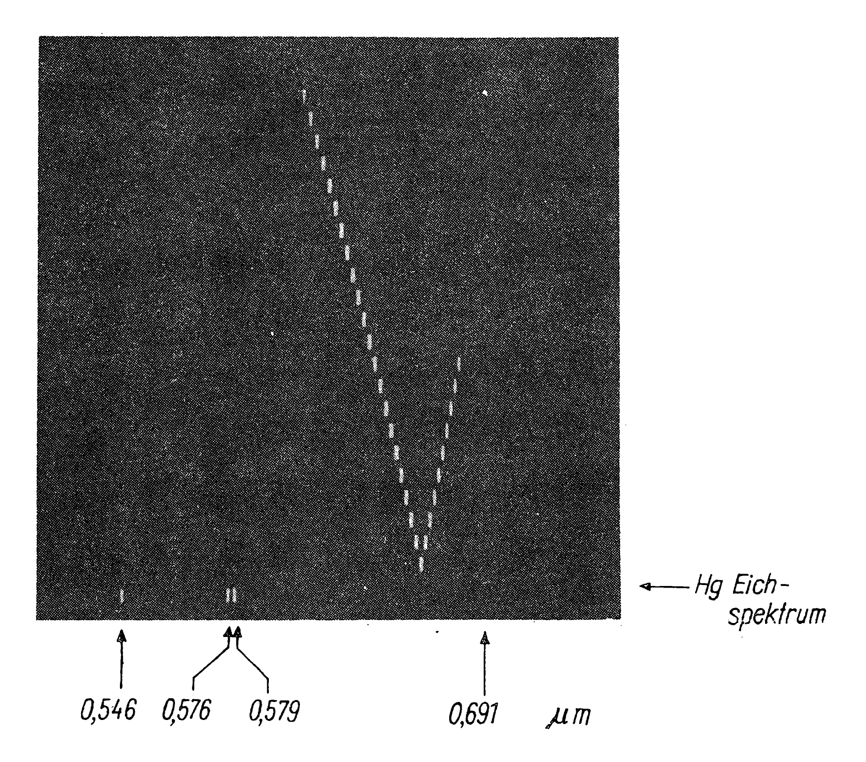


Abb. 51. Mit einem Farbstofflaser erhaltenes Spektrum.
Abstimmung eines mit der 2. Harmonischen eines Rubinlasers gepumpten Farbstofflasers Abstimmbereich mit einem Farbstoff 0,6 bis 0,68 μm. Zum Vergleich wurde das Spektrum von Hg aufgenommen (nach Mory (1974)).

Farbstofflasers durch die Möglichkeit, genau definierte Zustände selektiv anzuregen zu Aussagen, die mit den bisher üblichen Methoden der Anregung mit Hilfe konventioneller Lichtquellen oder auch Lasern mit fester Frequenz nur bedingt oder gar nicht zu erhalten waren.

Neben den im vorstehenden behandelten Lasertypen gibt es — wie schon angedeutet — noch einige weitere Verfahren, eine Besetzungsinversion und damit Lasertätigkeit zu erzielen, doch haben diese bisher keine so große Bedeutung erlangt

Wir erwähnen hier den chemisch gepumpten Laser, bei dem die Pumpenergie in chemischen Reaktionen erzeugt und auf die oberen Niveaus von Molekülen übertragen wird.

Ein anderes Verfahren benutzt einen Elektronenstrahl zur Anregung der oberen Niveaus von Atomen. Das erweist sich dann als zweckmäßig, wenn eine möglichst kurzwellige Laserstrahlung (im UV-Bereich) erzeugt werden soll, da in diesem Bereich keine genügend intensive optische Pumplichtquelle zur Verfügung steht. Die kürzeste auf diese Weise erzeugte Laserwellenlänge liegt heute bei 0,116 μm. Auf diesem Gebiet, nämlich der Ausdehnung des Lasereffektes zu immer kürzeren Wellen hin, liegt auch die Bedeutung dieses Verfahrens für die Zukunft.

4.7. Der gütegesteuerte Laser

4.7.1. Theoretische Grundlagen

Wir haben im vorstehenden bei der Behandlung der verschiedenen Lasertypen gesehen, daß es mit dem Laser möglich ist, eine weitgehend monochromatische Strahlung kontinuierlich zu erzeugen (hierfür kommt im wesentlichen der Gaslaser in Betracht) oder auch bei weniger definierten Eigenschaften für die erzeugte Strahlung hohe Intensitäten im Impulsbetrieb zu erhalten, wie es für Festkörperlaser typisch ist.

Seit der Entwicklung der ersten Laser ist man besonders im Hinblick auf bestimmte Anwendungen bemüht, möglichst große Intensitäten der Ausgangsstrahlung zu erzielen. Wir denken hierbei an die bei großen Intensitäten mögliche Untersuchung optisch nichtlinearer Effekte (vgl. Kapitel 7.), an die Materialbearbeitung oder auch an die insbesondere in den letzten Jahren verstärkt betriebene Plasmaerzeugung und Auslösung thermonuklearer Reaktionen mit Hilfe von Laserstrahlung (Kapitel 8.). So wurde eine Entwicklung eingeleitet, in deren Ergebnis augenblicklich Intensitäten bis zu 10^{11} W/cm^2 bzw. bei entsprechender Nachverstärkung bis zu 10^{15} W/cm^2 erzeugt werden können. Diese Spitzenwerte erreicht man zur Zeit mit dem sogenannten gütegesteuerten Laser, dem wir uns im folgenden zuwenden wollen.

Wir erinnern in diesem Zusammenhang daran, daß die in einem Laser maximal erreichbare Leistung prinzipiell durch die Größe der Pumpleistung gegeben ist. Die Spitzenleistung für den Impuls jedoch ist dabei zusätzlich eine Funktion der Impulsdauer, die wiederum von den Parametern der Anordnung, und zwar in erster Linie von der Verlustkonstanten des Resonators abhängt.

Es liegt nun nahe zu versuchen, die Impulsdauer von Impulslasern — und nur mit

diesem Lasertyp wollen wir uns in diesem Abschnitt beschäftigen — zu verringern, um auf diese Weise höhere Spitzenintensitäten zu erreichen. Daß dies tatsächlich möglich ist, wollen wir im folgenden zeigen.

Hierzu müssen wir uns noch einmal den zeitlichen Verlauf des Anschwingvorganges im Laser klarmachen.

Mit Beginn des Pumpens wächst die Zahl der im oberen Laserniveau befindlichen Atome an, wenn die Zahl der Atome, die pro Zeiteinheit durch spontane Emission oder durch Relaxationsprozesse in andere, energetisch tiefer liegende Niveaus übergehen, kleiner ist als die Zahl der durch die Pumpstrahlung angeregten Atome. So wird nach einer gewissen Zeit, die von der Pumpintensität und der Lebensdauer des oberen Niveaus abhängt, eine Gleichbesetzung und schließlich eine Besetzungsinversion zwischen oberem und unterem Laserniveau auftreten. Damit ergibt sich ein Überwiegen der induzierten Emission über die Absorption, das Strahlungsfeld wird — ausgehend von der spontanen Emission — verstärkt werden. Ein Teil der Strahlung tritt an den Resonatorspiegeln aus, während der andere Teil in das aktive Medium rückgekoppelt und erneut durch induzierte Emission verstärkt wird. Ist die Inversion schließlich so groß, daß die Verstärkung bei einem Durchlauf ausreicht, um die Verluste zu kompensieren, so wird die selbsterregte Oszillation einsetzen. Die Zahl der für das Erreichen der Laserschwelle notwendigen invertierten Atome hängt im wesentlichen von den Verlusten und den Lebensdauern der Laserniveaus ab. Der Einsatz der Lasertätigkeit kann dabei — in Abhängigkeit von den Konstanten des Systems, einschließlich der Pumpintensität — zeitlich monoton oder auch in Form von Spikes bzw. Relaxationsschwingungen erfolgen, stabilisiert sich dann bei kontinuierlichem Pumpen als Folge der Nichtlinearität der Wechselwirkung auf den stationären Zustand. Wichtig für unsere weiteren Überlegungen ist die Feststellung, daß die Lasertätigkeit sofort dann einsetzt, wenn die Verstärkung pro Durchgang die Verluste übersteigt, unabhängig davon, welcher Bruchteil der Atome invertiert ist.

Denken wir uns einen Pumpimpuls von etwa 10^{-4} s Dauer, dessen Energie ausreicht, im Prinzip alle Atome in den oberen Zustand zu bringen, so wird bei einer genügenden Pumpleistung der Laser nach etwa 10^{-6} s anschwingen und mit einer relativ kleinen Intensität einen Impuls von ebenfalls etwa 10^{-4} s liefern. Um größere Intensitäten bei verringerten Impulslängen zu erzielen, liegt es nun nahe, den Laser erst dann anschwingen zu lassen, wenn die mit dem vorgegebenen Pumpimpuls maximal mögliche Besetzungsinversion erreicht ist.

So wurde schon von HELLWARTH (1961) vorgeschlagen, innerhalb eines Lasers mit äußeren Resonatorspiegeln einen Verschluß anzubringen, der erst dann geöffnet wird, wenn die Besetzungsinversion ihr Maximum erreicht hat. Dieser Zeitpunkt hängt von der Dauer und der Intensität des Pumpimpulses sowie der Lebensdauer des oberen Laserniveaus ab. Die erreichbare Intensität und die Dauer des Laserimpulses sind durch die vorhandene Besetzungsinversion und die Anstiegszeit bei der Öffnung des Verschlusses gegeben. Da durch das Öffnen und Schließen des Schalters die Güte Q

des Resonators gesteuert wird, nennen wir derartige Laser gütegesteuerte bzw. -geschaltete Laser (in der englischen Literatur Q-switch-Laser) oder auch, da hiermit sehr intensive Impulse zu erhalten sind, Riesenimpuls- (bzw. Giant-Pulse-)Laser.

Die Güteschaltung ist einerseits auf rein mechanischem Wege durch rotierende Spiegel oder Prismen und zum anderen elektrisch durch die Einschaltung von Kerr- oder Pockels-Zellen möglich, wobei der Zeitpunkt, zu dem der Resonator minimale Verluste aufweisen soll, durch den Pumpimpuls gesteuert wird, oder umgekehrt die Güteschaltung rechtzeitig den Pumpimpuls auslöst. Diese Art der Schalter mit von außen steuerbarer Schaltzeit nennen wir aktive Schalter. Andererseits ist es auch möglich, die Güte des Resonators dadurch zu steuern, daß die Laserstrahlung selbst die Schaltung „betätigt", indem ein sättigbarer Absorber bei genügender Intensität voll durchlässig wird, wobei die Schaltzeit im wesentlichen durch die Dichte und die Relaxationszeiten des Absorbers bestimmt wird. Diesen bezeichnen wir als passiven Schalter, die Öffnungszeit ist nicht frei wählbar.

Wir kommen auf Einzelheiten der Güteschaltung in den Abschnitten 4.7.2. und 4.7.3. noch zurück und wollen uns vorerst einer quantitativen Erfassung der eingangs geschilderten Herausbildung eines Laserimpulses bei Güteschaltung zuwenden.

Wir betrachten einen Resonator mit der Verlustkonstanten $\varkappa$ und wollen voraussetzen, daß ein Pumpimpuls von $t = -t_0$ bis $t = 0$ eine Besetzungsinversion σ_0 erzeugt hat und dann nicht mehr wirksam ist. Für $t \geqq 0$ gelten dann die Bilanzgleichungen (2,8) und (2,9) in der Form

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\varkappa n + B\sigma n \tag{4,43}$$

und

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = -2B\sigma n, \tag{4,44}$$

wobei die Photonenzahl der Laserstrahlung wie üblich mit n bezeichnet wird. Die Gleichungen (4,43) und (4,44) sind unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

$$n(t = 0) = n_0, \ \sigma(t = 0) = \sigma_0 \tag{4,45}$$

zu lösen. Die Größe n_0 bezeichnet die zur Zeit $t = 0$ vorhandene spontane Photonenzahl.

Die Dauer und die Höhe des Laserimpulses werden wesentlich durch die Größe der Anfangsverstärkung bestimmt, die unter der Voraussetzung $\sigma \approx \sigma_0$, d. h., daß die Besetzungsinversion noch nicht merklich abgebaut wird, unmittelbar aus Gl. (4,43) folgt,

$$n = n_0 \mathrm{e}^{(B\sigma_0 - \varkappa)t}. \tag{4,46}$$

Die Photonenzahl wächst im Anfangsstadium exponentiell an. Die Steilheit des Anstieges ist durch $B\sigma_0 - \varkappa$ gegeben, was zeigt, daß zur Erzielung eines steilen Impulses die Inversion σ_0 groß, die Verlustkonstante $\varkappa$ dagegen möglichst klein sein sollte.

Für eine detailliertere Diskussion haben wir die zeitliche Änderung von σ zu berücksichtigen und die gekoppelten Gleichungen (4,43) und (4,44) auszuwerten (vgl. Haken (1970)). Aus Gl. (4,44) folgt

$$\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}\sigma}{2B\sigma n}. \tag{4,47}$$

Einsetzen dieses Differentials in Gl. (4,43) ergibt eine Differentialgleichung für $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\sigma}$ von der Form

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\sigma} = -\frac{1}{2} + \frac{\varkappa}{2B\sigma}. \tag{4,48}$$

Durch Integration folgt

$$n - n_0 = -\frac{1}{2}(\sigma - \sigma_0) + \frac{\varkappa}{2B} \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}. \tag{4,49}$$

Für die nach Abklingen des Impulses für $t \to \infty$ vorliegende Inversion σ_∞ ergibt sich hieraus, setzen wir näherungsweise n_0 wie auch n_∞ gleich Null,

$$\sigma_\infty = \sigma_0 + \frac{\varkappa}{B} \ln \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}. \tag{4,50}$$

Aus Gl. (4,43) ergibt sich schließlich, daß der Schwellenwert der Inversion durch

$$\sigma_S = \frac{\varkappa}{B} \tag{4,51}$$

gegeben ist, so daß wir für Gl. (4,50) auch schreiben können

$$\frac{\sigma_\infty}{\sigma_0} = 1 + \frac{\sigma_S}{\sigma_0} \ln \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}. \tag{4,52}$$

Hieraus läßt sich $\frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}$ numerisch bestimmen. Es ergibt sich, daß schon bei einer Schwellenüberhöhung $\frac{\sigma_0}{\sigma_S}$ um den Faktor 2 ein Großteil der Inversion, nämlich etwa 80%, durch den Impuls abgebaut wird. Die maximale Photonenzahl wird für $\sigma = \sigma_S$ erreicht, wie wir leicht aus Gl. (4.43) ersehen, und wir können sie unter Benut-

zung der Beziehungen (4,49) und (4,44) berechnen können. Sie ist durch

$$n_m = \frac{\sigma_0}{2}\left(1 - \frac{\sigma_S}{\sigma_0} + \frac{\sigma_S}{\sigma_0}\ln\frac{\sigma_S}{\sigma_0}\right) \tag{4,53}$$

gegeben. Für das obige Zahlenbeispiel, $\frac{\sigma_0}{\sigma_S} = 2$, ergibt sich damit

$$n_m = 0{,}077\sigma_0.$$

Die gesamte im Impuls des Strahlungsfeldes vorhandene Photonenzahl können wir ohne weiteres aus Gl. (4,43) bestimmen. Setzen wir für $B\sigma n$ den aus Gl. (4,44) folgenden Ausdruck ein, dann erhalten wir

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sigma + 2n) = -2\varkappa n, \tag{4,54}$$

und hieraus ergibt sich durch Integration, vernachlässigen wir wieder Anfangs- und Endwert für die Photonenzahl,

$$\sigma_0 - \sigma_\infty = 2\varkappa \int_0^\infty n(t')\,\mathrm{d}t' \tag{4,55}$$

als Erhaltungssatz für die Energie.

Den prinzipiellen Verlauf der Inversion σ und der Photonenzahl n als Funktion der Zeit, wie er aus den obigen Überlegungen qualitativ zu entnehmen ist, zeigt Abb. 52.

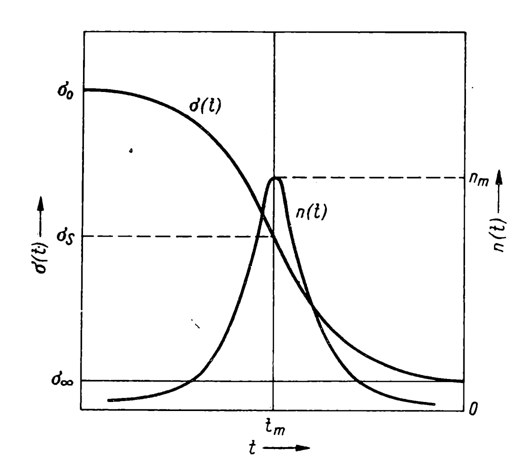


Abb. 52. Darstellung der Inversion σ und der Photonenzahl n als Funktion der Zeit t in einem gütegesteuerten Laser

Zur Abschätzung der erreichbaren Impulsbreite beachten wir, daß die Photonenzahl bei einer Zeit t_m ein Maximum erreicht und für $t = 0$ und $t \to \infty$ praktisch verschwindet. Stellen wir den Intensitätsverlauf näherungsweise durch eine Gauß-Kurve

dar,

$$n(t) = n_{\mathrm{m}} \mathrm{e}^{-\left(\frac{t-t_{\mathrm{m}}}{a}\right)^2}, \tag{4,56}$$

dann ist die Impulsbreite

$$\Delta t = 2a \tag{4,57}$$

als der Wert zu definieren, bei dem die Photonenzahl auf den e-ten Teil abgefallen ist. Mit Gl. (4,56) folgt aus Gl. (4,55)

$$\sigma_0 \left(1 - \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}\right) = 2 \sqrt{\pi}\, \varkappa n_{\mathrm{m}} a, \tag{4,58}$$

so daß sich für die Impulsbreite nach Gl. (4,57)

$$\Delta t = \sigma_0 \frac{1 - \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}}{\sqrt{\pi}\, \varkappa n_{\mathrm{m}}} \tag{4,59}$$

ergibt. Wir erkennen also, daß die erreichbare Impulsbreite im wesentlichen von n_{m}, $\frac{\sigma_\infty}{\sigma_0}$ und der Verlustkonstanten $\varkappa$ des Resonators abhängt. Das Verhältnis $\frac{\sigma_{\mathrm{s}}}{\sigma_0}$ sollte möglichst klein sein, um nach Gl. (4,53) ein möglichst großes Maximum in der Photonenzahl und entsprechend Gl. (4,59) eine minimale Impulsbreite zu erhalten.

Eine quantitative Analyse ist nur durch eine numerische Auswertung der Gleichungen (4,43) und (4,44) möglich und wurde von Wagner und Lengyel (1963) durchgeführt.

Wir weisen schließlich noch darauf hin, daß eine theoretische Behandlung des Giant-Pulse-Lasers auch bei Berücksichtigung der in den Gleichungen (4,43) und (4,44) nicht betrachteten spontanen Emission bzw. der Relaxationsprozesse durchgeführt wurde. Eine exakte Lösung für diesen Fall wurde von Hofelich-Abate und Hofelich (1968) angegeben.

Fassen wir zusammen:
Wir haben gesehen, daß es zur Erzielung hoher Impulsleistungen im Laser günstig ist, ein zu frühes Anlaufen zu verhindern. Das kann durch das Anbringen eines Schalters erreicht werden, der den Lichtweg mit minimalen Verlusten erst dann freigibt, wenn die maximale Inversion erreicht ist (Güteschaltung). Die maximal erreichbare Intensität des Strahlungs-Impulses wächst mit der Schwellenüberhöhung $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\mathrm{s}}}$ an, während die Impulsbreite entsprechend abnimmt. Die Größenordnung der Impulsbreite wird durch die Verlustkonstante bestimmt und beträgt somit 10^{-7} bis 10^{-9} s.

Wir wollen uns nun den verschiedenen Methoden zuwenden, mit denen eine Güteschaltung des Lasers erreicht werden kann.

4.7.2. Methoden der Güteschaltung

Wie wir festgestellt haben, müssen wir zur Erzeugung von kurzen, intensiven Laserimpulsen die Güte des Resonators so steuern, daß sie groß ist, wenn die Inversion ihr Maximum erreicht hat, während sie vor dieser Zeit einen so kleinen Wert besitzen sollte, daß die Schwelle für den Lasereinsatz nicht erreicht wird. Dabei ist klar, daß zur Erzielung eines möglichst großen Impulses die Anfangsverstärkung, also die Steilheit des Impulsanstiegs, möglichst groß sein sollte. Das bedeutet nach Gl. (4,46), daß die zeitliche Änderung der Güte bzw. die Änderung der Verlustkonstanten von $\varkappa > B\sigma_0$ zu $\varkappa < B\sigma_0$ schnell erfolgen und darüber hinaus $\varkappa$ klein sein sollte. $\varkappa$ setzt sich aus den Verlusten $\varkappa_R$ des Resonators ohne Schalter und den Verlusten $\varkappa_{Sch}$ des Schalters zusammen, wobei $\varkappa_{Sch}$ eine Funktion der Zeit ist und von einem großen Wert $\varkappa_{Sch}^{(g)}$ bei geschlossenem Schalter auf einen Minimalwert $\varkappa_{Sch}^{(m)}$ bei offenem Schalter abfällt. Für eine Reihe von Schaltern, wie etwa eine rotierende Blende, wo keine Absorptionsverluste (wie z. B. bei der Kerr-Zelle) auftreten, gilt $\varkappa_{Sch}^{(m)} = 0$. Es sind also geringe Verluste $\varkappa_R$ für die Resonatorspiegel sowie kleine Verluste $\varkappa_{Sch}^{(m)}$ und schnelle Schaltzeiten für die Güteschalter zu fordern.

Den Einfluß der Schaltzeit wollen wir uns im folgenden an Hand der theoretischen Überlegungen von Abschnitt 4.7.1. noch einmal verdeutlichen. Die Ableitung wurde dort unter der Voraussetzung durchgeführt, daß die Schaltung momentan (in einem Zeitintervall $\delta t \to 0$) erfolgt. Sie zeigte, daß dann praktisch die gesamte Inversion abgebaut und die Energie an das Strahlungsfeld abgegeben wird. Wächst δt an, so nimmt zwangsläufig die Anfangsverstärkung ab, und die Energie wird langsamer an das Strahlungsfeld abgegeben. Damit nimmt die Impulslänge zu, so daß wegen der Energieerhaltung die Spitzenleistung kleiner wird, wobei wir von den dann größeren Verlusten durch spontane Emission bzw. Relaxationsprozessen absehen können. Wird die Schaltzeit schließlich so groß, daß sie in der Größenordnung der Impulslänge selbst oder noch darüber liegt, so werden mehrere Impulse mit abnehmender bzw. etwa gleicher Spitzenleistung auftreten, wie sie auch ungeschaltete Laser im Anlaufvorgang (Spiken) zeigen. Eine Klassifizierung der Güteschalter nach ihren Schaltzeiten unterscheidet daher langsame und schnelle Schalter, die also entweder zu langen Lichtimpulsen kleiner Leistung (bzw. Mehrfachimpulsen) oder zu kurzen Impulsen hoher Leistung führen.

Zu den langsamen Schaltern gehören im wesentlichen die mechanischen Schalter, und diesen wollen wir uns vorerst zuwenden.

Schon kurz nach dem Vorschlag von Hellwarth (1961), hohe Laserimpulse durch Güteschaltung zu erzeugen, wurden entsprechende Experimente von Collins und Kisliuk (1962) durchgeführt, die eine rotierende Blende zur Schaltung verwendeten. Sie erreichten mit der schematisch in Abb. 53 dargestellten Anordnung, mit einer Spaltblende von 12,5 mm Breite und einer Umdrehungszahl von 10000 U/min, eine Gesamtöffnungszeit von 190 μs. Minimale Verluste (volle Öffnung) lagen für eine

Zeit von 82 μs vor. Es konnte eine Vergrößerung der Spitzenintensität um den Faktor 6 gegenüber dem ungeschalteten Laser erreicht werden.

Beträchtlich höhere Schaltgeschwindigkeiten können erreicht werden, wenn der Laserstrahl auf die Blendenöffnung fokussiert wird.

Häufig verwendet werden Anordnungen mit einem Drehspiegel, der mit einem zweiten, feststehenden Spiegel genau dann einen Resonator bildet, wenn beide

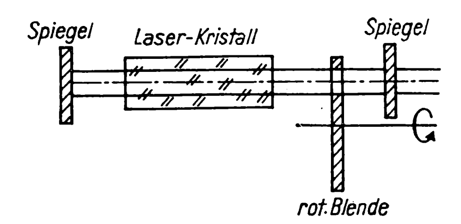


Abb. 53. Güteschaltung mit Hilfe einer rotierenden Blende

Spiegel parallel und senkrecht zur Strahlrichtung stehen. Allerdings erfordert dieser Aufbau eine recht exakte Justierung, so daß in den meisten Fällen der Drehspiegel durch ein 90°-Prisma ersetzt wird, womit die Justierung wesentlich einfacher wird. Die verwendeten Umdrehungszahlen liegen zwischen 3000 und 20000 U/min, wobei im allgemeinen bereits bei 10000 U/min nur noch ein Impuls erhalten wird.

Zur Vermeidung von mechanisch bewegten Teilen bei der Güteschaltung werden vielfach die durch stehende Ultraschallwellen in Flüssigkeiten erzeugten Gitter verwendet. Die Spiegel werden, wie in Abb. 54 skizziert, in der Weise justiert, daß der

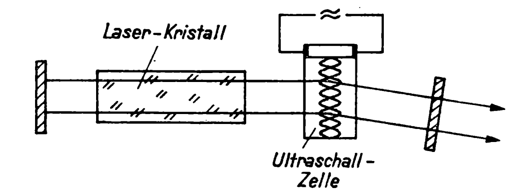


Abb. 54. Güteschaltung mittels Ultraschall-Zelle

in Richtung eines, sagen wir des ersten, Beugungsmaximums laufende Strahl einer Eigenschwingung des Resonators entspricht. Der zeitliche Auf- und Abbau des Gitters erfolgt mit der doppelten Ultraschallfrequenz, so daß auch die Ablenkung des Lichtstrahls und damit die Güteschaltung mit dieser Frequenz erfolgt. Für relativ kleine Frequenzen ist so die Steuerung eines Einzelimpulses möglich. Die Bedeutung dieser Methode für die Anwendung liegt allerdings besonders in der Möglichkeit einer periodischen Güteschaltung mit relativ hoher Frequenz, also einer Gütemodulation. Schließlich sei noch erwähnt, daß mit diesem Verfahren der Gütemodulation auch erstmals die aktive Phasensynchronisation zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse gelang (vgl. Abschnitt 4.7.3.).

Neben den oben erläuterten wesentlichsten Verfahren zur relativ langsamen Schaltung von Lasern wurden noch eine Reihe anderer Methoden untersucht, die keine so große Bedeutung erlangt haben, so daß wir hier auch nicht darauf eingehen wollen. Erwähnt sei schließlich nur noch eine recht einfache und eindrucksvolle Methode. In den Strahlengang des Lasers wird eine dünne absorbierende oder streuende Schicht (z. B. geschwärztes Papier) gebracht, die anfangs nur schwach

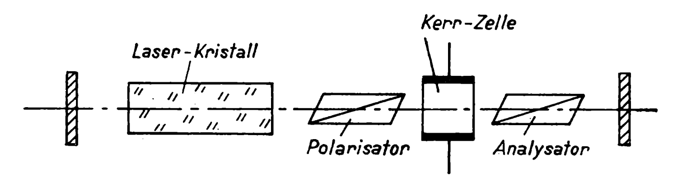


Abb. 55. Prinzipaufbau der elektrooptischen Güteschaltung mittels Kerr-Zelle

durchlässig sein soll und einen beträchtlichen Verlust für den Laser darstellt. Mit zunehmender Lichtemission verdampft die Schicht und öffnet damit den „Schalter“, der somit bei jedem Schaltvorgang zerstört wird.

Güteschalter, die Schaltzeiten in der Größenordnung von Nanosekunden erreichen, bezeichnen wir als schnelle Schalter. Es erscheint als klar, daß für den Aufbau von aktiven Schaltern in diesem Bereich vor allem elektrooptische Effekte, wie Pockels- oder Kerr-Effekt, also die Ausnutzung der Änderung des Polarisationszustandes durch elektrische Felder, in Betracht kommen. Betrachten wir als typischen Vertreter von Schaltern dieser Art die Gütesteuerung durch eine Kerr-Zelle. Die Anordnung zeigt schematisch Abb. 55.

Zwischen einem Polarisator, der auch durch den Laserkristall selbst gegeben sein kann, und einem Analysator (Nicol- oder auch Glan-Thompson-Prismen bzw. Plattensätze für sehr hohe Impulsleistungen) der gleichen Polarisationsrichtung befindet sich ein elektrooptisch-doppelbrechendes Medium (in den meisten Fällen verwendet man Nitrobenzol), welches bei Anlegen einer bestimmten Spannung (von etwa 30 kV bei Nitrobenzol) die Polarisationsebene um 90° dreht (Kerr-Effekt). Diese Anordnung wird als Güteschalter in den Strahlengang des Laserresonators gebracht. Liegt an der Kerr-Zelle eine Spannung, so ist der Schalter geschlossen, während ohne elektrisches Feld die Doppelbrechung und damit die Drehung der Polarisationsebene verschwindet: Polarisator und Analysator sind voll durchlässig, der Resonator hat minimale Verluste, der Schalter ist also offen. Zur Güteschaltung mittels Kerr-Zelle ist damit die Spannung an der Kerr-Zelle kurzzeitig abzuschalten, etwa durch Kurzschließen über eine Funkenstrecke. Mit diesem Verfahren wurden mit Rubin-Lasern Impulsleistungen von 50 MW bei Breiten von 20 bis 30 Nanosekunden erreicht.

Neben den bisher dargestellten aktiven Schaltern kennen wir schließlich noch den passiven Schalter, dessen Schaltzeitpunkt nicht von außen vorzugeben, sondern

durch die Intensität des Strahlungsfeldes selbst bestimmt ist, so wie wir es oben am Beispiel der Schaltung durch eine verdampfende Folie bereits gesehen haben. Offensichtlich genügt es, daß ein absorbierendes Medium bei einer bestimmten Intensität des Strahlungsfeldes transparent wird. Das kann durch das Strahlungsfeld selbst erreicht werden, da dieses die Absorberatome in zunehmender Zahl anregt, so daß im Laufe der Zeit immer weniger Atome im Ausgangszustand für eine Absorption zur Verfügung stehen. Wir kommen so zu dem sättigbaren Absorber, auf dem die einfachste und zugleich erfolgreichste Methode zur Gütesteuerung eines Lasers beruht.

Dabei wird in den Strahlengang innerhalb des Laserresonators eine Küvette mit einem absorbierenden Medium angeordnet, dessen Atome ein Niveauschema besitzen mögen, wie es in Abb. 56 vereinfachend schematisch wiedergegeben ist.

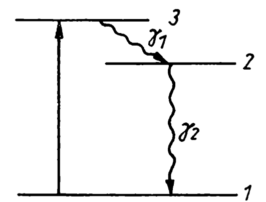


Abb. 56. Niveauschema (Prinzip) für die Atome eines sättigbaren Absorbers

Alle Atome befinden sich im Zustand 1 (Energie E_1), der üblicherweise mit dem Grundzustand nahezu identisch ist bzw. durch ein „Vorpumpen" angeregt werden muß. Die dem Übergang in das Niveau 3 (Energie E_3) entsprechende Frequenz sei in Resonanz mit der Laserfrequenz, $h\nu_L = E_3 - E_1$.

Die Übergangswahrscheinlichkeit von 3 nach 1 durch spontane Emission bzw. Relaxationsprozesse ist durch γ_1 und γ_2 gegeben. Die Zahl der absorbierenden Atome als Maß für die Verluste des Resonators wird nun, bei Berücksichtigung der Übergangswahrscheinlichkeit $1 \to 3$, so gewählt, daß bei (fast) vollständiger Inversion der Laseratome und damit maximaler (im wesentlichen spontaner) Emission der Laseratome gerade die Schwelle erreicht wird. Die Photonenzahl wächst an, und es werden immer mehr Atome des Absorbers in die Zustände 3 und 2 gebracht, so daß die Gesamtabsorption abnimmt und die Intensität weiter zunimmt, bis schließlich eine Sättigung in dem Sinne erreicht ist, daß sich (bei großem γ_1) fast alle Absorberatome im Zustand 2 befinden: Der Absorber hat die optimale Transmission Eins, der Resonator minimalen Verlust: Der Schalter ist geöffnet. Dieser Vorgang würde sich nicht wiederholen, wenn die Relaxationszeit (für den Übergang $2 \to 1$) viel länger als die Dauer des (Laser-)Pumpimpulses wäre. Tatsächlich sind die Relaxationszeiten der in Betracht kommenden Absorber $\tau < 10^{-6}$ s (bis 10^{-12} s), so daß nach einer Zeit τ die Absorberatome wieder in den Ausgangszustand 1 zurückgekehrt sind und damit erneut absorbieren können: Der Vorgang beginnt von neuem, so daß sich, bei genügender Energie, ein zweiter und evtl. auch weitere Impulse ausbilden können. Zur Erzeugung nur eines Riesenimpulses ist die Absorption so

groß zu wählen, daß die Energie zu einer zweiten Öffnung des Schalters nicht mehr ausreicht. Da die Öffnung des Schalters durch das Zeitverhalten der Absorption und dieses wiederum durch die Intensität des vorhandenen Strahlungsfeldes gegeben ist, erscheint es als klar, daß die Öffnungszeit in der Größenordnung der Anschwingzeit des Lasers, also im Bereich von 10^{-9} bis 10^{-8} s liegt, wir mit dem sättigbaren Absorber also einen schnellen Schalter besitzen.

Darüber hinaus erkennen wir, daß bei Relaxationszeiten, die in der Größenordnung der Durchlaufzeit des Impulses durch den Resonator liegen bzw. noch kürzer sind, ein Impuls auch mehrfach den Schalter durchlaufen (und öffnen) kann. Wir werden hierauf bei der Diskussion der Methoden zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse noch ausführlich zurückkommen (vgl. Abschnitt 4.7.3.).

Als absorbierende Medien werden im wesentlichen Farbstoffe verwendet, welche ausgeprägte breite Absorptionslinien besitzen. Dazu gehört z. B. Kryptocyanin mit Methanol als Lösungsmittel, das maximale Absorption für die Rubin-Laserlinie aufweist. Dabei ist die genaue Resonanz des Übergangs des Absorbers mit der Laserlinie nicht so sehr wichtig. Wesentlich ist, daß der Farbstoff an der Stelle der Laserlinie überhaupt eine Absorption besitzt, die bei den zur Verfügung stehenden Intensitäten sättigbar ist. Erwähnen wollen wir schließlich noch, daß die Relaxationszeit des Absorbers nicht nur durch die Moleküle des Farbstoffes selbst, sondern auch durch das Lösungsmittel bestimmt wird und daß eine Verschiebung der Absorptionsmaxima verschiedener Farbstoffe durch die Wahl verschiedener Lösungsmittel möglich ist. Eine Zusammenstellung der verschiedenen sättigbaren Absorber und ihrer Eigenschaften in Verbindung mit der Gütesteuerung von Lasern findet sich bei Röss (1966).

Fassen wir kurz zusammen:
Zur Erzielung möglichst intensiver Laserimpulse ist es notwendig, den Laser erst dann anlaufen zu lassen, wenn das aktive Medium maximal invertiert ist, was durch das Einschalten eines mechanischen, elektrooptischen oder durch die Strahlung selbst geöffneten „Schalters" erreicht wird. Die auf diese Weise erreichbaren Impulsbreiten liegen im Nanosekunden-Bereich, während die Leistungen maximal etwa 100 MW betragen.

4.7.3. Ultrakurze Lichtimpulse

4.7.3.1. Grundlagen

Bei der Untersuchung des gütegeschalteten Lasers im vorhergehenden Abschnitt haben wir die Aussagen über Impulsbreite, Spitzenenergie u. a. allein durch Betrachtung der energetischen Verhältnisse gewonnen, ohne daß es nötig war, Phasen-

beziehungen zu betrachten. Tatsächlich werden jedoch in einem Riesenimpuls-Laser viele Eigenschwingungen $E_\lambda(t)$ angeregt, so daß sich die Gesamtfeldstärke $E(t)$ als Überlagerung der Feldstärke aller einzelnen Eigenschwingungen ergibt,

$$E(t) = \sum_\lambda E_\lambda(t). \tag{4,60}$$

Die Gesamtintensität ist dann durch

$$I = |E(t)|^2 = \sum_{\lambda,\lambda'} E_\lambda^*(t)\, E_{\lambda'}(t) = \sum_\lambda |E_\lambda(t)|^2 = \sum_\lambda I_\lambda(t), \tag{4,61}$$

also durch die Summe der Einzelintensitäten, gegeben, wenn wir voraussetzen, daß die Phasen φ_λ der Eigenschwingungen λ statistisch unabhängig sind, so daß

$$G = \sum_{\lambda \neq \lambda'} E_\lambda^*(t)\, E_{\lambda'}(t) \tag{4,62}$$

vernachlässigbar ist. Ist das nicht der Fall, so läßt sich nach Gl. (4,61) eine höhere Intensität erreichen. Physikalisch bedeutet dieser Fall, daß zwischen den einzelnen Eigenschwingungen feste Phasenbeziehungen bestehen. Ferner erkennen wir, daß G maximal wird, wenn der Frequenzabstand der einzelnen Eigenschwingungen, der zwangsläufig durch den Resonator gegeben ist, einen festen Wert $\Delta\omega$ besitzt. Setzen wir darüber hinaus gleiche Phasen φ für alle Eigenschwingungen voraus und nehmen zur Vereinfachung noch gleiche Amplituden E_0 für die Eigenschwingungen an, dann gilt

$$E_\lambda(t) = E_0 e^{i(\omega_\lambda t + \varphi)} = E_0 e^{i[(\omega + \alpha\Delta\omega)t + \varphi]}. \tag{4,63}$$

Für die Gesamtfeldstärke gilt dann entsprechend Gl. (4,60)

$$E(t) = \sum_\alpha E_0 e^{i[(\omega + \alpha\Delta\omega)t + \varphi]}. \tag{4,64}$$

Bei M Eigenschwingungen läuft die Summation über α von $-\frac{M-1}{2}$ bis $\frac{M-1}{2}$. Sie ist leicht auszuführen und liefert

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \frac{\sin \frac{M}{2} \Delta\omega t}{\sin \frac{\Delta\omega}{2} t}, \tag{4,65}$$

so daß sich für die Intensität

$$I = |E_0|^2 \frac{\sin^2 \frac{M}{2} \Delta\omega t}{\sin^2 \frac{\Delta\omega}{2} t} \tag{4,66}$$

ergibt. Der Maximalwert wird erreicht für

$$t = \frac{2\pi}{\Delta\omega} n, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{4,67}$$

und beträgt

$$I_{\max} = |E_0|^2 \cdot M^2. \tag{4,68}$$

Nehmen wir zum Vergleich auch für den Fall statistischer Phasen für alle Eigenschwingungen näherungsweise die gleiche Amplitude E_0 an, dann gilt nach Gl. (4,61) bei M Eigenschwingungen

$$\bar{I} = I_\lambda \cdot M \tag{4,69}$$

mit $I_\lambda = |E_0|^2$. Damit folgt aus Gl. (4,68)

$$I_{\max} = \bar{I} M, \tag{4,70}$$

d. h., die erreichbare Spitzenintensität ist bei M Eigenschwingungen für den Fall, daß die Frequenzabstände wie auch die Phasendifferenzen gleich sind, um den Faktor M größer als bei gleicher Zahl der Eigenschwingungen mit statistischen Phasen. Die Impulsbreite folgt aus Gl. (4,66) näherungsweise zu

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\Delta\omega M}, \tag{4,71}$$

nimmt also — wie zu erwarten — mit wachsendem M ab und ist darüber hinaus umgekehrt proportional zum Frequenzabstand $\Delta\omega$. Die Impulsbreite ist damit um so kleiner, je größer die zur Verfügung stehende Atomlinienbreite $\Delta\omega M$ ist.

Zur experimentellen Ausnutzung dieses Effektes besteht somit die Aufgabe, möglichst viele Eigenschwingungen mit konstanter Frequenz- und Phasendifferenz zu erzeugen bzw. aus der Vielzahl der vorhandenen Eigenschwingungen eines Lasers auszuwählen. Wir sprechen von Phasensynchronisierung oder — mit einem Begriff aus der englischen Literatur — von mode locking oder auch phase locking. Dabei haben wir entsprechend unserer Unterscheidung zwischen „erzeugen" und „auswählen" zwischen einer aktiven und einer passiven Phasensynchronisierung zu unterscheiden.

Es liegt nahe, konstante Frequenzdifferenzen mit festen Phasenbeziehungen durch die Erzeugung von Summen- und Differenzfrequenzen, wie sie bei der Modulation einer Lichtwelle auftreten (aktiv) herzustellen. Eine andere Möglichkeit besteht in der Verwendung eines passiven Güteschalters mit entsprechend kurzer Relaxationszeit (sättigbarer Absorber), mit dessen Hilfe die als Folge zufälliger Phasensynchronisation entstandenen hohen Impulsspitzen (passiv) ausgewählt werden. Die sättigbaren Absorber haben sich zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse

($< 10^{-10}$ s) sehr bewährt und werden heute fast ausschließlich verwendet. Wir wollen uns daher dieser Methode etwas ausführlicher zuwenden, nachdem wir uns zunächst das Prinzip des aktiven „mode locking" klar gemacht haben.

4.7.3.2. Aktive Phasensynchronisierung

In einem Laser werden — bei genügend hoher Anregung — alle innerhalb der Atomlinienbreite möglichen und durch den Resonator der Länge L definierten Frequenzen $\nu_q = q \frac{c}{2L}$ (q ganze Zahl) angeregt (wobei wir vereinfachend den Brechungsindex innerhalb des Resonators $n \approx 1$ gesetzt haben). Der Abstand zweier benachbarter Eigenschwingungen ist durch

$$\nu_{q+1} - \nu_q = \Delta\nu = \frac{c}{2L} \tag{4,72}$$

gegeben (vgl. Gl. (4,9) in Abschnitt 4.2.1.). Wird nun mit dieser Differenzfrequenz ein die Intensität der Laserstrahlung bestimmender Parameter des Systems (Verluste, Inversion) moduliert, so ist eine Phasensynchronisierung aller Eigenschwingungen des Lasers zu erreichen. Das wird sofort klar, wenn wir uns den Anschwingvorgang unter diesen Bedingungen etwas detaillierter überlegen: Mit zunehmender Anregung der Atome durch den Pumpvorgang wird die Schwelle zuerst für die Frequenz erreicht, die mit der Resonanzfrequenz der Atome ganz oder nahezu zusammenfällt, so daß diese Frequenz, die wir ν_0 nennen wollen, zuerst anschwingen wird. Wird nun die mit der Frequenz ν_0 schwingende Feldstärke mit der Frequenz $\Delta\nu$ entsprechend Gl. (4,72) amplitudenmoduliert, so erhalten wir eine resultierende Feldstärke der Form

$$E(t) = E_0(1 + \xi \cos 2\pi\Delta\nu t) \cos 2\pi\nu_0 t, \tag{4,73}$$

wobei ξ den Modulationsgrad bezeichnet. Hieraus folgt durch Verwendung der trigonometrischen Additionstheoreme

$$E(t) = E_0 \cos 2\pi\nu_0 t + \frac{\xi E_0}{2} \cos 2\pi(\nu_0 - \Delta\nu)\, t + \frac{\xi E_0}{2} \cos 2\pi(\nu_0 + \Delta t)\, t, \tag{4,74}$$

d. h., es treten die beiden Seitenfrequenzen $\nu_0 - \Delta\nu$ und $\nu_0 + \Delta\nu$ auf, wie aus der Nachrichtentechnik bereits lange bekannt ist. Diese beiden Frequenzen stimmen aber gerade mit den zu ν_0 benachbarten Eigenschwingungen des Resonators überein, welche daher im Anlaufvorgang des Lasers phasensynchron zu ν_0 angeregt werden. Mit der Modulationsfrequenz $\Delta\nu$ werden nun auch diese mit $\nu_0 \pm \Delta\nu$ schwingenden Eigenschwingungen amplitudenmoduliert, so daß auch die entsprechenden Seitenbänder mit den Frequenzen $\nu_0 \pm 2\Delta\nu$ (sowie ν_0) phasensynchron anschwingen.

Dieser Vorgang setzt sich bei genügender Anregung über die gesamte Atomlinienbreite fort, bis alle möglichen Eigenschwingungen des Resonators mit festen Phasenbeziehungen angeregt sind und sich damit zu einem sehr intensiven Gesamtfeld zusammensetzen können. Die erreichbare Intensität ist dabei, wie wir oben gesehen haben, um so größer, je mehr Eigenschwingungen angeregt sind, je breiter also die zur Verfügung stehende Atomlinie ist.

Eine Modulation der Laserstrahlung ist nun auf die verschiedensten Arten möglich, etwa durch Variation der Verluste oder auch der Inversion. Daß damit tatsächlich eine Phasensynchronisation erreicht wird, ist rechnerisch leicht zu zeigen (vgl. hierzu HAKEN (1970)).

Experimentell realisiert wurde die aktive Phasensynchronisation durch Verlustmodulation erstmals von HARGROVE, FORK und POLLAK (1964) mit einem He-Ne-Laser der Wellenlänge 0,633 μm. Die Versuchsanordnung zeigt Abb. 57. Der Modu-

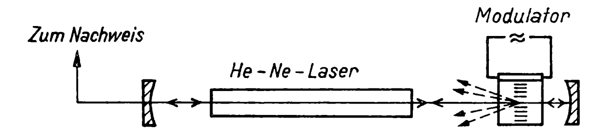


Abb. 57. Versuchsanordnung zur Phasensynchronisation der Eigenschwingungen eines He-Ne-Lasers (nach HARGROVE, FORK und POLLAK (1964))

lator, der innerhalb des Resonators so nahe wie möglich an einem der Spiegel und — zur Vermeidung von Reflexionsverlusten — unter dem Brewster-Winkel angeordnet ist, besteht aus einem Quarzblock, in welchem (longitudinale) stehende Ultraschallschwingungen mit einer Frequenz ν_U angeregt werden. Auf diese Weise wirkt der Quarzkristall räumlich wie ein Gitter (als Folge der an den Stellen mit maximaler bzw. verschwindender Ultraschallamplitude verschiedenen Dispersion) und bedingt, daß ein Großteil der ankommenden Strahlung — nämlich bis auf die nullte Ordnung im Beugungsbild — nach den Seiten gestreut wird und damit beim Rücklauf nicht wieder in den Resonator gelangt, so daß dieser also einen relativ großen Verlust besitzt. In den Nulldurchgängen der Ultraschallamplitude verschwindet das „Dispersionsgitter", und der Quarzblock ist voll durchlässig für das gesamte Strahlungsfeld, der Resonator besitzt minimalen Verlust. Da sich der Aufbau des Gitters mit der Frequenz $2\nu_U$ wiederholt, wird der Verlust des Resonators demnach mit der Frequenz $2\nu_U$ moduliert. In dem durchgeführten Experiment wurde der Quarz mit 28 MHz moduliert, da der durch den Laserresonator gegebene Abstand der Eigenschwingungen 56 MHz betrug. Gegenüber den statistischen Schwankungen der Schwebungsfrequenz vor der Phasenmodulation ergab sich mit Modulation eine konstante Amplitude mit einer um den Faktor 5 erhöhten Intensität (verglichen mit der mittleren Intensität) bei einer Impulsbreite von etwa 2,5 ns. Das Spektrum der phasensynchronisierten Eigenschwingungen zeigt Abb. 58.

Neben dem in dem beschriebenen Experiment verwendeten zeitlich variablen Dispersionsgitter gibt es die Möglichkeit, den Resonatorverlust und damit die Intensität der erzeugten Strahlung durch elektrooptische Effekte zu modulieren. Auch dieses Verfahren wurde schon vielfach experimentell realisiert.

Wie eingangs schon erwähnt, kann man, um eine Phasensynchronisation zu erreichen, statt der Verlustmodulation auch eine Modulation der Inversion vornehmen.

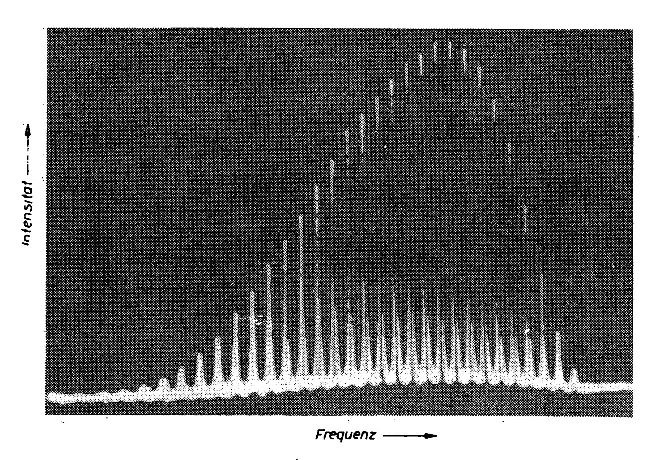


Abb. 58. Spektrum phasensynchronisierter Eigenschwingungen (nach HARGROVE, FORK und POLLAK (1964))

Wesentlich ist für alle Synchronisationsverfahren, daß, ausgehend von einer Frequenz des Strahlungsfeldes, durch Modulation viele innerhalb der Atomlinienbreite möglichen Resonator-Eigenschwingungen in geordneter Folge angeregt werden oder, exakter ausgedrückt, nach dem Anlaufen durch spontane Emission synchronisiert werden.

Die in dem ersten Experiment von HARGROVE, FORK und POLLAK (1964) erhaltene noch relativ große Impulsbreite ist dadurch bedingt (vgl. hierzu Gl. (4,71)), daß die in einem Gaslaser zur Verfügung stehende Atomlinienbreite und damit die Zahl der anregbaren Eigenschwingungen relativ klein ist. Wesentlich breitere Atomlinien stehen in Festkörperlasern zur Verfügung, so daß damit auch wesentlich kleinere Impulsbreiten und höhere Spitzenintensitäten erzielt werden können.

Besonders günstig für die Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse sollte, sehen wir uns die zur Verfügung stehenden Breiten der Atomlinien an, der Neodym-Glas-Laser bei der Wellenlänge 1,06 μm sein, der eine Breite von 3 bis $6 \cdot 10^{12}$ Hz besitzt. Das bedeutet, daß bei einer Resonatorlänge von 1,5 m etwa $6 \cdot 10^4$ Resonatoreigenschwingungen anzuregen sind, was nach Gl. (4,71) eine theoretisch mögliche Impulsbreite von 0,2 ps ergibt.

Allerdings ist es experimentell schwierig, eine solche kleine Impulsbreite durch eine aktive Modulation zu erreichen, da an die Justierung und den stabilen Aufbau des Lasers relativ hohe Anforderungen zu stellen sind. Einmal sind die Verluste des Resonators wie auch der gesamte Verstärkungskoeffizient und damit die Pumpleistung zeitlich möglichst konstant zu halten, und zum anderen muß die Lage des Resonators, speziell der Spiegelabstand, sehr genau festgelegt sein, da diese Größen die Lage und den Abstand der Eigenschwingungen und damit die Modulationsfrequenz bestimmen. So genügen schon thermische Schwankungen bzw. geringe mechanische Erschütterungen der Resonatorspiegel, um Frequenzverschiebungen der Eigenschwingungen von 10 MHz und mehr zu verursachen (vgl. hierzu Abschnitt 8.4.). In dieser Größenordnung liegt aber auch die Modulationsfrequenz. Daher werden die Verhältnisse immer kritischer, je kleiner der Frequenzabstand wird.

4.7.3.3. Passive Phasensynchronisierung

Die oben genannten Schwierigkeiten werden bei einer Methode vermieden, welche sich in den letzten Jahren als Verfahren zur Phasensynchronisierung und damit zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse weitgehend durchgesetzt hat, nämlich der Phasensynchronisation durch einen sättigbaren Absorber, der, wie oben schon erläutert, auch als einfacher Güteschalter zur Erzeugung von Riesenimpulsen vielfach

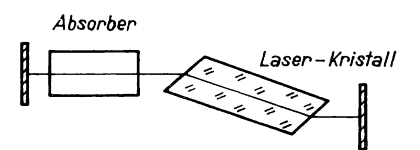


Abb. 59. Schematische Darstellung der Anordnung zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse mittels Absorptionszelle
(Zur Vermeidung von Reflexionen am Laserkristall wird dieser üblicherweise unter dem Brewster-Winkel angeschliffen.)

verwendet wird. Die für die Phasensynchronisation wesentliche Größe eines sättigbaren Absorbers ist die Relaxationszeit τ, mit der der angeregte Zustand wieder in den Grundzustand des betrachteten Übergangs übergeht. Wir denken uns eine Anordnung gemäß Abb. 59, wobei die Absorptionszelle Atome enthält, die einen Übergang bei einer Frequenz ν_A besitzen, die mit der Frequenz des Strahlungsfeldes, ν_L, zusammenfällt. Für die Linienbreite dieses Übergangs gelte $\Delta\nu_A > \Delta\nu_L$. Die Absorberatome besitzen im Prinzip ein Niveauschema entsprechend Abb. 56, wobei die Übergangswahrscheinlichkeit γ_1 sehr groß sei und die interessierende Relaxations-

zeit im wesentlichen durch γ_2^{-1} gegeben ist. Wir wollen dann voraussetzen, daß τ wesentlich kleiner ist als die Durchlaufzeit eines Strahlungsfeldimpulses durch den Resonator.

Trifft nun ein vom Laser ausgehender Strahlungsimpuls auf den Absorber, so werden die Absorberatome angeregt, und damit wird das ankommende Strahlungsfeld so lange stark absorbiert, bis alle Atome des Absorbers (bzw. bei einem 2-Niveau-System genau die Hälfte aller Atome) im angeregten Zustand sind. Es ist dann keine Absorption mehr möglich, der Absorber ist durchlässig. Der Schalter ist geöffnet und bleibt bei genügend großer Lebensdauer des angeregten Zustandes geöffnet, so daß ein Großteil der in den Laseratomen gespeicherten Energie in den Strahlungsimpuls gelangt (normale Güteschaltung). Setzen wir jedoch voraus, daß die Absorberatome eine sehr kurze Relaxationszeit von etwa 10^{-11} s besitzen, so sind nach dieser Zeit die Atome wieder in den Grundzustand zurückgekehrt und können von neuem absorbieren. Daraus folgt: Trifft auf den nichtlinearen Absorber ein Impuls, der kürzer als die Relaxationszeit ist, so wird jedes Absorberatom nur einmal absorbieren können, da es dann länger, als es der Durchlaufzeit des Impulses entspricht, im angeregten Zustand verbleibt. Ist der Impuls (bei gleicher Gesamtenergie) jedoch wesentlich länger als die Relaxationszeit, so kann jedes Absorberatom mehrere Male absorbieren, und das bedeutet, daß längere Impulse beim Durchlauf durch den (sättigbaren) Absorber relativ stärker geschwächt werden als schmale Impulse: Der nichtlineare Absorber bevorzugt bei einem Gemisch von verschieden langen Impulsen die kürzeren Impulse, indem er sie weniger absorbiert. Jeweils nach einem Durchlauf durch den Resonator wird damit eine, als Folge der thermischen Schwankungen des Strahlungsfeldes zufällig vorhandene, Impulsspitze, deren zeitliche Länge kleiner als die Relaxationszeit ist, den Absorber minimal geschwächt durchlaufen, also den „Schalter öffnen“, während die längeren Impulse immer mehr absorbiert werden, so daß nach einer Vielzahl von Durchläufen im Idealfall ein ultrakurzer Impuls pro Durchlauf mit einer Impulsdauer übrigbleibt, die im allgemeinen kürzer als die Relaxationszeit des Absorbers ist. Da bei jedem Umlauf im Resonator auch das verstärkende Medium durchlaufen wird, wird der Impuls bei jedem Umlauf in dem Maße weiter verstärkt, wie der Laser-Pumpimpuls noch wirksam ist. Als Folge der teilweisen Auskopplung nach jedem Umlauf tritt damit eine Impulsfolge im Abstand $\frac{2L}{c}$ auf[1]), so wie es Abb. 60 zeigt. Daraus folgt aber: Bei der Erzeugung sehr kurzer Lichtimpulse wirkt der Absorber mit einer entsprechend kurzen Relaxationszeit im wesentlichen wie ein „Sieb“, das schon vorhandene ultrakurze Lichtimpulse aussondert. Das erzeugte Strahlungsfeld besteht aus einer Folge von ultrakurzen Lichtimpulsen.

---

[1]) Diese Impulsfolge wurde mehrfach auch als Amplitudenmodulation (und damit Phasensynchronisation), bedingt durch den Absorber erklärt. Dabei sollte man sich jedoch darüber im klaren sein, daß es sich keinesfalls um eine aktive Phasensynchronisation handelt.

Hinzu kommt, daß der Absorber auch von den durchlaufenden Impulsen, bis er die Sättigung erreicht hat, einen gewissen Bruchteil — im wesentlichen an der Vorderflanke des Impulses — absorbiert, so daß die nichtlineare Absorption selbst auch noch zu einer Impulsverkürzung (etwa bis zu einem Faktor 30) führt.

Die soeben erläuterte Vorstellung von der Wirkung des nichtlinearen Absorbers wurde in den letzten Jahren besonders von LETOCHOW (1968) sowie von FLECK (1970)

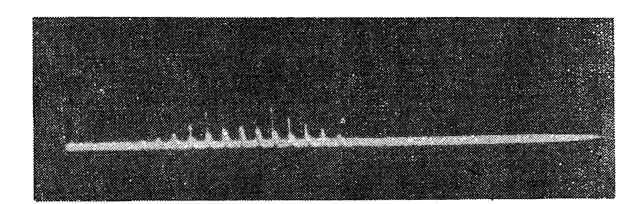


Abb. 60. Oszillogramm einer mit der Anordnung gemäß Abb. 59 erzeugten Impulsfolge ultrakurzer Impulse. Der Abstand zwischen den einzelnen Impulsen beträgt etwa 10 ns. Die eigentlichen ultrakurzen (10^{-11} s) Impulse werden vom Oszillographen nicht mehr aufgelöst

entwickelt. Das Strahlungsfeld des Lasers hat unterhalb der Laserschwelle im linearen Verstärkungsbereich thermischen Charakter, d. h., seine Intensität schwankt statistisch zwischen Null und — mit exponentiell abnehmender Wahrscheinlichkeit — Unendlich. Die auftretenden Intensitätsspitzen sind dabei — im Bild der Eigenschwingungen — dadurch bedingt, daß eine mehr oder weniger große Zahl von Eigenschwingungen zufällig phasensynchronisiert sind. Setzen wir voraus, daß der Absorber nur für Impulsspitzen durchlässig ist, die den Mittelwert der Intensität um das 10fache übersteigen, so zeigt eine einfache Wahrscheinlichkeitsbetrachtung, daß dies bei einem Neodym-Laser nach etwa 10^{-8} s auftritt (LETOCHOW (1968)).

Eine detaillierte mathematische Behandlung wurde von FLECK (1970) durchgeführt. Ausgehend vom spontanen Rauschen wird mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen das Strahlungsfeld bestimmt, wie es sich nach der Verstärkung im Laser sowie nach der nichtlinearen Absorption ergibt. Als Ergebnis erhält FLECK (1970) die in Abb. 61 dargestellten Kurven. Wir erkennen, daß die relativ kleinen Intensitätsspitzen im Laufe der Zeit immer mehr gedämpft werden und nur die maximale Intensitätsspitze übrigbleibt, die allerdings gegenüber dem ursprünglich vorhandenen Impuls etwas verbreitert ist. Um uns diese Verbreiterung klarzumachen, müssen wir bedenken, daß ein relativ schmaler Peak dann entsteht, wenn viele Eigenschwingungen möglichst gleicher Amplitude phasensynchronisiert sind (wie es beim Ausgangspeak auf Abb. 61 zufällig der Fall ist). Bei der Verstärkung im Laser werden aber die in Resonanz mit dem Atomübergang befindlichen Eigenschwingungen gegenüber denen, die auf den Flanken der Atomlinie liegen (bei nicht zu breiter Atomlinie), bevorzugt, also mehr verstärkt. Damit entsteht mit wachsender Verstärkung für den Fall, daß die Atomlinienbreite relativ schmal im Verhältnis zum

Frequenzspektrum des Impulses ist, ein immer größer werdender Unterschied in den Amplituden der Eigenschwingungen. Das bedeutet, daß die aus der Überlagerung resultierende Impulsform immer breiter wird. Zur Veranschaulichung weisen wir darauf hin, daß für den Extremfall, daß bei der Verstärkung nur die Linie im Zentrum des Atomübergangs verstärkt und damit letztendlich allein überleben würde, die erhaltene Impulsbreite unendlich wäre und man nicht mehr von einem Impuls sprechen könnte.

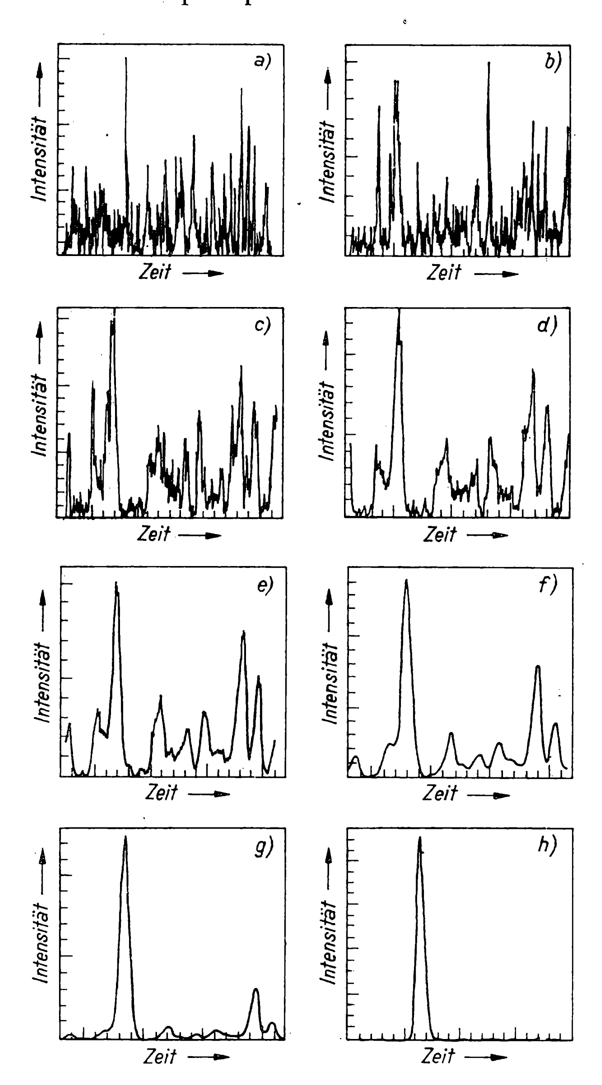


Abb. 61. Entwicklung eines ultrakurzen Lichtimpulses aus dem Rauschen heraus (nach FLECK (1970))

Fassen wir noch einmal zusammen:

Wir haben uns klargemacht, daß die Wirkung eines sättigbaren Absorbers bei der Erzeugung von ultrakurzen Lichtimpulsen darauf beruht, daß er einzelne, als Folge der Intensitätsschwankungen stets vorhandene, Intensitätsspitzen in der Weise aussondert, daß die Absorption um so kleiner ist, je kürzer und intensiver der ankommende Impuls ist, bis nach einer Vielzahl von Durchläufen nur noch ein Impuls übrigbleibt. Dieser öffnet nach jeweils einem Durchlauf den Schalter (Absorber), so daß letztlich eine Folge von kurzen Impulsen im Abstand $\frac{2L}{c}$ auftritt. Die erreichbare Impulsbreite hängt dabei im wesentlichen von der Relaxationszeit des Absorbers und der zur Verfügung stehenden Atomlinienbreite des Lasers ab. Außerdem ist klar, daß die erhaltene Impulsfolge von der Lage des Absorbers innerhalb des Resonators und dessen Größe abhängt. Befindet sich der Absorber in der Nähe der Resonatorspiegel, wird es immer wahrscheinlicher, daß sich kleinere Impulse innerhalb des Absorbers überlappen und damit den Schalter ebenfalls öffnen. Wir erhalten dann zwei oder auch mehrere Folgen von Impulsen.

Wir haben im vorstehenden im wesentlichen den Einfluß der Absorption betrachtet. Es bleibt die Frage, ob in dem anfangs vorhandenen Strahlungsfeld eine Phasensynchronisation und damit eine Intensitätsschwankung lediglich rein statistisch (ausgehend von der spontanen Emission) auftritt, oder aber etwa durch die Verstärkung im Laser bevorzugt ausgebildet wird. Hierzu müssen wir noch einmal den Anlaufvorgang betrachten.

Das Strahlungsfeld wird von einem Laser geliefert, der wegen der großen Verluste bei „geschlossenem Schalter" (Absorber) im Anfangsstadium sicher im linearen Bereich arbeitet. Angeregt sind alle innerhalb der Atomlinienbreite möglichen Eigenschwingungen. Es ist klar, daß als Folge der Linearität die einzelnen Eigenschwingungen nicht gekoppelt sind, so daß Phasensynchronisationen nur rein zufällig, als Folge der Statistik, auftreten können. Bezüglich der Intensitätsschwankungen zeigt das Strahlungsfeld thermisches Verhalten. Als Folge der Verstärkung gelangt der Laser mit zunehmender Intensität des Strahlungsfeldes in den nichtlinearen Bereich. Das bedingt, daß die einzelnen Eigenschwingungen miteinander gekoppelt werden, wie sich für wenige Eigenschwingungen (gerechnet wurde bis zu vier Eigenschwingungen) mit einigem Aufwand rechnerisch verfolgen läßt (vgl. hierzu TANG und STATZ (1967)). Das Ergebnis zeigt, daß im nichtlinearen Bereich des Lasers durch die Kopplung eine Phasensynchronisation erreicht wird, was sich dadurch ausdrückt, daß ein phasensynchronisiertes Strahlungsfeld maximale induzierte Emission zeigt. Es ist anzunehmen, daß dieses für vier Eigenschwingungen bewiesene Ergebnis allgemein gilt, und die Aussage „das Strahlungsfeld eines phasensynchronisierten Vielmoden-Lasers führt zu maximaler induzierter Emission", ist das sogenannte „Maximum-Emissionsprinzip".

Das bedeutet im Impulsbild, daß die Verstärkung in einem Laser, der bereits im

nichtlinearen Bereich arbeitet, um so effektiver ist, je kürzer die zu verstärkenden Impulse sind. Damit erhalten wir eine Auszeichnung von kurzen Impulsen nicht nur durch die (nichtlineare) Absorption, sondern auch durch den Laser selbst. Beim Anlaufvorgang allerdings spielt die Bevorzugung im Laser noch keine nennenswerte Rolle, da die Verstärkung im wesentlichen linear ist, und das gilt auch in den meisten Fällen für die Anordnungen zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse.

Die zur Erzeugung ultrakurzer Impulse zu verwendenden Laser sind in erster Linie nach dem Gesichtspunkt auszuwählen, daß die lasernden Atomübergänge eine möglichst große Linienbreite besitzen, da, wie wir oben gesehen haben, hierdurch die Zahl der prinzipiell anzuregenden und zu synchronisierenden Eigenschwingungen und damit die zu erreichende Impulsbreite bestimmt wird. Während eine aktive

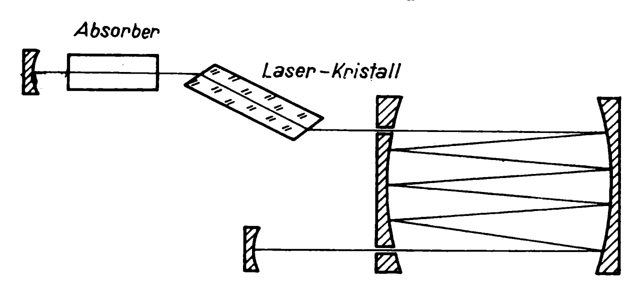


Abb. 62. Anordnung zur Vergrößerung des Impulsabstandes zwischen den Impulsen einer Folge gemäß Abb. 60

Phasensynchronisation mit Gaslasern (He-Ne, Ar, vgl. Abschnitt 4.7.3.2.) durchgeführt wurde, kommen bei Verwendung eines sättigbaren Absorbers im wesentlichen Festkörperlaser, insbesondere der Rubin- und der Neodym-Laser (der letztere mit einer extrem großen Linienbreite) in Betracht. Mit diesen beiden Lasern wurde auch die Mehrzahl der Experimente durchgeführt. Es sind auch Untersuchungen mit intensiven CO_2-Lasern bekannt, wobei allerdings wegen der nur relativ kleinen Atomlinienbreite von 60 MHz auch nur lange Impulse — etwa $2 \cdot 10^{-8}$ s — erhalten wurden. Die experimentelle Anordnung bei Verwendung eines Festkörperlasers zeigt schematisch Abb. 59. Der Laserkristall ist im Brewster-Winkel angeschliffen (und poliert), um Reflexionen an den Enden des Kristalls zu vermeiden. Es werden Laserstäbe von 10 cm bis zu 0,7 m Länge verwendet, während die Küvetten mit der Absorberflüssigkeit 0,1 bis 1 cm lang sind. Als Absorber kommen Farbstoffe wie Eastman 9740 bzw. 9860 oder auch Kryptocyanin (gelöst in Methanol oder Äthanol) in Betracht, bei denen die Relaxationszeiten im Bereich von 2 bis $100 \cdot 10^{-12}$ s liegen. In den ersten Experimenten wurden Impulsbreiten von etwa 10^{-10} s erzielt, während heute die erreichten Breiten bei 10^{-12} s (und darunter) liegen. Innerhalb der Breite des Riesenimpulses (10^{-6} bis 10^{-7} s) ergibt sich eine Impulsfolge mit einem Abstand der einzelnen ultrakurzen Impulse, der durch die Größe des Resonators bedingt ist und in der Größenordnung von 10^{-8} s liegt.

Zur weiteren Untersuchung und für die Anwendung der ultrakurzen Impulse ist es wünschenswert, diesen Abstand zu vergrößern oder einzelne Impulse abzutrennen. Der Impulsabstand kann z. B. durch eine effektive Vergrößerung der Resonatorlänge bzw. des Lichtweges innerhalb des Resonators mit einer Anordnung erhöht werden, wie sie in der Abb. 62 dargestellt ist. Mit einem schnellen Schalter (z. B. einer Kerr-Zelle) ist es ferner möglich, einzelne Impulse aus der Impulsfolge auszublenden.

Eine genaue Analyse der Impulsform eines Impulses zeigt, daß es sich nicht um einen glatten Impuls — etwa in Form einer Gauß-Kurve — handelt, sondern daß der Impuls möglicherweise eine Unterstruktur zeigt (SHAPIRO und DUGUAY (1969)). Hinzu kommt, daß die Mittenfrequenz des Impulses nicht konstant bleibt, sondern sich mit der Zeit ändert („frequency chirping"), was bedeutet, daß nicht nur eine (zufällige) Phasensynchronisation, sondern darüber hinaus auch eine Phasenmodulation (wahrscheinlich als Folge der dispersiven Eigenschaften des verstärkenden Mediums) auftritt (TRECAY (1968)). Die Untersuchungen hierzu sind noch nicht abgeschlossen, und wir verweisen auf die angegebene Literatur.

4.7.3.4. Messung von ultrakurzen Lichtimpulsen

Wir haben eben von der Erzeugung von Impulsen mit einer Dauer von 10^{-10} bis 10^{-12} s gesprochen und müssen damit verlangen, daß sowohl die Impulsdauer als möglichst auch die Impulsform (die, wie oben erwähnt, evtl. sogar noch eine Unterstruktur besitzen sollte) mit einer Auflösung von einigen 10^{-13} s gemessen werden können.

Die Frage ist, wie derartig kurze Zeiten meßtechnisch zu erfassen sind. Wir wissen, daß wir mit einem Photovervielfacher und angeschlossenem Oszillographen Zeiten bis etwa 10^{-9} s auflösen und bei Verwendung von Halbleiter-Photodioden (Germanium) maximal 10^{-10} s erreichen können. Somit war es zur meßtechnischen Erfassung von ultrakurzen Impulsen notwendig, neue Meßverfahren zu entwickeln. Diese beruhen im wesentlichen auf nichtlinearen Effekten oder nutzen die erst in jüngster Zeit entwickelten schnellen Kameras, welche verschiedene Nachteile der nichtlinearen Methoden vermeiden. Wir kommen hierauf gleich ausführlicher zurück und wollen uns vorerst einer Methode zuwenden, die im Rahmen der üblichen Interferenzoptik liegt und die Problematik der Messung besonders deutlich macht.

Die Aufgabe besteht also darin, Zeiten bis zu einigen 10^{-13} s zu messen. Ein Impuls dieser zeitlichen Länge hat aber eine räumliche Ausdehnung von etwa 10^{-2} cm, und Raumstrukturen dieser Größenordnung sind recht gut mit einem Interferometer auszumessen.

Die Messung der Impulsbreite mit beispielsweise einem Michelson-Interferometer erfolgt dann folgendermaßen (Abb. 63): Der von links einlaufende Impuls wird durch den Teilerspiegel M_1 in zwei Teilstrahlen zerlegt, welche nach Reflexion durch die Spiegel M_2 und M_3 nach den Zeiten $\frac{2L_2}{c}$ bzw. $\frac{2L_3}{c}$ wieder den Spiegel M_1 pas-

sieren und auf eine Photoplatte P (oder auch ein entsprechendes Nachweisgerät) treffen. Ist $L_2 = L_3$, so überlappen sich die Teilimpulse und wir erhalten eine maximal sichtbare Interferenzfigur auf P. Bei Vergrößerung von L_2 um Bruchteile von ΔL, womit wir die räumliche Impulslänge des zu messenden Impulses bezeichnen, nimmt die Überlappung der Teilimpulse und damit die Sichtbarkeit der

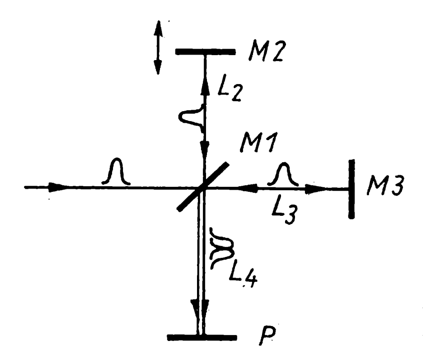


Abb. 63. Messung der Impulsbreite mittels eines Michelson-Interferometers

Interferenz auf P ab, um bei $L_2 \gg L_3 + \Delta L$ ganz zu verschwinden. Es ist somit möglich, durch Variation von L_2 und Messung der Sichtbarkeit der Interferenz den Impuls punktweise auszumessen.

Die Einwände, die gegen dieses Verfahren erhoben werden, bestehen im wesentlichen darin, daß durch eine Interferenz-Messung nicht direkt die Impulslänge, sondern die Kohärenzlänge (vgl. Kapitel 5.), die dem Impuls entspricht, gemessen wird. Da der Impuls als eine Zusammensetzung von vielen Eigenschwingungen (definierter Kohärenzlänge) zu betrachten ist, kann von der Kohärenzlänge aber nicht ohne weiteres auf die Impulslänge geschlossen werden. Man erhält so nur eine untere Grenze für die Impulslänge als Ausdruck dafür, daß nur der „Teil der Kohärenzlänge“ gemessen wird, der „allen Eigenschwingungen gemeinsam“ ist. Hinzu kommt, daß zur Ausmessung einer Impulsform als Folge der punktweisen Abtastung durch Variation von L_2 viele Impulse für eine Messung notwendig sind und nicht ohne weiteres vorausgesetzt werden kann, daß alle Impulse vollkommen gleich sind, so daß auch hierdurch eine gewisse Unsicherheit in die Messung hineingetragen wird.

Damit scheint zumindest die Richtung gegeben, wie das Meßverfahren weiterzuentwickeln ist: Es sollte zum einen die Messung nicht auf interferometrischem Wege, sondern direkt über die Intensität erfolgen und zum anderen sollte versucht werden, die charakteristischen Parameter bereits an *einem* Impuls zu messen.

Die Forderung nach Ausnutzung der Intensität des Impulses für dessen Messung führt uns zu den nichtlinearen Methoden, wie der Erzeugung der 2. und 3. Harmonischen und der 2-Photonen-Fluoreszenz. Die benutzten nichtlinearen optischen

Effekte werden ausführlich in Kapitel 7. diskutiert, so daß wir an dieser Stelle nicht darauf einzugehen brauchen.

Betrachten wir die Bildung der 2. Harmonischen (vgl. Abschnitt 7.4.), so ist die Intensität der erzeugten Strahlung proportional zu I^2, wächst also relativ stark mit der Intensität der einfallenden Strahlung an. Die gleiche Abhängigkeit gilt auch

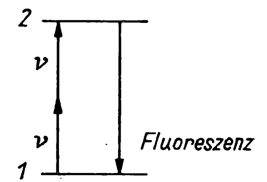


Abb. 64. Energieniveauschema für einen 2-Photonen-Absorber

für die 2-Photonen-Fluoreszenz, bei der es sich um die spontane Emission (Fluoreszenz) handelt, die von dem Niveau 2 (siehe Abb. 64) ausgeht, welches durch simultane Absorption von zwei Lichtquanten der Frequenz ν der einfallenden Strahlung angeregt wird. Wegen der quadratischen Intensitätsabhängigkeit liegt es nahe, diesen Effekt zur Messung kurzer Impulse entsprechend der obigen Forderung auszunutzen.

Wir modifizieren daher die Anordnung in Abb. 63 dahingehend, daß wir die Photoplatte durch einen nichtlinearen Kristall ersetzen, in dem die 2. Harmonische (oder auch die über einen 2-Photonen-Prozeß angeregte Fluoreszenz) erzeugt werden kann, welche wir dann mit einem Photodetektor nachweisen können. Die Ausmessung der Impulse erfolgt wiederum durch Variation von L_2 (relativ zu L_3), was im Kristall zu einer mehr oder weniger großen Überlappung der Impulse und damit zu einer verschieden starken Intensität der 2. Harmonischen (bzw. der Fluoreszenz) führt. Der Rauschuntergrund kann dabei wesentlich reduziert werden, indem die beiden Strahlen senkrecht zueinander polarisiert werden. Zur Ausmessung ist jedoch wiederum eine größere Anzahl von Impulsen notwendig, so daß der obige zweite Einwand nach wie vor gilt.

Dieser Nachteil ist jedoch zu vermeiden, wenn wir auf die Interferometer-Anordnung verzichten und zur Ausnutzung der 2-Photonen-Fluoreszenz die experimentelle Anordnung verwenden, die in Abb. 65 dargestellt ist. Durch einen Teilerspiegel M_1 wird der ankommende Impuls aufgeteilt und die beiden Teilimpulse mit den Feldstärken E_T durch die Umlenkspiegel M_2 und M_3 genau gegenläufig durch eine Küvette mit einem über einen 2-Photonen-Prozeß anregbaren, fluoreszierenden Medium (Farbstoff) geschickt. Die sich ergebende Fluoreszenz ist dann über die gesamte Küvette photographisch zu registrieren. Da die Intensität der Fluoreszenz proportional zu $E_T{}^4$, für zwei Impulse also zu $2E_T{}^4$ ist, ergibt sich bei Überlappung der Impulse wegen $(E_T + E_T)^4 = 16E_T{}^4$ eine um den Faktor 8 stärkere Fluoreszenz, welche sich deutlich von der ohne Überlappung erzeugten Fluoreszenz abhebt, wie Abb. 66 zeigt. Durch

Ausmessen des erhaltenen „Lichtfleckes" ist so die Impulsbreite auch an nur einem Impuls zu bestimmen.

Genauere Untersuchungen zeigen allerdings, daß es mit diesem Verfahren nicht ohne zusätzliche Messungen möglich ist, die genaue Impulsform zu ermitteln, da als Folge der Überlappung verschiedene Impulsformen zu gleichen räumlichen Abhängigkeiten in der Fluoreszenzintensität führen können. Trotzdem gehört dieses

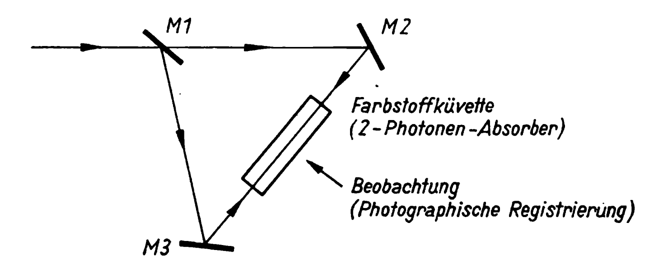


Abb. 65. Anordnung zur Messung der Impulsbreiten ultrakurzer Lichtimpulse mit Hilfe der 2-Photonen-Fluoreszenz

Verfahren in Verbindung mit verfeinerten Auswertemethoden, nicht zuletzt wegen seiner Einfachheit, zu den meist verwendeten Meßmethoden.

Als weitere Methode der Anwendung nichtlinearer Effekte zur Messung extrem kurzer Impulse wollen wir schließlich noch auf ein Verfahren eingehen, welches zeigt, wie genau noch Bruchteile von Pikosekunden meßtechnisch zu erfassen sind. Das von ECKARDT und LEE (1969) vorgeschlagene Verfahren vermeidet zugleich den starken Fluoreszenzuntergrund, der schon durch die einzelnen Teilimpulse entsteht. Die Ausmessung erfolgt allerdings, wie bei der Interferometer-Anordnung, punktweise, so daß die Messung wiederum nur an einer Vielzahl von Impulsen durchzuführen ist.

Gemessen wird die Intensität der in einer Farbstoffküvette erzeugten 3. Harmonischen, wobei wesentlich ist — und das wollen wir hier lediglich als Fakt notieren —, daß die 3. Harmonische nur von linear polarisiertem Licht erzeugt werden kann. Die

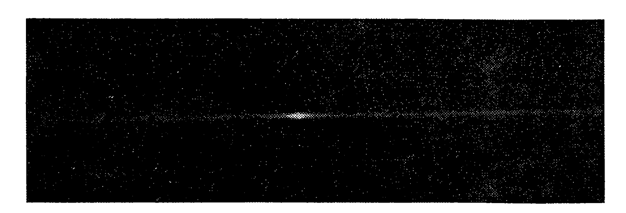


Abb. 66. Aufnahme der durch die Fluoreszenzstrahlung erzeugten Spur auf einer photographischen Platte (Spurlänge 3 cm) (Meßanordnung nach Abb. 65)

Wirkungsweise der schematisch in Abb. 67 dargestellten Anordnung besteht ebenso wie bei der oben dargestellten Methode im Prinzip darin, daß die Intensität der im Überlappungsbereich zweier Teilimpulse erzeugten Strahlung, im vorliegenden Fall der 3. Harmonischen, gemessen wird. Hierzu wird der Impuls durch den halbdurch-

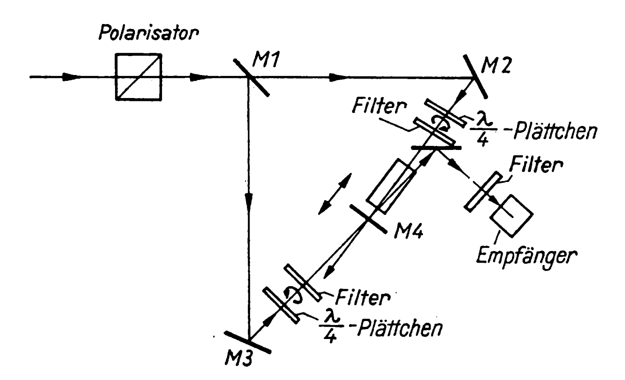


Abb. 67. Anordnung zur Messung der Impulsbreiten ultrakurzer Lichtimpulse mit Hilfe der Erzeugung der 3. Harmonischen (nach ECKARDT und LEE (1969))

lässigen Spiegel M_1 aufgeteilt und beide Teilimpulse mit Hilfe der Umlenkspiegel M_2 und M_3 nahezu parallel, jedoch in entgegengesetzter Richtung durch eine Farbstoffküvette geleitet, wobei jeder Teilstrahl durch ein $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen entgegengesetzt zirkular polarisiert wird. Überlappen sich die beiden Impulse in der Küvette, so bleibt auch der entstehende Gesamtimpuls zirkular polarisiert, und es entsteht keine 3. Harmonische. Der eigentliche „Meßfühler" besteht nun in einem verschiebbaren, teildurchlässigen Spiegel M_4 (Reflexionsvermögen 55%). Hierdurch wird der Strahl zum Teil reflektiert und durchläuft jetzt fast parallel und in gleicher Richtung wie der untere Strahl die Farbstoffküvette. Wegen der entgegengesetzten zirkularen Polarisation jedoch entsteht bei Überlappung der Impulse linear polarisiertes Licht, welches die 3. Harmonische in der Farbstoffküvette erzeugt, deren Intensität mit einem Photovervielfacher gemessen werden kann. Die gemessene Intensität ist maximal, wenn sich die beiden Teilimpulse vollständig überlappen. Eine teilweise Überlappung und damit ein punktweises Ausmessen des Impulses ist einfach durch eine Verschiebung des Spiegels M_4 möglich. Die Abhängigkeit der Intensität der 3. Harmonischen von der Lage von M_4 zeigt Abb. 68, woraus eine (mittlere) Impulsbreite von $0{,}73 \cdot 10^{-12}$ s zu entnehmen ist. Daraus wird die erstaunlich hohe Genauigkeit der Messung so extrem kurzer Zeiten deutlich.

Das Prinzip der Messung mit Hilfe nichtlinearer Effekte hat sich zwar recht gut bewährt, besitzt jedoch den Nachteil, daß die Impulsform nicht direkt eindeutig bestimmt werden kann, da die entsprechenden Methoden generell mit der Überlappung zweier Teilimpulse arbeiten. Eine Methode, die diesen Nachteil nicht aufweist und die experimentell ebenfalls vielfach verwendet wird, ist die lineare Messung

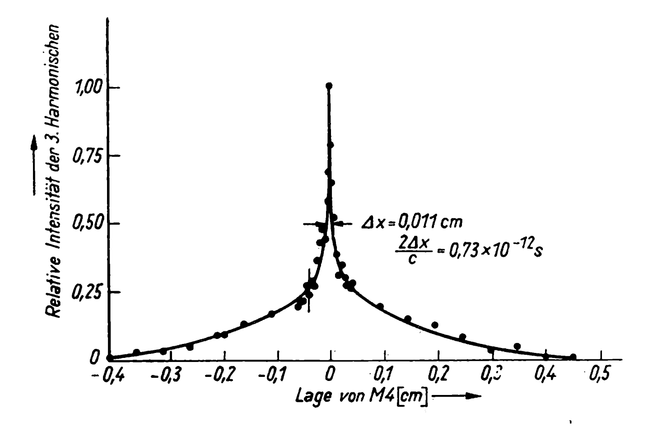


Abb. 68. Abhängigkeit der Intensität der 3. Harmonischen von der Lage des Spiegels M 4 (nach ECKARDT und LEE (1969))

von kurzen Lichtimpulsen mit Hilfe einer schnellen Bildwandler-Kamera. Das Prinzip wollen wir an Hand der in Abb. 69 dargestellten Anordnung erläutern, wie sie von BRADLEY, LIDDY und SLEAT (1971) verwendet wurde.

Der von links einlaufende Impuls fällt auf einen Teilerspiegel M_1, durch welchen ein (kleiner) Teil des Impulses zur Steuerung einer Funkenstrecke F abgezweigt wird. Der eigentlich zu messende Impuls durchläuft eine Verzögerungsstrecke V

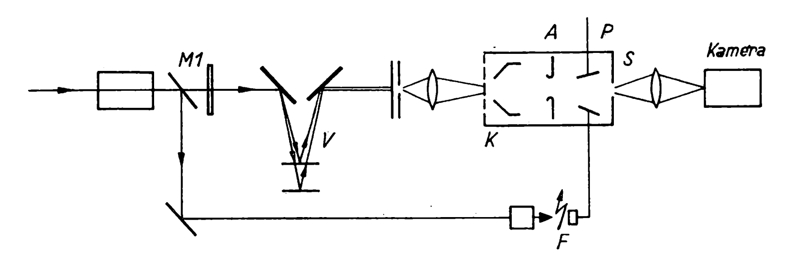


Abb. 69. Prinzipaufbau einer schnellen Bildwandler-Kamera (nach BRADLEY, LIDDY und SLEAT (1971))

(welche mit definiert einstellbaren Verzögerungszeiten zur Eichung der Anordnung verwendet wird) und gelangt nach einfacher Fokussierung durch eine Linse auf die Photokathode K des Bildwandlers. Die austretenden Elektronen werden beschleunigt und gelangen durch die Anode A und die Ablenkplatten P auf den Fluoreszenzschirm S. Das sich dort ergebende Fluoreszenzbild wird dann mit Hilfe einer Kamera aufgenommen. Die zeitliche Auflösung des Impulses erfolgt in folgender Weise: Die durch den Impuls ausgelösten Elektronen bilden, entsprechend dem vorhandenen Impulsverlauf, eine Elektronenwolke variabler Dichte von der räumlichen Ausdehnung des ursprünglichen Lichtimpulses. Durchläuft diese Elektronenwolke das Plattenpaar P, wird an dieses eine variable, im Idealfall linear ansteigende Spannung

gelegt, die über die durch den bei M_1 abgezweigten Lichtimpuls gesteuerte Funkenstrecke geschaltet wird. Die Elektronen werden abgelenkt und gelangen auf den Bildschirm, wo ein optisches Abbild der vorhandenen Dichteverteilung der Elektronen entsteht, welches photographisch registriert wird. Das Auflösungsvermögen dieser Anordnung wird wesentlich durch die Zeitunsicherheit bestimmt, die zwischen der Absorption eines Photons und der Emission eines Elektrons besteht und die u. a. von der Photonenenergie und den Feldstärken in der Nähe der Photokathode abhängt. Es werden Auflösungen bis in den Pikosekundenbereich erzielt. Es ist klar, daß für eine genaue Reproduktion der ursprünglichen Impulsform der zeitliche Verlauf der an P anliegenden Spannung bekannt sein muß, was durch Eichung mit bekannten Impulsen bzw. der in Abb. 69 angegebenen Verzögerungsstrecke gewährleistet wird.

5. Eigenschaften der Laserstrahlung

5.1. Einführung

Wir haben in den vorangegangenen Kapiteln die verschiedenen Lasertypen kennengelernt und gesehen, daß der Laser eine Lichtquelle darstellt, die auf Grund der Resonanzstruktur eine weitgehend monochromatische (und, wie wir noch sehen werden, amplitudenstabilisierte) Strahlung bei hoher Energiedichte zu erzeugen gestattet. Damit wurde eine Lichtquelle geschaffen, deren Strahlung sich prinzipiell von der der bisher bekannten natürlichen Lichtquellen im optischen Bereich unterscheidet.

Während die konventionellen, natürlichen Lichtquellen auf der spontanen Emission beruhen, ist der Grundvorgang in einer Laserlichtquelle die induzierte Emission der Atome. Daher ist die Frage von besonderem Interesse, welche Eigenschaften die von einer Laserlichtquelle ausgesandte Strahlung besitzt und inwieweit sich diese Eigenschaften von denen einer natürlichen Lichtquelle unterscheiden.

Zur Charakterisierung der Eigenschaften der Strahlung wollen wir die Größen Amplitude, Frequenz, Phase, Ausbreitungsrichtung und Polarisation benutzen, mit denen man üblicherweise die zugehörigen elektromagnetischen Wellen beschreibt. (Der Teilchenaspekt des Lichtes soll nur zur Diskussion ganz spezieller Probleme unserer Darstellung herangezogen werden.)

Die elektromagnetischen Wellen im optischen Spektralbereich werden ganz allgemein durch Emission von angeregten Atomen, d. h. durch ein Ensemble von atomaren Strahlern, erzeugt, wobei jedes Atom einen Wellenzug endlicher Länge aussendet. Aus dieser Tatsache folgt unmittelbar als systeminhärente Eigenschaft der statistische Charakter aller Strahlungsfeldgrößen. Die oben angeführten Größen lassen sich daher für ein reales Strahlungsfeld nicht durch scharfe Werte kennzeichnen. Vielmehr gehört zu jeder dieser Größen eine bestimmte Verteilung, die die Wahrscheinlichkeit repräsentiert, mit der der eine oder andere scharfe Wert auftritt. Will man also die Eigenschaften einer Strahlungsquelle im optischen Spektralbereich beschreiben, ist man gezwungen, Aussagen über die zu jeder Strahlungsfeldgröße gehörige statistische Verteilung zu machen.

Von diesem Gesichtspunkt aus fällt ein wesentlicher Unterschied zwischen

dem Strahlungsfeld einer natürlichen und dem einer Laserlichtquelle sofort ins Auge.

Die Strahlung einer natürlichen Lichtquelle setzt sich bekanntlich aus den Beiträgen der spontanen Emission von sehr vielen voneinander unabhängigen Strahlungszentren zusammen. Zwischen den einzelnen Emissionsakten bestehen keinerlei Korrelationen. Daher ist beispielsweise die Verteilung aller im Zeitablauf möglichen Feldstärkewerte durch eine gaußförmige Verteilung mit dem Zentrum bei dem Wert Null gegeben. Ganz anders sieht die Statistik der Strahlungsfeldgrößen eines Lasers aus. Auf Grund des prinzipiell unterschiedlichen Charakters der induzierten Emission und wegen nichtlinearer Sättigungsvorgänge im Laserprozeß ergibt sich ein grundsätzlich verschiedenes statistisches Verhalten. Die Amplitude des Laserfeldes ist nicht mehr durch eine gaußförmige Verteilung um den Nullwert, sondern durch eine sehr schmale Verteilung um einen endlichen Wert gegeben. Wir werden auf diesen charakteristischen Sachverhalt, der einen wesentlichen qualitativen Unterschied zwischen Laser und natürlicher Lichtquelle darstellt, im Detail eingehen.

Im Gegensatz dazu sind die Unterschiede in bezug auf das Spektrum von Frequenz, Phase und Ausbreitungsrichtung mehr quantitativer Art. Wie in Abschnitt 4.2. ausführlich begründet wurde, bedingt die Resonanzstruktur des Lasers, daß nur wenige Eigenschwingungen angeregt werden. Das Laserlicht weist daher eine im allgemeinen geringe Linienbreite und eine extrem scharfe Richtungsbündelung auf. Ähnliche Werte ließen sich aber — zumindest prinzipiell — auch mit einer natürlichen Lichtquelle realisieren, wenn man geeignete Filter zur Selektion von Frequenz und Richtung (z. B. Fabry-Perot-Resonator) verwenden würde. Allerdings wäre dann die Intensität des gefilterten Lichtes so gering, daß sich diese Strahlung kaum noch praktisch verwenden ließe. Die Möglichkeiten, beispielsweise durch Erhöhung der Strahlungstemperatur eines Temperaturstrahlers zu höheren Werten für die spektrale Leistungsdichte des Lichtes zu kommen, sind so begrenzt, daß praktisch auch nicht annähernd die spektrale Energiedichte einer Laserlichtquelle zu erreichen ist, auch wenn es prinzipiell als möglich erscheint.

Beim Laser wird — wie schon mehrfach betont — die gesamte Energie des angeregten Atomsystems in die wenigen Eigenschwingungen, d. h. in das Feld mit extrem geringer Linienbreite und Strahldivergenz, emittiert. Man erhält auf diese Weise die für praktische Anwendungen des Lasers so bedeutsamen hohen Werte für die spektrale Energiedichte. Wegen der geringen Strahldivergenz läßt sich darüber hinaus das Laserlicht durch geeignete optische Elemente derartig scharf bündeln, daß Energiekonzentrationen erreicht werden können, die beispielsweise eine gesteuerte Kernfusion mittels Laserlicht in absehbarer Zeit ermöglichen sollten. Wir werden in diesem Abschnitt auf die Eigenschaften der Laserstrahlung, die wie die spektrale Energiedichte in erster Linie für praktische Anwendungen von Bedeutung sind, nicht eingehen. Die Angaben zu diesen Punkten finden sich bei der Beschreibung der verschiedenen Lasertypen im Kapitel 4. bzw. im Kapitel 8. bei der Diskussion von einzelnen ausgewählten Anwendungen. Auch die Polarisationseigenschaften des

Lichtes werden im Rahmen dieser Darstellung nicht berücksichtigt. Wir setzen bei unseren Überlegungen vielmehr voraus — was beim Laser praktisch auch häufig in guter Näherung realisiert ist —, daß das Licht linear polarisiert ist.

Dagegen wollen wir ausführlich die für die gesamte Laserphysik bedeutsamen Probleme der Kohärenz des Laserlichtes sowie der Amplitudenstatistik dieser Strahlung behandeln. Dabei wird sich zeigen, daß das Strahlungsfeld eines Lasers im Gegensatz zu dem einer natürlichen Lichtquelle unter bestimmten Bedingungen in guter Näherung durch eine klassische ebene Welle beschrieben werden kann.

Der Laser weist damit den Weg, wie auch im mikroskopischen Bereich, also bei der Ausstrahlung von elektromagnetischer Energie durch atomare Strahler, ähnlich „geordnete" Strahlungsfelder erhalten werden können, wie beispielsweise im Mikrowellenbereich, wo durch die Bewegung makroskopischer Ladungen sinusförmige Wellen erzeugt werden.

5.2. Zur Kohärenz des Laserlichtes

5.2.1. Beschreibung der Kohärenz im klassischen Sinne

Der Begriff „Kohärenz" wird, wenn man die in verschiedenen Publikationen wiedergegebenen Erklärungen vergleicht, nicht immer ganz einheitlich verstanden. Das mag seine Ursache darin haben, daß dieser Begriff in den letzten Jahren — nicht zuletzt auf Grund der Entwicklung des Lasers — einige wesentliche Erweiterungen und Verallgemeinerungen erfahren hat. Wir wollen hier zunächst von der ursprünglichen Bedeutung des Begriffes ausgehen und die Kohärenz im Sinne der klassischen Optik mit der Interferenzfähigkeit des Lichtes verbinden. Danach bezeichnet man ein Lichtfeld in *dem* Raum-Zeit-Bereich als kohärent, in dem feste Phasenbeziehungen zwischen den Feldstärkewerten bestehen. Bei der Überlagerung von zwei oder mehreren Teilstrahlen aus diesem Kohärenzbereich erhält man nämlich ein stehendes räumliches Interferenzmuster. Ausgehend von dieser Feststellung, wollen wir im weiteren überlegen, welche Eigenschaften Lichtstrahlen besitzen müssen, damit die mit ihnen ausgeführten klassischen Interferenzexperimente ein stehendes, gut sichtbares Interferenzmuster liefern. An Hand dieser Überlegungen läßt sich dann verstehen, warum die Kohärenzbereiche eines Laserstrahlungsfeldes wesentlich ausgedehnter sind als die einer konventionellen natürlichen Lichtquelle.

Wir gehen dabei von der Beschreibung eines Experimentes aus, mit dessen Hilfe die Phasenkorrelationen der Feldstärkewerte an verschiedenen Raum-Zeit-Punkten eines Strahlungsfeldes festgestellt werden können. In dem bekannten Interferenzexperiment von YOUNG werden zwei kleine Öffnungen an den Punkten P_1, P_2 in einem Schirm Ω_1 von einer Lichtquelle L beleuchtet und das bei der Überlagerung

der von P_1 und P_2 ausgehenden Lichtwellen entstehende Interferenzmuster auf dem Schirm Ω_2 beobachtet (siehe Abb. 70).

Das Interferenzbild widerspiegelt eine räumlich periodische Verteilung der Intensität der überlagerten Wellen im Beobachtungsbereich. Die Lichtintensität ist durch

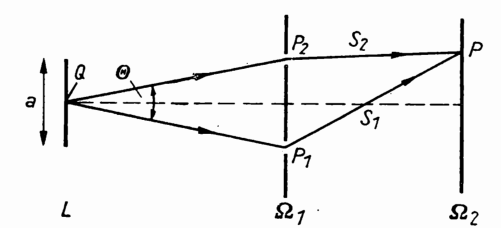


Abb. 70. Interferenz von Licht im Doppelspaltexperiment

den zeitlichen Mittelwert des Quadrates der elektrischen Feldstärke $E(\boldsymbol{r}, t)$ des als linear polarisiert vorausgesetzten Feldes gegeben. Setzen wir $E(\boldsymbol{r}, t)$ als komplex voraus, dann gilt

$$I_T(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{2T} \int\limits_{t-T}^{t+T} |E(\boldsymbol{r}, t')|^2 \, \mathrm{d}t'. \tag{5,1}$$

Die Größe T stellt hier die Mittelungszeit des Empfängers dar. Zur Beschreibung der klassischen Interferenzexperimente ist ein beliebig lange stehendes Interferenzmuster zu berechnen, so daß der Mittelwert (5,1) für große Zeiten $T \to \infty$ zu bilden ist. Da wir es im allgemeinen mit stationären Feldern zu tun haben, ist dieser Mittelwert für $T \to \infty$ darüber hinaus unabhängig von der Wahl eines bestimmten Zeitpunktes t. Die in diesem Mittelwert enthaltenen Informationen über das stationäre Feld ändern sich im Zeitablauf nicht. Es gilt daher

$$I_{T\to\infty}(\boldsymbol{r}, t) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{2T} \int\limits_{-T}^{T} |E(\boldsymbol{r}, t')|^2 \, \mathrm{d}t' \equiv \langle |E(\boldsymbol{r}, t)|^2 \rangle_t. \tag{5,2}$$

Die gesuchte Feldstärke im Aufpunkt P zur Zeit t ergibt sich nun als lineare Superposition der Feldstärkewerte, die zu früheren Zeiten $t_{1,2} = t - s_{1,2}/c$ an den Punkten $P_{1,2}$ vorlagen (vgl. Abb. 70),

$$E(\boldsymbol{r}, t) = \lambda_1 E(\boldsymbol{r}_1, t_1) + \lambda_2 E(\boldsymbol{r}_2, t_2). \tag{5,3}$$

Die komplexen Koeffizienten $\lambda_{1,2}$ werden durch die Geometrie der experimentellen Anordnung bestimmt und sind in guter Näherung unabhängig vom Feld.

Mit dem Ansatz (5,3) folgt für die Intensität im Punkte P

$$\langle I(\boldsymbol{r}, t)\rangle_t = |\lambda_1|^2\langle|E(\boldsymbol{r}_1, t_1)|^2\rangle_t + |\lambda_2|^2\langle|E(\boldsymbol{r}_2, t_2)|^2\rangle_t + 2\,\mathrm{Re}\,\lambda_1{}^*\lambda_2\langle E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1)\,E(\boldsymbol{r}_2, t_2)\rangle_t. \tag{5,4}$$

Im folgenden wird deutlich werden, daß der für die Interferenzerscheinung maßgebliche Term der dritte Summand in Gl. (5,4) mit den gemischten Gliedern ist. Dieser Term hängt wegen der oben vorausgesetzten Stationarität des Lichtfeldes nur von der Differenz $t_2 - t_1 = \frac{1}{c}(s_2 - s_1) = \tau$ der betrachteten Zeitpunkte ab,

$$\langle E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1)\,E(\boldsymbol{r}_2, t_2)\rangle_t = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T} E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1)\,E(\boldsymbol{r}_2, t_1 + \tau)\,\mathrm{d}t_1 \equiv \Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau). \tag{5,5}$$

Die Funktion $\Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau)$ wird nach Born und Wolf (1965) als Kohärenzfunktion bezeichnet. Sie beschreibt nach dem vorstehenden die Korrelation der Feldstärkewerte an den Orten $\boldsymbol{r}_1$ und $\boldsymbol{r}_2$ bei einem Zeitunterschied τ. Wir werden weiter unten zeigen, daß die hier an Hand der klassischen Interferenzexperimente eingeführte Korrelationsfunktion erster Ordnung verallgemeinert werden kann und daß sich analoge Funktionen für Korrelationen des Strahlungsfeldes von höherer Ordnung finden lassen.

Wenn wir die Kohärenzfunktion $\Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau)$ normieren,

$$\gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau) = \frac{\Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau)}{[\Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_1, 0)]^{1/2}\,[\Gamma(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_2, 0)]^{1/2}}, \tag{5,6}$$

folgt aus der Schwarzschen Ungleichung für den Betrag der normierten Kohärenzfunktion

$$0 \leqq |\gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau)| \leqq 1. \tag{5,7}$$

Wir wollen nun zeigen, daß es sinnvoll ist, diese Größe als Kohärenzgrad einzuführen, der eine Aussage über die Güte des erhaltenen Interferenzmusters gestattet. Dazu setzen wir — wie in der klassischen Optik allgemein üblich — das Feld der im Experiment benutzten Lichtquelle als quasimonochromatisch voraus, d. h., wir nehmen an, daß die Frequenzunschärfe $\Delta\omega$ der Lichtquelle klein im Vergleich zu ihrer mittleren Frequenz $\overline{\omega}$ ist,

$$\frac{\Delta\omega}{\overline{\omega}} \ll 1. \tag{5,8}$$

Unter dieser Voraussetzung können wir für die elektrische Feldstärke den folgenden Ansatz machen:

$$E(\boldsymbol{r}, t) = A(\boldsymbol{r}, t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[\overline{\omega}t - \Phi(\boldsymbol{r}, t)]}. \tag{5,9}$$

Dabei sind die reellen Funktionen $A(\boldsymbol{r}, t)$ und $\Phi(\boldsymbol{r}, t)$ für Amplitude und Phase des Lichtfeldes langsam veränderliche Größen im Vergleich zu dem hochfrequenten Term $e^{i\bar{\omega}t}$. Mit dem Ansatz (5,9) ergibt sich für die Intensitätsverteilung nach Gl. (5,4)

$$\langle I(\boldsymbol{r}, t)\rangle_t = \langle I_1\rangle_t + \langle I_2\rangle_t + 2\sqrt{\langle I_1\rangle_t \langle I_2\rangle_t}\,\langle\cos\left[\Phi(\boldsymbol{r}_2, t+\tau) - \Phi(\boldsymbol{r}_1, t) - \bar{\omega}\tau\right]\rangle_t. \tag{5,10}$$

Dabei sind

$$\langle I_1\rangle_t = |\lambda_1|^2\langle|E(\boldsymbol{r}_1, t_1)|^2\rangle_t = |\lambda_1|^2\langle A^2(\boldsymbol{r}_1, t)\rangle,$$

$$\langle I_2\rangle_t = |\lambda_2|^2\langle|E(\boldsymbol{r}_2, t_2)|^2\rangle_t = |\lambda_2|^2\langle A^2(\boldsymbol{r}_2, t+\tau)\rangle_t$$

die Intensitäten, die am Aufpunkt P erhalten würden, wenn im Schirm Ω_1 nur eine Öffnung bei P_1 bzw. bei P_2 allein vorhanden wäre (vgl. Abb. 70).

Man erkennt, daß die Interferenzerscheinung entscheidend durch den zeitlichen Mittelwert der Kosinusfunktion in Formel (5,10) bestimmt wird. (Der Einfluß der Amplitudenschwankungen wird hier als unwesentlich vernachlässigt.) Ist das Argument der Kosinusfunktion zeitunabhängig, d. h., ist die Differenz der Phasenwerte an den Orten $\boldsymbol{r}_1$ und $\boldsymbol{r}_2$ und bei dem Zeitunterschied τ konstant, dann erhalten wir ein scharfes Interferenzmuster mit einer reinen Sinusmodulation der Intensitätsverteilung. Die Sichtbarkeit S der Interferenzfigur besitzt gemäß der Definition

$$S = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \tag{5,11}$$

ihren optimalen Wert $S = \dfrac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$. Für die zuvor diskutierte Größe $|\gamma|$ ergibt sich — wie man leicht nachrechnet — in diesem Fall der Wert $|\gamma| = 1$. Da der Nachweis eines scharfen Interferenzmusters aber gerade das Kriterium für das Vorliegen einer optimalen Kohärenz ist, kennzeichnet also der Wert $|\gamma| = 1$ den Zustand vollständiger Kohärenz.

Streut im anderen Falle die Phasendifferenz in Formel (5,10) im Zeitablauf um Werte größer als π, dann verschwindet der Zeitmittelwert. In diesem Fall läßt sich kein Interferenzmuster nachweisen. Die Größen S und $|\gamma|$ sind gleich Null, d. h., der Zustand der Inkohärenz wird durch $|\gamma| = 0$ beschrieben. Die dazwischen liegenden Fälle $0 < |\gamma| < 1$ kennzeichnen eine partielle Kohärenz des Feldes an den betrachteten Raum-Zeit-Punkten.

5.2.2. Die Kohärenzbereiche einer natürlichen Lichtquelle und eines Lasers

Nach dieser Erläuterung der in der klassischen Optik gebräuchlichen Begriffe und Definitionen wollen wir nun diskutieren, wie groß die Kohärenzbereiche für das Strahlungsfeld einer natürlichen Lichtquelle sind, um die dort erhaltenen Ergebnisse mit den bei einer Laserlichtquelle vorliegenden Werten vergleichen zu können.

Wir betrachten dazu wiederum Abb. 70 und können dann — unter Berücksichtigung der an Gl. (5,10) anschließenden Diskussion — folgendes feststellen: Man erhält auf dem Schirm Ω_2 nur dann ein scharfes Interferenzmuster, wenn alle Teilwellen, die von beliebigen Punkten Q der Lichtquelle L ausgehen und den Aufpunkt P über die Öffnung P_1 bzw. P_2 erreichen, Phasendifferenzen besitzen, die im Zeitablauf lediglich um Werte kleiner als π voneinander abweichen.

Im Falle einer natürlichen Lichtquelle wird das Licht von vielen voneinander unabhängigen Punktstrahlern emittiert. Die von diesen Elementarstrahlern ausgesendeten Wellen haben verschiedene Frequenzwerte, die innerhalb der durch die jeweiligen Atome bestimmten Linienbreite liegen. Wählen wir aus dem in alle Richtungen ausgestrahlten Licht ein beliebiges Bündel aus, dann wird auf Grund des statistischen Charakters der Ausstrahlung die Phase sowohl über den Querschnitt des Bündels als auch im Zeitablauf beliebige Werte annehmen.

Wir wollen zunächst die sogenannte räumliche Kohärenz, d. h. die Korrelation der Phasenwerte über den Strahlquerschnitt, diskutieren. Dazu setzen wir die Zeitdifferenz der interferierenden Wellen als vernachlässigbar klein voraus ($\tau \to 0$). Nun wird jede der von der flächenhaft gedachten Lichtquelle ausgesendeten Elementarwellen hinter dem Doppelspalt für sich ein scharfes Interferenzmuster erzeugen. Die resultierende Überlagerung der von den verschiedenen Elementarwellen herrührenden Einzelbilder liefert nur dann ein scharfes Interferenzbild, wenn alle Einzelbilder etwa die gleiche Lage auf dem Schirm Ω_2 haben. Das ist aber nur dann möglich, wenn für alle Teilwellen die Phasendifferenzen um weniger als π bzw. die optischen Gangunterschiede um weniger als $\frac{\lambda}{2}$ voneinander abweichen. Man überzeugt sich leicht, daß diese Forderung auf die Beziehung

$$a\Theta \leqq \frac{\lambda}{2} \tag{5,12}$$

führt, wobei a die lineare Ausdehnung der Lichtquelle und Θ den als klein vorausgesetzten Öffnungswinkel der zur Interferenz beitragenden Lichtbündel bedeuten (siehe Abb. 70). Formel (5,12) stellt die bekannte Kohärenzbedingung der klassischen Optik dar (vgl. z. B. Recknagel (1962)).

Um im Doppelspaltexperiment mit natürlichem Licht ein scharfes Interferenzmuster zu erhalten, muß man also den zur Interferenz beitragenden Bereich der Lichtquelle möglichst klein machen. (Eine punktförmige Lichtquelle liefert vollständig räumlich kohärentes Licht.) Ist aber mit einer bestimmten minimal erforderlichen Lichtintensität auch eine bestimmte endliche Größe des strahlenden Bereiches vorgegeben, dann darf der Öffnungswinkel Θ den aus Gl. (5,12) folgenden Wert $\Theta = \frac{\lambda}{2a}$ nicht überschreiten. Man erhält nur so lange ein gut sichtbares Interferenzbild, wie der Spaltabstand nicht größer als $\frac{d\lambda}{2a}$ ist, wobei d den Abstand des

Doppelspaltes von der Lichtquelle darstellt. Man kann also den Spaltabstand um so größer wählen, je weiter entfernt von der Quelle der Doppelspalt angebracht ist. In sehr großem Abstand von der begrenzten Lichtquelle laufen die Strahlen nahezu parallel, und der Bereich der räumlichen Kohärenz wird immer größer. Eine geringe Strahldivergenz läßt sich natürlich auch erreichen, wenn man das nach allen Richtungen emittierte Licht durch mehrere hintereinander angebrachte Blenden laufen läßt. Diese Anordnung filtert praktisch ein Bündel nahezu paralleler Strahlen mit geringem Öffnungswinkel für eine bestimmte Richtung heraus (Raumfilter). Man kann auf diese Weise den Bereich räumlicher Kohärenz über nahezu den ganzen Querschnitt des ausgefilterten Lichtes ausdehnen. Durch dieses Verfahren wird allerdings — in ganz analoger Weise wie bei der Verringerung des strahlenden Bereichs der Lichtquelle — die Intensität so stark geschwächt, daß die entsprechenden Interferenzexperimente nur mit beträchtlichen Schwierigkeiten durchführbar sind.

Die zuletzt skizzierten Überlegungen erschließen uns nun unmittelbar das Verständnis der ausgezeichneten Kohärenzeigenschaften einer Laserlichtquelle. Ein aus ebenen Spiegeln gebildeter Resonator wirkt mit seinen richtungsbegrenzenden Elementen (endliche Spiegelgröße, endliche Ausdehnung des laseraktiven Materials), praktisch wie eine Anordnung sehr vieler hintereinander angebrachter Blenden. Im stationären Laserbetrieb treten ja nur solche Strahlen auf, die dieses Blendensystem nahezu verlustfrei durchlaufen. Die für den Laserbetrieb erforderliche Resonanzstruktur erzwingt die extreme Richtungsbündelung der auslaufenden Lichtwellen. Wird die effektive Blendenöffnung so gewählt, daß nur der Grundmodus im Laser anschwingt (vgl. Abschnitt 4.2.4.), dann läßt sich z. B. bei Gaslasern die Divergenz der Strahlen bis zur beugungstheoretischen Grenze herabsetzen: $\Theta_B \approx \dfrac{\lambda}{b}$.
Für einen Strahldurchmesser von beispielsweise $b = 5$ mm folgt für die Wellenlänge $\lambda = 0{,}60\ \mu\text{m}$ ein Wert $\Theta_B \approx 20''$. Die in diesem Fall vorhandenen geringfügigen Abweichungen von der vollständigen räumlichen Kohärenz der Laserstrahlen lassen sich im Doppelspaltexperiment im allgemeinen nicht mehr nachweisen. Man erhält praktisch für beliebige Spaltabstände ein gut sichtbares Interferenzmuster und kann daher den Strahl eines Einmodenlasers über den gesamten Strahlquerschnitt als räumlich kohärent voraussetzen.

Diese Feststellung behält ihre Gültigkeit auch für den Fall, daß in dem Laser mehrere Axialmoden angeregt sind, da der Unterschied der zugehörigen Wellenlängen im allgemeinen sehr viel kleiner als die mittlere Wellenlänge ist. Sind in dem Laser jedoch mehrere Transversalmoden angeregt, dann ist die Interferenzfähigkeit der Laserstrahlen und damit ihr räumlicher Kohärenzgrad verringert, da verschiedene Transversalmoden im allgemeinen verschiedene Phasen besitzen. Gewisse Störungen der räumlichen Kohärenz sind ferner bei einigen Lasertypen, z. B. bei Festkörperlasern, durch Inhomogenitäten im laseraktiven Material bedingt.

Bisher haben wir lediglich die räumliche Kohärenz, d. h. die Korrelation der

Phasenwerte über den Strahlquerschnitt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, betrachtet. Wir wollen uns nun der Korrelation der Feldstärkewerte zu verschiedenen Zeiten zuwenden und die sogenannte zeitliche Kohärenz diskutieren. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, die Zeitdifferenz τ zwischen den interferierenden Teilwellen zu variieren. Um auch möglichst große τ-Werte realisieren zu können, bevorzugt man für die Messungen der zeitlichen Kohärenz statt des Youngschen Doppelspaltexperiments ein Interferometer vom Michelson-Typ (siehe Abb. 71).

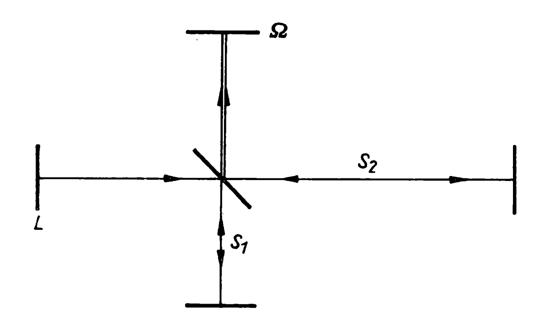


Abb. 71. Schema eines Michelson-Interferometers

Das Auftreten von Interferenzstreifen auf dem Schirm Ω demonstriert, daß zwischen den zeitlich um $\tau = \frac{1}{c}(s_2 - s_1)$ zueinander verzögerten Teilstrahlen feste Phasenbeziehungen existieren. Bei stetiger Vergrößerung des Wegunterschiedes wird das Interferenzmuster jedoch zunehmend unscharf und verschwindet schließlich ganz. Der größtmögliche Zeitunterschied zwischen beiden Strahlen wird Kohärenzzeit τ_{koh}, der zugehörige Wegunterschied Kohärenzlänge l_{koh} genannt. Eine Abschätzung der Kohärenzzeit ergibt sich auf Grund folgender Überlegung: Die durch die endliche Linienbreite $\Delta\omega$ des Strahlungsfeldes bedingten statistischen Frequenzschwankungen geben Anlaß zu Phasendifferenzen zwischen beiden Teilstrahlen, die im Zeitablauf auch Werte von der Größenordnung $\Delta\omega\tau$ annehmen können. Das Interferenzmuster wird aber entsprechend unserer allgemeinen Diskussion unscharf, wenn diese Phasenunterschiede vergleichbar mit π werden. Damit ergibt sich näherungsweise

$$\Delta\omega\tau_{\text{koh}} \approx \pi. \tag{5,13}$$

Diese Beziehung gilt ganz allgemein für Lichtquellen mit einer endlichen Linienbreite $\Delta\omega$. Natürliche Lichtquellen, wie z. B. eine Gasentladungslampe, haben eine Linienbreite von etwa 10^9 Hz. Daraus folgt nach Gl. (5,13) eine Kohärenzlänge $l_{\text{koh}} = c\tau_{\text{koh}} = 30$ cm. Interferometrische Längenmessungen sind daher auf Strecken von dieser Größenordnung begrenzt.

Wie groß ist nun die Kohärenzzeit einer Laserlichtquelle? Dazu müssen wir uns überlegen, welche Werte die Linienbreite bei Lasern besitzen kann. Wie schon

dargestellt, wird das Frequenzspektrum eines Lasers durch die Linienbreite der laseraktiven Atome begrenzt, die z. B. dem oben angegebenen Wert von etwa 10^9 Hz entspricht. Die Resonanzstruktur des Lasers bedingt jedoch, daß der Laserbetrieb nur auf einer begrenzten Anzahl diskreter Frequenzen innerhalb dieses erlaubten Frequenzbereichs erfolgt. Läßt nun die Laseranordnung den Betrieb auf vielen Moden zu, die auf den ganzen möglichen Frequenzbereich des Verstärkungsprofils verteilt sind, so entspricht die effektive Linienbreite dem zuvor zitierten Wert von 10^9 Hz, und die Kohärenzlänge ist wie bei einer natürlichen Lichtquelle nicht größer als 30 cm. Ein Argon-Gaslaser im Vielmodenbetrieb hat z. B. eine Kohärenzlänge von dieser Größenordnung. Bei Festkörperlasern können die Werte wegen der größeren Linienbreite der Laseratome sogar noch geringer sein. Sorgt man jedoch durch geeignete frequenzselektive Elemente (vgl. Abschnitt 4.2.4.) dafür, daß im Laser nur einige wenige Moden in einem schmalen Frequenzbereich anschwingen können, dann wird die Kohärenzlänge des Lasers wesentlich größer als die einer natürlichen Lichtquelle. Für einen Laser im Einmodenbetrieb wird die Linienbreite im allgemeinen durch die kurzzeitigen Frequenzschwankungen bestimmt, die durch mechanische und akustische Störungen der Resonanzstruktur verursacht werden. Diese Einflüsse lassen sich durch sorgfältige passive Stabilisierung des Laseraufbaus (vgl. Abschnitt 8.4.) sehr weit herabsetzen. So hat man für einen He-Ne-Laser im Einmodenbetrieb unter günstigen Bedingungen bereits Werte unter 100 Hz für die Linienbreite erhalten. Das Licht eines derartig stabilen Lasers hat somit eine Kohärenzlänge von einigen 1000 km. Aber auch der letztgenannte Wert für die Linienbreite liegt noch über den theoretisch möglichen Werten. Die theoretisch errechnete Linienbreite eines Einmodenlasers ergibt sich (bei Vernachlässigung verschiedener Korrekturfaktoren) zu (vgl. Kapitel 6.)

$$\Delta\nu = \frac{\pi h\nu}{P}\,\Delta\nu_c^2. \tag{5,14}$$

Dabei bedeuten P die Ausgangsleistung des Lasers und $\Delta\nu_c$ die Frequenzbreite des Laserresonators. Hieraus folgt für typische Werte eines He-Ne-Lasers eine Linienbreite von $\Delta\nu \approx 1$ Hz.

5.2.3. Der Entartungsparameter des Strahlungsfeldes

Wir haben im vorhergehenden Abschnitt aus der Forderung für die räumliche Kohärenz, Gl. (5,12), abgeleitet, daß man im Doppelspaltexperiment nur dann ein scharfes Interferenzmuster erhält, wenn der Abstand der beiden Spaltöffnungen in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung nicht größer als $\frac{d\lambda}{2a}$ ist. Da diese Be-

dingung für die beiden Dimensionen dieser Ebene gilt, kommen wir zu der Feststellung, daß die Feldstärkewerte für alle diejenigen Punkte in einer Ebene senkrecht zur Strahlausbreitung Phasenkorrelationen aufweisen, die innerhalb einer Fläche von der Größe $F_{\text{koh}} = \frac{d^2\lambda^2}{4S}$ liegen. (S ist dabei die strahlende Fläche der Lichtquelle.) Diese Fläche wird als Kohärenzfläche des betrachteten Strahlungsfeldes bezeichnet. In Richtung der Strahlausbreitung wird der Bereich der Korrelation der Feldstärkewerte durch die Bedingung (5,13) für zeitliche Kohärenz begrenzt. Die Kohärenzlänge l_{koh} kennzeichnet den maximalen Abstand von zwei in Strahlrichtung liegenden Punkten, an denen die Feldstärkewerte zueinander korreliert sind. Man kann damit ein sogenanntes Kohärenzvolumen $V_{\text{koh}} = F_{\text{koh}} l_{\text{koh}}$ definieren, das den Bereich eines Strahlungsfeldes abgrenzt, innerhalb dessen die Feldstärkewerte korreliert sind. Innerhalb seines Kohärenzvolumens kann daher ein Strahlungsfeld in guter Näherung durch eine Welle mit konstanter Amplitude und Phase beschrieben werden.

In Anlehnung an die Quantenstatistik bezeichnet man die mittlere Zahl der Photonen im Kohärenzvolumen als Entartungsparameter δ der Strahlung (vgl. Mandel (1961)). Schon Einstein (1917) berechnete für die Strahlung eines schwarzen Körpers (Hohlraum im thermischen Gleichgewicht) den Entartungsparameter zu

$$\delta = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \tag{5,15}$$

wobei k die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur des schwarzen Strahlers und h das Plancksche Wirkungsquantum sind. Der größte Wert, der hieraus für den Entartungsparameter einer thermischen Lichtquelle unter Laborbedingungen folgt, liegt bei 10^{-3}. Demgegenüber läßt sich beispielsweise für einen He-Ne-Laser, der im Einmodenbetrieb bei der Wellenlänge 0,633 μm eine Leistung von $N = 1$ mW bei einer Linienbreite von $\Delta\nu = 100$ Hz aufweisen kann, der Wert $\delta = \frac{N}{h\nu\Delta\nu} \approx 3 \cdot 10^{13}$ abschätzen. Während also thermisches Licht nicht entartet ist ($\delta \ll 1$), ist Laserlicht in hohem Maße entartet ($\delta \gg 1$). Wir werden unten zeigen, daß diese Entartung eine wesentliche Voraussetzung für die Durchführung von Interferenzexperimenten zwischen unabhängigen Lichtstrahlen ist. Bevor wir uns jedoch der Beschreibung dieser aufschlußreichen Experimente zuwenden, wollen wir kurz auf das Verhalten einer sogenannten quasithermischen Lichtquelle eingehen (siehe Martienssen und Spiller (1964)), die — da sie relativ einfach den Übergang vom Laser zu thermischem Licht in gezielter Weise zu betrachten gestattet — einige interessante Gesichtspunkte zum Verständnis der Kohärenz von Lichtstrahlen beiträgt.

5.2.4. Die quasithermische Lichtquelle

In den Experimenten von MARTIENSSEN und SPILLER (1964) wurde die Strahlung eines Gaslasers verwendet, deren Kohärenzeigenschaften durch den Einbau eines stochastischen Elementes verschlechtert und in kontrollierbarer Weise verändert werden konnten. Sie fokussierten das Strahlenbündel des Lasers mit einer Linse auf einen beweglichen Mattglasschirm. Die von den statistisch verteilten Streuzentren des Mattglasschirms ausgehenden Streuwellen haben in Analogie zu einer thermischen Lichtquelle keinerlei Phasenbeziehungen zueinander. Die räumliche Kohärenz des Streulichtes wird daher gemäß Gl. (5,12) durch die geometrische Größe des Streubereichs auf dem Schirm (der durch Variation des Linsenabstandes verändert werden kann) und durch den betrachteten Öffnungswinkel bestimmt. Die zeitliche Kohärenz des Streulichtes konnte durch Rotation des Mattglasschirms in weiten Bereichen kontrollierbar variiert werden. Das auf diese Weise erzeugte Streulicht weist somit ähnliche statistische Eigenschaften wie eine thermische Lichtquelle auf (quasithermische Lichtquelle), hat aber den Vorzug, daß der zuvor diskutierte Entartungsparameter größer als Eins ist. Aus diesem Grunde lassen sich mit einer solchen Lichtquelle Interferenzexperimente, auch die zwischen unabhängigen Lichtstrahlen, auf einfache Weise durchführen. Wir wollen hier lediglich die Ergebnisse anführen, die die Autoren für das Doppelspaltexperiment angegeben haben. Abbildung 72 zeigt die Interferenzstrukturen, die unter verschiedenen Bedingungen erhalten wurden.

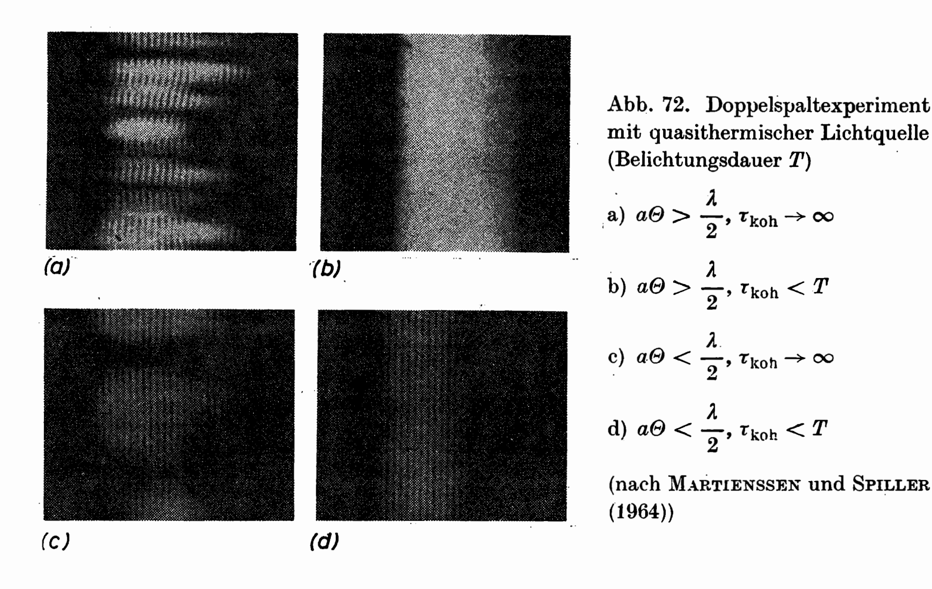


Abb. 72. Doppelspaltexperiment mit quasithermischer Lichtquelle (Belichtungsdauer T)

a) $a\Theta > \frac{\lambda}{2}$, $\tau_{\text{koh}} \to \infty$

b) $a\Theta > \frac{\lambda}{2}$, $\tau_{\text{koh}} < T$

c) $a\Theta < \frac{\lambda}{2}$, $\tau_{\text{koh}} \to \infty$

d) $a\Theta < \frac{\lambda}{2}$, $\tau_{\text{koh}} < T$

(nach MARTIENSSEN und SPILLER (1964))

In den Abbildungen 72a und 72b ist der Spaltabstand so groß gewählt, daß die Beziehung (5,12) für die räumliche Kohärenz verletzt ist. Wie man erkennt, erhält man dann trotzdem eine Interferenzstruktur, wenn die Beobachtungszeit T kleiner als die Kohärenzzeit τ_{koh} ist. Die Grobstruktur in Abb. 72a entspricht dabei der durch den Mattglasschirm bedingten Granulation. In den Abbildungen 72c und 72d liegt räumliche Kohärenz vor, man erhält daher unabhängig von der Kohärenzzeit ein Interferenzmuster im Doppelspaltexperiment. Die Experimente mit der quasithermischen Lichtquelle demonstrieren damit nochmals in aller Deutlichkeit die schon in den vorhergehenden Abschnitten getroffenen Feststellungen. Ein räumlich feststehendes Interferenzmuster wird im Interferenzexperiment für beliebig lange Zeiten beobachtet, wenn der Spaltabstand innerhalb des räumlichen Kohärenzbereichs liegt. Für größere Spaltabstände kann eine Interferenzfigur beobachtet werden, wenn die Beobachtungszeit kleiner als die Kohärenzzeit ist. Das letztere Experiment läßt sich mit natürlichem Licht praktisch nicht durchführen, da sich einmal eine Beobachtungsdauer kürzer als die Kohärenzzeit von maximal 10^{-8} s kaum realisieren läßt und zum anderen die in solch kurzen Zeiten registrierten Intensitäten zu gering sind. Die Experimente von Martienssen und Spiller (1964), von denen wir hier nur ein Beispiel angeführt haben, bestätigen gleichfalls die schon oben erläuterte Tatsache, daß Amplitude und Phase eines Strahlungsfeldes innerhalb des Kohärenzvolumens als näherungsweise konstant betrachtet werden können.

5.2.5. Interferenz unabhängiger Lichtstrahlen

Noch vor wenigen Jahren war die Meinung weit verbreitet, daß man bei der Überlagerung von unabhängigen Lichtstrahlen überhaupt keine Interferenzfigur erhält. Man berief sich dabei auf die vielzitierte Feststellung von Dirac (1958):
„Each photon ... interferes only with itself. Interference between different photons never occurs." Mit der Entwicklung des Lasers war dann jedoch eine Lichtquelle gegeben, mit deren Hilfe sich direkt und eindeutig nachweisen ließ, daß auch unabhängige Lichtstrahlen miteinander interferieren. Das erste stehende räumliche Interferenzbild erhielten Magyar und Mandel (1963), die die Lichtimpulse von zwei unabhängigen Rubinlasern überlagerten. Weitere interessante Ergebnisse veröffentlichten Pfleegor und Mandel (1967) sowie Radloff (1971), die die Interferenz der Strahlen von zwei unabhängigen He-Ne-Gaslasern bei sehr geringen Lichtintensitäten untersuchten.

Wir wollen in aller Kürze die theoretischen Überlegungen skizzieren, die Grundlage dieser Experimente sind und die insbesondere verstehen lassen, warum sich die Interferenz zwischen unabhängigen Lichtstrahlen mit Laserlicht, jedoch nicht mit natürlichem Licht, im Einzelexperiment demonstrieren läßt.

Die klassische Beschreibung dieser Interferenzversuche geht von der Voraus-

setzung aus, daß die beiden Strahlen gut kollimiert und quasimonochromatisch sowie in gleicher Richtung linear polarisiert sind. Sie können dann — in Analogie zu dem Ansatz (5,9) — einzeln als ebene Welle mit langsam veränderlicher Phase und Amplitude beschrieben werden,

$$E_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = A_\lambda(\boldsymbol{r}, t)\, e^{i[\boldsymbol{k}_\lambda \boldsymbol{r} - \omega_\lambda t + \Phi_\lambda(\boldsymbol{r}, t)]}, \qquad (\lambda = 1, 2). \tag{5,16}$$

Dabei sind $\frac{\omega_1}{2\pi}$ und $\frac{\omega_2}{2\pi}$ die mittleren Werte der Frequenzen und $\boldsymbol{k}_1$ und $\boldsymbol{k}_2$ die mittleren Werte der Wellenzahlvektoren beider Strahlen. Die Amplituden $A_\lambda(\boldsymbol{r}, t)$ und die Phasen $\Phi_\lambda(\boldsymbol{r}, t)$ sind — wie wir zuletzt im vorhergehenden Abschnitt festgestellt haben — näherungsweise konstant für Zeiten, die kleiner als die Kohärenzzeiten der beiden Strahlen sind, und für Orte, die innerhalb der räumlichen Kohärenzbereiche liegen.

Gemäß unseren Überlegungen in Abschnitt 5.2.2. sind insbesondere die Kohärenzbereiche eines Einmoden-Gaslasers so groß, daß wir sein Strahlungsfeld über nahezu den ganzen Strahlquerschnitt und für relativ lange Zeiten durch eine ebene Welle mit näherungsweise konstanter Amplitude und Phase beschreiben können.

Bei der Überlagerung der beiden Strahlungsfelder (5,16) ergibt sich der Augenblickswert der Intensität an einem beliebigen Punkt $(\boldsymbol{r}, t)$ des Überlagerungsbereiches zu

$$\begin{aligned} I(\boldsymbol{r}, t) &= |E_1(\boldsymbol{r}, t) + E_2(\boldsymbol{r}, t)|^2 \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left[(\boldsymbol{k}_2 - \boldsymbol{k}_1)\, \boldsymbol{r} - (\omega_2 - \omega_1)\, t + \Phi_2 - \Phi_1\right]. \end{aligned} \tag{5,17}$$

Dabei bezeichnen I_1 und I_2 die Intensitäten der Einzelstrahlen. Die Intensitätsverteilung (5,17) der beiden überlagerten Felder ist also sowohl räumlich als auch zeitlich sinusförmig moduliert. Sie beschreibt ein räumliches Interferenzmuster, das mit der Zeit wegläuft, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die der Differenzfrequenz beider Strahlen proportional ist. Man erhält die Schwebung zwischen den beiden Lichtstrahlen, wenn man den zeitlichen Verlauf der Intensität $I(\boldsymbol{r}, t)$ an einem festen Ort $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0$ betrachtet. Ein stehendes räumliches Interferenzbild ergibt sich dagegen, wenn die Intensitätsverteilung zu einem bestimmten Zeitpunkt $t = t_0$ registriert wird. Man muß dabei jedoch berücksichtigen, daß alle Messungen über endliche Intervalle, im letzteren Fall also über ein endliches Zeitintervall vorgenommen werden.

Man sieht dem allgemeinen Ausdruck (5,17) unmittelbar an, daß ein stehendes Interferenzmuster nur so lange erhalten wird, wie die zeitliche Änderung der Intensitätsverteilung vernachlässigt werden kann, d. h. für Beobachtungszeiten

$$T < \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}.$$

Wir haben die sinusförmig modulierte Interferenzfigur (5,17) unter der wesentlichen Voraussetzung gewonnen, daß beide Strahlen für das räumliche und zeitliche

Intervall der Beobachtung näherungsweise als ebene Wellen mit konstanter Amplitude und Phase angesehen werden können. Beide Strahlen wurden über den Bereich der ausgenutzten Empfängerfläche als räumlich kohärent und für die Dauer der Beobachtung als zeitlich kohärent vorausgesetzt. Wir stellen daher fest, daß ein Einzelexperiment zum Nachweis eines gut sichtbaren Interferenzmusters bei Überlagerung unabhängiger Lichtstrahlen auf einen Raum-Zeit-Bereich beschränkt ist, der das Kohärenzvolumen der überlagerten Strahlungsfelder nicht überschreitet. Das bedeutet, daß zu einer einmaligen Beobachtung der Interferenzfigur aus jedem Strahl nur so viel Photonen zugelassen werden, wie innerhalb des Kohärenzvolumens jedes Strahls liegen. Die Zahl der Photonen im Kohärenzvolumen ist aber nach Ab-

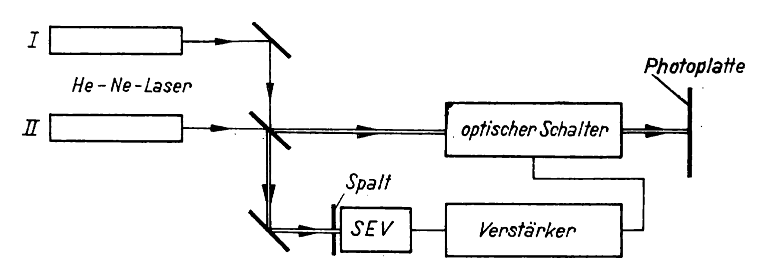


Abb. 73. Nachweisanordnung für ein stehendes Interferenzbild bei Überlagerung unabhängiger Laserstrahlen (nach RADLOFF (1971))

schnitt 5.2.3. gerade durch den Entartungsparameter δ gegeben. Daraus erhellt, daß der direkte Nachweis von Interferenzen zwischen den Strahlen von zwei thermischen Lichtquellen mit $\delta \ll 1$ nicht möglich ist[1]), während sich diese Interferenzeffekte mittels Laserlicht ($\delta \gg 1$) mit relativ geringem Aufwand im Einzelexperiment demonstrieren lassen.

Darüber hinaus ermöglicht die hohe Entartung der Laserstrahlung eine einfache Methode, die Einzelexperimente sehr oft unter gleichen Bedingungen zu wiederholen, so daß sich auf diese Weise Interferenzen zwischen Lichtstrahlen sehr kleiner Intensität nachweisen lassen. Ein solches schon von PAUL, BRUNNER und RICHTER (1965) angegebenes Verfahren wurde von RADLOFF (1971) benutzt, um zu prüfen, ob bei Überlagerung unabhängiger Lichtstrahlen geringer Intensität die klassischen Interferenzerscheinungen erhalten bleiben.

Abb. 73 zeigt das Schema der verwendeten Versuchsanordnung. Die Strahlen von zwei stabilen He-Ne-Lasern im Einmodenbetrieb wurden mit Hilfe eines halbdurchlässigen Spiegels überlagert. Das entstehende Interferenzmuster wurde auf der Photoplatte als stehendes Bild und hinter dem Spalt mit dem Photovervielfacher

[1]) FORRESTER, GUDMUNDSEN und JOHNSON (1955) gelang der Nachweis des Schwebungssignals zwischen den beiden Zeeman-Komponenten einer Hg-Linie mit Hilfe einer Art „lock-in technique", also auf mehr indirekte Weise in einem Mehrfachexperiment.

(SEV) als Schwebung registriert. In Abb. 74 ist eine typische Aufnahme der erhaltenen Schwebungen wiedergegeben.

Abb. 74 zeigt ein regelmäßiges sinusförmiges Signal, genau wie es nach Gl. (5,17) als Ergebnis der klassischen Rechnung zu erwarten ist. Damit wird auf sehr anschauliche und direkte Weise demonstriert, wie klein der Fehler ist, wenn man die Strahlen

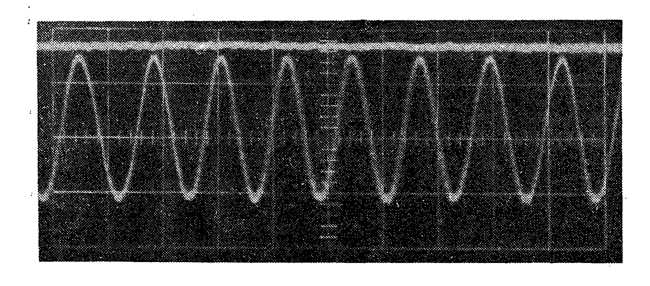


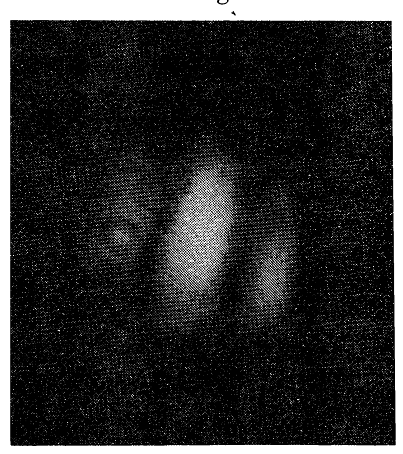
Abb. 74. Schwebung zwischen zwei unabhängigen Laserstrahlen.
Zeitachse: 50 μs/cm, die Null-Linie der Intensität ist zum Vergleich registriert (nach RADLOFF (1971))

von einigermaßen stabilen Einmoden-Gaslasern durch klassische ebene Wellen beschreibt. Die Auswertung derartiger Schwebungsexperimente liefert — nebenbei bemerkt — direkte Aussagen über das Frequenzverhalten jedes einzelnen Lasers. Solche Messungen werden daher vorzugsweise zur Abschätzung der Linienbreite und der Frequenzstabilität von Lasern herangezogen (vgl. Abschnitt 8.4.).

Ein für längere Zeit stehendes Interferenzmuster wurde mit der in Abb. 73 skizzierten Nachweisanordnung auf folgende Weise erhalten: Der optische Verschluß wurde immer nur dann geöffnet, wenn das Interferenzmuster die gleiche Lage auf der Photoplatte, d. h., wenn die Phasendifferenz der beiden Laserstrahlen den gleichen festen Wert hatte. Als Steuersignal für den optischen Verschluß wurde das zuvor diskutierte Schwebungssignal benutzt, das die erwünschte Information über das zeitliche Verhalten dieser Phasendifferenz enthält. Zu diesem Zweck wurde das elektrische Schwebungssignal verstärkt, und die sinusförmigen Schwebungsmaxima wurden in Impulse umgeformt, mit denen der Verschluß geöffnet wurde. Wenn man dann zusätzlich durch piezoelektrisches Nachstimmen dafür sorgte, daß die Differenzfrequenz im Nachweisbereich der Apparatur verblieb, konnte das stehende Interferenzbild praktisch beliebig lange und nahezu ohne Unterbrechung direkt (beispielsweise auch mit dem unbewaffneten Auge) beobachtet werden. Abbildung 75 zeigt eine Aufnahme des stehenden Interferenzbildes.

Der wesentliche Vorteil der geschilderten Interferenzanordnung bestand nun darin, daß die Intensitäten der beiden interferierenden Laserstrahlen sehr stark geschwächt werden konnten, da die Belichtungszeit der Photoplatte keinen prinzipiellen Einschränkungen unterlag. In den zitierten Experimenten wurde die Intensität jedes Strahls auf eine Photonenrate von etwa 10^5 Photonen/s herabgesetzt. Auch bei diesen geringen Intensitäten blieb die Güte des Interferenzmusters erhalten. Hierbei ist interessant, daß bei einer mittleren Photonenrate von 10^5 Photonen/s

ınd bei Öffnungszeiten des Verschlu:
ɪei jeder Öffnung auf die Photopla
inzelnen Belichtung auf der Platte



Venn trotzdem bei mehrfacher Be
erung bemerkt wurde, dann war d:
in klassisches (eben nur schlecht
Experimente zeigten also, daß die
ɪis zu beliebig kleinen Intensitäten
erieren, unabhängig von ihrer Inter
)amit wurde das Ergebnis der entsp
ines Photons mit sich selbst", be
'eilwellen überlagert wurden (vgl.
agekraft bestätigt. Ein Lichtstrahl
ntensität eine kontinuierliche Fol
ɪichtes macht sich lediglich im Ein:
egistrierten Photonenzahl bemerkl
pielsweise eine verrauschte, schle
/iederholen, um auch bei geringen
ɪrägtes Interferenzmuster zu erhalte

.2.6.* Erweiterung des klassische

Vir haben bereits in Abschnitt 5.
$'(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \tau) = \langle E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1)\, E(\boldsymbol{r}_2, t_2)\rangle_t$ d:
ɪerechnung der klassischen Interfe

Korrelationen erster Ordnung der Feldstärkewerte eines Strahlungsfeldes repräsentiert. Zur vollständigeren Beschreibung der Korrelationsbeziehungen eines Strahlungsfeldes sind Korrelationsfunktionen höherer Ordnung erforderlich. In Verallgemeinerung der Kohärenzfunktion 1. Ordnung beschreibt dann die Kohärenzfunktion n-ter Ordnung

$$\Gamma^{(\varkappa)}(\boldsymbol{r}_1, t_1, \ldots, \boldsymbol{r}_n, t_n, \boldsymbol{r}_{n+1}, t_{n+1}, \ldots, \boldsymbol{r}_{2n}, t_{2n})$$
$$= \langle E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1) \ldots E^*(\boldsymbol{r}_n, t_n)\, E(\boldsymbol{r}_{n+1}, t_{n+1}) \ldots E(\boldsymbol{r}_{2n}, t_{2n})\rangle_t \tag{5,18}$$

die Korrelation der Feldstärkewerte an $2n$ Raum-Zeit-Punkten des Strahlungsfeldes (vgl. Mandel und Wolf (1965)). Dabei enthält der Zeitmittelwert in Gl. (5,18) die gesamte Information über das statistische Verhalten des als stationär vorausgesetzten Strahlungsfeldes.

Um ganz allgemein sowohl stationäre als auch nichtstationäre Phänomene zu erfassen, gehen wir von der Zeitmittelung zu einer Mittelung über ein Ensemble von Strahlungsfeldern über, das unter der Voraussetzung der Ergodizität die Information über die Statistik des Strahlungsfeldes ebenfalls vollständig enthält,

$$\langle E^*(\boldsymbol{r}_1, t_1) \ldots E(\boldsymbol{r}_{2n}, t_{2n})\rangle_t \to \int \ldots \int p_{2n}(E_1, \ldots, E_{2n})\, E_1^* \ldots E_n^* E_{n+1} \ldots E_{2n}\, \mathrm{d}E_1 \ldots \mathrm{d}E_{2n}. \tag{5,19}$$

Die Größen $E_1, \ldots, E_{2n}$ sind die Feldstärkewerte des als linear polarisiert vorausgesetzten elektrischen Feldes an den Raum-Zeit-Punkten $\boldsymbol{r}_1, t_1, \ldots, \boldsymbol{r}_{2n}, t_{2n}$. Die Funktion $p_{2n}(E_1, \ldots, E_{2n})$ repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, daß die Feldstärkewerte an den verschiedenen Raum-Zeit-Punkten innerhalb der Intervalle $E_1 \ldots E_1 + \mathrm{d}E_1, \ldots, E_{2n} \ldots E_{2n} + \mathrm{d}E_{2n}$ liegen.

Wir kommen auf die konkrete Form dieser Verteilungsfunktionen bei der anschließenden Diskussion der Intensitätskorrelationen verschiedener Strahlungsfelder noch zu sprechen.

Während wir bisher die Kohärenzeigenschaften von Strahlungsfeldern allein auf der Basis der klassischen Physik diskutiert haben, wollen wir nun in die Korrelationsfunktionen das quantisierte Strahlungsfeld einführen. Ohne auf die Quantisierung des Strahlungsfeldes an dieser Stelle einzugehen (wir verweisen dazu auf die Behandlung in Kapitel 1.), ersetzen wir formal die komplexe Feldfunktion $E(\boldsymbol{r}, t)$ durch den positiven Frequenzanteil $E^{(+)}(\boldsymbol{r}, t)$ des aus der Quantisierung folgenden Feldoperators und die konjugiert komplexe Funktion $E^*(\boldsymbol{r}, t)$ durch den negativen Frequenzanteil $E^{(-)}(\boldsymbol{r}, t)$ des Operators. Diese beiden Operatoren, die im wesentlichen die Vernichtung bzw. die Erzeugung von Photonen beschreiben, sind nicht hermitesch, sie sind aber hermitesch adjungiert zueinander,

$$E^{(-)}(\boldsymbol{r}, t) = \{E^{(+)}(\boldsymbol{r}, t)\}^\dagger. \tag{5,20}$$

An Stelle des klassischen Mittelwertes berechnen wir den quantenmechanischen Erwartungswert und benutzen dabei zur Beschreibung des Ensembles statt der klassischen Verteilungsfunktion den quantenmechanischen Dichteoperator ϱ.

Damit folgt für die quantentheoretischen Korrelationsfunktionen, wenn wir zusätzlich den Raum-Zeit-Punkt $(\boldsymbol{r}, t)$ durch das Symbol x abkürzen, in vollständiger Analogie zu Gl. (5,18)

$$G^{(n)}(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_{2n}) = \mathrm{Sp}\,\{\varrho E^{(-)}(x_1) \ldots E^{(-)}(x_n)\, E^{(+)}(x_{n+1}) \ldots E^{(+)}(x_{2n})\}. \quad (5,21)$$

Das Zeichen Sp bedeutet dabei Spurbildung der nachfolgenden Matrix. Die Korrelationsfunktionen (5,21) spielen die zentrale Rolle in der von GLAUBER (1963/1) erarbeiteten Quantentheorie der Kohärenz. Nach GLAUBER besitzt ein Strahlungsfeld Kohärenz von m-ter Ordnung, wenn sich alle Korrelationsfunktionen $G^{(n)}$ für $n \leqq m$ als Produkt von Funktionen schreiben lassen, die einzeln jeweils nur von einer Variablen x_n abhängen (Faktorisierungsbedingung),

$$|G^{(n)}(x_1, \ldots, x_{2n})| = \prod_{j=1}^{2n} \{G^{(1)}(x_j, x_j)\}^{1/2}. \quad (5,22)$$

Betrachtet man diese Bedingung beispielsweise für $n = 1$, so folgt als Forderung fü Kohärenz 1. Ordnung

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)| = \{G^{(1)}(x_1, x_1)\}^{1/2}\, \{G^{(1)}(x_2, x_2)\}^{1/2}. \quad (5,23)$$

Wie ein Vergleich mit Gl. (5,6) beweist, entspricht die Forderung (5,23) genau de dort diskutierten Bedingung $|\gamma| = 1$ für das Vorliegen optimaler Kohärenz im klassischen Sinne. Ein Strahlungsfeld ist also in dem Raum-Zeit-Bereich, in dem feste Phasenbeziehungen zwischen den Feldstärkewerten bestehen, auch im Rahmen de verallgemeinerten Definition (5,22) kohärent von 1. Ordnung.

Welche Eigenschaften muß nun ein Strahlungsfeld besitzen, das kohärent vo höherer Ordnung ist? Ohne Erläuterung ist einzusehen, daß für den Idealfall eine klassischen ebenen Welle Kohärenz von beliebig hoher Ordnung vorliegt. Di verallgemeinerte quantenmechanische Kohärenzdefinition (5,22) läßt jedoch Kohären von höherer Ordnung für im Prinzip sehr viele verschiedene Strahlungsfelder zu. Ei Blick auf Gl. (5,21) legt die Vermutung nahe, daß die Faktorisierungsbedingung (5,22 für beliebiges n beispielsweise erfüllt ist, wenn das Strahlungsfeld in einem Eigen zustand des Operators $E^{(+)}(\boldsymbol{r}, t)$ vorliegt. Diese Vermutung läßt sich in der Tat au einfache Weise bestätigen (vgl. GLAUBER (1963/1)). Man bezeichnet daher den quan tenmechanischen Zustand, in dem das Strahlungsfeld die allgemeine Kohärenzbe dingung (5,22) in vollem Umfang erfüllt, als maximal kohärent oder auch als quan tenmechanisch kohärent (vgl. Kapitel 1.). Die maximal kohärenten Zustände sin von fundamentaler Bedeutung für die Quantenoptik, wir müssen jedoch bezüglic Einzelheiten auf die einschlägige Literatur (vgl. z. B. GLAUBER (1963/2)) ver weisen.

Wir wollen uns im weiteren auf den schon mehrfach vorgenommenen Vergleic von natürlichem Licht und Laserlicht beschränken und die Frage nach der Kohären höherer Ordnung für diese beiden Strahlungsfelder diskutieren. Dabei stoßen wi auf einen prinzipiellen Unterschied der Strahlung dieser beiden Lichtquellen. E

igt sich nämlich, daß sich das Strahlungsfeld eines Lasers in vielen Fällen in guter äherung durch einen maximal kohärenten Zustand beschreiben läßt (vgl. Abschnitt 3.). Diese Tatsache wird auch bei der theoretischen Diskussion der im vorher-henden Abschnitt beschriebenen Interferenzversuche zwischen unabhängigen aserstrahlen offenbar (vgl. PAUL, BRUNNER und RICHTER (1963)). Das Strahlungs-ld eines Lasers kann daher, zumindest näherungsweise, Kohärenz von höherer rdnung aufweisen. Demgegenüber kann man ganz allgemein zeigen, daß sich für ationäre Felder mit gaußförmiger Statistik die Kohärenzbedingungen für $n > 1$ cht erfüllen lassen. In diesem Fall reduzieren sich nämlich alle Korrelationsfunk-onen (5,21) für $n \geqq 2$ auf Summen von Produkten der Korrelationsfunktionen Ordnung, so daß die Faktorisierung für $n \geqq 2$ prinzipiell unmöglich ist. Da aber kanntlich natürliche Lichtquellen auf Grund ihres Ausstrahlungscharakters durch ne gaußförmige Statistik gekennzeichnet sind, kann natürliches Licht prinzipiell ır kohärent im klassischen Sinn, d. h. kohärent von 1. Ordnung, sein.

ısammenfassend läßt sich damit feststellen, daß sich die Strahlen einer natürlichen ichtquelle und eines Lasers, auch wenn sie kohärent im traditionellen Sinne sind, inzipiell durch die Kohärenzeigenschaften von höherer Ordnung unterscheiden. Während die klassischen Kohärenzbeziehungen im wesentlichen die Phasenkorre-tionen an verschiedenen Punkten des Strahlungsfeldes berücksichtigen, wird die rallgemeinerte Definition der Kohärenz durch die vollständige Statistik des ıantisierten Strahlungsfeldes, also auch durch die Korrelation der Amplituden-erte, geprägt. Wir werden im folgenden Abschnitt zeigen, daß sich natürliches Licht ıd Laserlicht aber gerade hinsichtlich ihrer Intensitätskorrelationen unterscheiden.

3. Die Intensitätskorrelationen des Lasers

ährend die Korrelationen der Feldstärkewerte an verschiedenen Raum-Zeit-ınkten durch die Kohärenzfunktionen (5,18) bzw. (5,21) beschrieben werden, führt e Berechnung der Intensitätskorrelationen in analoger Weise auf Funktionen der estalt $\langle I(\mathbf{r}_1, t_1)\, I(\mathbf{r}_2, t_2) \ldots I(\mathbf{r}_n, t_n)\rangle$.
Diese Funktionen sind als Mittelwerte von Produkten der Intensitätswerte $I(x_i)$ an verschiedenen Raum-Zeit-Punkten x_i des betrachteten Strahlungsfeldes zu ver-ehen und lassen eine einfache physikalische Interpretation zu: Sie stellen die ahrscheinlichkeit pro (Zeiteinheit)^n dar, daß n photoelektrische Zähler an den ıumpunkten $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_n$ zu den Zeiten $t_1, t_2, \ldots, t_n$ ansprechen. Es zeigt sich, ß die quantenmechanische Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit auf den Er-ırtungswert eines „normal geordneten“ Produktes von Feldoperatoren führt,

bei dem die Erzeugungsoperatoren links und die Vernichtungsoperatoren rechts stehen,

$$\langle : I(x_1)\, I(x_2) \ldots I(x_n) : \rangle = \mathrm{Sp}\, [\varrho E^{(-)}(x_1) \ldots E^{(-)}(x_n) E^{(+)}(x_n) \ldots E^{(+)}(x_1)]. \qquad (5{,}24)$$

Die Korrelationsfunktionen (5,24) beinhalten die vollständige Information über das Intensitätsverhalten, sie widerspiegeln die Statistik der Werte für die Amplituden bzw. die Photonenzahl des gesamten Strahlungsfeldes. Sie bestimmen damit die Größe der Amplitudenfluktuationen und des Rauschens eines Lichtfeldes. Im weiteren sollen die wesentlichen Eigenschaften der Amplituden- bzw. Photonenstatistik von Laserlicht und Licht einer natürlichen Lichtquelle erläutert und miteinander verglichen werden.

Wir gehen dabei von den bereits mehrfach dargestellten grundlegenden Merkmalen der beiden Lichtquellen aus. Das Licht einer natürlichen Lichtquelle stellt die Überlagerung von vielen, voneinander unabhängigen Elementarfeldern dar. Auf Grund allgemeiner Überlegungen („Central limit theorem") läßt sich zeigen, daß die Statistik eines solchen Lichtfeldes durch eine gaußförmige Verteilung der Feldstärkewerte um den Wert Null charakterisiert ist. Beispielsweise sind sämtliche klassischen Verteilungsfunktionen p_{2n} (vgl. Gl. (5,19)) abgeleitete Gauß-Verteilungen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für sämtliche Werte, die die (reelle) Feldstärke $E^{(r)}$ des als linear polarisiert vorausgesetzten Strahlungsfeldes annehmen kann, ist durch die folgende Funktion gegeben:

$$p(E^{(r)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi \langle I \rangle}}\, e^{-\frac{E^{(r)2}}{\langle I \rangle}}. \qquad (5{,}25)$$

Die Breite dieser Gauß-Verteilung wird durch die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ bestimmt.

Grundsätzlich verschieden ist die Situation im Falle des Lasers, bei dem das Licht nicht durch die spontane, sondern durch induzierte Emission der Atome erzeugt wird. Auf Grund des für die Laserlichtquelle typischen nichtlinearen Sättigungseffektes wird die Amplitude der emittierten Strahlung auf einen nahezu konstanten Wert stabilisiert (vgl. Kapitel 6.). Ein gut stabilisierter Laser im Einmodenbetrieb läßt sich daher durch eine sehr schmale, näherungsweise gaußförmige Verteilung um einen festen Amplitudenwert beschreiben. Für gewisse modellmäßige Überlegungen kann der Laser als Überlagerung einer oder — im Mehrmodenfall — mehrerer Sinuswellen mit einem kleinen gaußförmigen Rauschanteil betrachtet werden. In Abb. 76 sind die entsprechenden Verteilungsfunktionen dargestellt, die Hodara (1964) für diesen Fall berechnet hat. Bei der Betrachtung von Abb. 76 fällt noch einmal der grundlegende Unterschied zwischen gaußförmiger Verteilung für $n = 0$ und der Verteilung für $n = 1$ ins Auge. Während bei einer natürlichen Lichtquelle der Wert Null der wahrscheinlichste Momentanwert der Feldstärke ist, hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung für einen Einmodenlaser ihr Maximum bei einem endlichen Wert für die Feldstärke. Aufschlußreich ist ferner, wie schnell sich bei

wachsender Zahl n die Verteilung einer Gauß-Verteilung nähert. Das bedeutet für den Fall, daß in einem Laser mehrere Moden gleicher Ausbreitungsrichtung und gleicher Polarisation unabhängig voneinander angeregt sind (was bei inhomogener

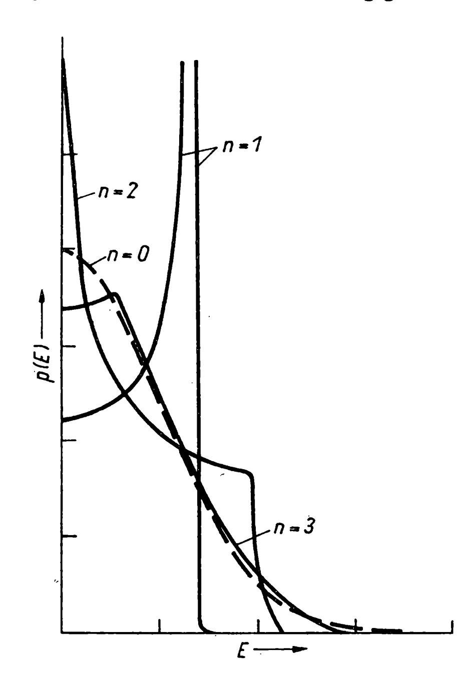


Abb. 76. Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Feldstärkewerte bei Überlagerung von n Sinuswellen mit gaußförmigem Rauschanteil. Die gestrichelte Kurve zeigt eine rein gaußförmige Verteilung (nach HODARA (1964))

Verbreiterung des Verstärkungsprofils durchaus möglich ist), daß die Feldverteilung dieses Lasers schon für wenige Moden eine gaußähnliche Abhängigkeit aufweist.

In den meisten Experimenten zum statistischen Verhalten von Licht werden die Fluktuationen des Ausgangssignals eines mit diesem Licht bestrahlten photoelektrischen Empfängers gemessen. Man kann zeigen (vgl. MANDEL (1958)), daß — bei senkrechtem Einfall einer quasimonochromatischen ebenen Welle auf die Photokathode des Empfängers — die Wahrscheinlichkeitsverteilung der in einem Zeitintervall T ausgelösten Zahl n von Photoelektronen durch

$$p(n, T) = \frac{1}{n!} \langle [\alpha U(t, T)]^n \, \mathrm{e}^{-\alpha U(t,T)} \rangle \tag{5,26}$$

mit

$$U(t, T) = \int_t^{t+T} I(t') \, \mathrm{d}t'$$

gegeben ist. Dabei sind $I(t) = |E(t)|^2$ der Augenblickswert der Intensität und α der Wirkungsgrad der Photokathode. Falls nun polarisiertes Licht einer natürlichen Lichtquelle registriert wird und die Zeit T kleiner als die Kohärenzzeit des Lichtes ist, reduziert sich Gl. (5,26) auf eine Bose-Einstein-Verteilung

$$p(n, T) = \frac{1}{(1 + \langle n \rangle)\left(1 + \frac{1}{\langle n \rangle}\right)^n}, \tag{5,27}$$

wobei $\langle n \rangle = \alpha \langle I \rangle T$ gilt. Demgegenüber ergibt sich für einen gut stabilisierten Einmodenlaser, für den die Größe $U(t, T)$ nahezu konstant ist, die Poisson-Verteilung

$$p(n, T) = \frac{1}{n!} \langle n \rangle^n \, \mathrm{e}^{-\langle n \rangle}. \tag{5,28}$$

Da die Statistik der Photoelektronen der der Photonen entspricht, sollte sich beim Nachweis mit Hilfe eines photoelektrischen Empfängers das im folgenden Kapitel erhaltene Ergebnis der Lasertheorie bestätigen lassen, daß die Photonenstatistik eines Einmodenlasers in guter Näherung durch eine Poisson-Verteilung gegeben ist. Der Nachweis einer Poisson-Verteilung würde auch die in Abschnitt 5.2.6. getroffene Feststellung unterstützen, daß ein solches Laserfeld die Kohärenzbedingungen höherer Ordnung (5,22) zumindest näherungsweise erfüllt. Es läßt sich nämlich ganz allgemein zeigen (vgl. Titulaer und Glauber (1966)), daß gerade eine Poisson-Verteilung der Photonen die notwendige Voraussetzung für das Vorliegen von Kohärenz des Strahlungsfeldes von beliebig hoher Ordnung ist (vgl. auch Abschnitt 6.3.).
Mit Hilfe der Verteilungsfunktionen (5,27) und (5,28) lassen sich die mittleren Schwankungsquadrate der Photonenzahl auf einfache Weise ableiten. So ergibt sich für natürliches Licht

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2, \tag{5,29}$$

während für das durch eine Poisson-Verteilung beschriebene Laserlicht

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle \tag{5,30}$$

erhalten wird.

Man erkennt, daß bei natürlichem Licht ein zusätzlicher Term auftritt. Dieses Licht sollte also im Vergleich zum Laserlicht zusätzliche Schwankungen der Amplitude bzw. der Photonenzahl zeigen. Dies wird noch deutlicher, wenn wir die relative Streuung $\frac{\langle \Delta n^2 \rangle}{\langle n \rangle^2}$ betrachten, die bei Laserlicht mit zunehmender Photonenzahl wie $\frac{1}{\langle n \rangle}$ abnimmt, d. h., die Strahlung ist weitgehend amplitudenstabilisiert. Bei natürlichem Licht dagegen beträgt die relative Streuung $1 + \frac{1}{\langle n \rangle}$, was bedeutet, daß die Schwankungen der Intensität von gleicher Größe sind wie die Inten-

sität selbst. Auch hieran erkennen wir wieder den wesentlichen Unterschied zwischen der Strahlung einer natürlichen und einer Laserlichtquelle. Dieser Sachverhalt läßt sich auf äquivalente Weise in Experimenten nachweisen, bei denen die Koinzidenzen von zwei an verschiedenen Punkten im Strahlungsfeld angebrachten Photodetektoren gemessen werden. Die Korrelation der Fluktuationen beider Signale,

$$\langle \Delta n_1 \Delta n_2 \rangle = \langle (n_1 - \langle n_1 \rangle)(n_2 - \langle n_2 \rangle) \rangle = \langle n_1 n_2 \rangle - \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle, \tag{5,31}$$

ist durch die Differenz von zwei Beiträgen bestimmt. Dabei stellt der erste Term, $\langle n_1, n_2 \rangle$, der im wesentlichen durch die Korrelationsfunktion $\langle I(\boldsymbol{r}_1, t_1)\, I(\boldsymbol{r}_2, t_2) \rangle$ gegeben ist, die gemessene Koinzidenzrate dar, während der zweite Term die Rate zufälliger Koinzidenzen repräsentiert. Diese Differenz ist für einen gut stabilisierten Laser nahezu Null, was beweist, daß keine systematischen Koinzidenzen auftreten, also die Fluktuationen an den beiden Meßpunkten unabhängig voneinander sind. Für natürliches Licht wurde dagegen ein Korrelationseffekt nachgewiesen (Hanbury Brown und Twiss (1956)), der offenbart, daß die Photonen eine gewisse Tendenz zeigen, „in Paaren aufzutreten“. Dieser sogenannte Kondensationseffekt (oder „bunching-effect“) ist charakteristisch für jede von einer Poisson-Verteilung abweichende Photonenstatistik. Er läßt sich anschaulich dadurch erklären, daß die dieser Abweichung äquivalenten Amplitudenschwankungen des Strahlungsfeldes unter geeigneten experimentellen Bedingungen als Korrelation der Signalschwankungen von zwei oder mehreren Detektoren festgestellt werden.

Das unterschiedliche statistische Verhalten von natürlichem und Laserlicht wurde sehr eindrucksvoll in Experimenten demonstriert, in denen die Intensitätsfluktuationen eines Injektionslasers (vgl. Abschnitt 4.5.) im Einmodenbetrieb gemessen wurden, wobei der Injektionsstrom kontinuierlich von Werten unterhalb der Laserschwelle bis zu solchen oberhalb der Laserschwelle erhöht wurde (Armstrong und Smith (1967)). In Abb. 77 sind die relativen Intensitätsfluktuationen als Funktion des Injektionsstromes dargestellt.

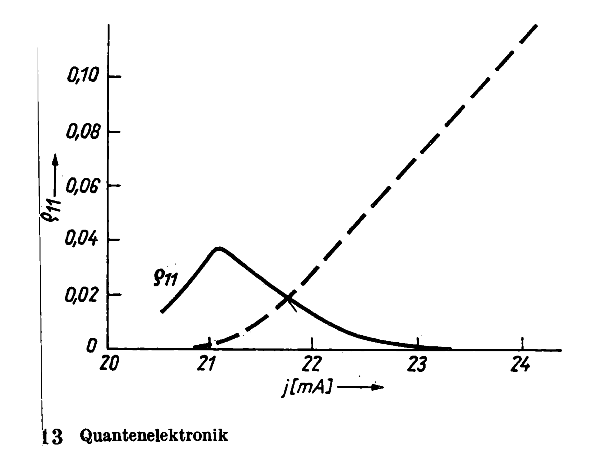


Abb. 77. Relative Intensitätsfluktuationen ϱ_{11} der Lasermode eines Halbleiterlasers als Funktion des Injektionsstromes j. Die gestrichelte Kurve zeigt die Modenleistung in willkürlichen Einheiten (nach Armstrong und Smith (1967))

Man erkennt deutlich, daß die Intensitätsfluktuationen, die in der Nähe der Schwelle ihr Maximum annehmen, oberhalb der Schwelle sehr schnell auf extrem geringe Werte abklingen. Diese Ergebnisse wurden übereinstimmend in Messungen, bei denen das zusätzliche Rauschen mit einem einzelnen Empfänger registriert wurde, sowie in entsprechenden Koinzidenzmessungen erhalten. Von Bedeutung ist ferner die ebenfalls in diesen Experimenten verifizierte Feststellung, daß im Mehrmodenbetrieb lediglich die resultierende Amplitude aller Moden, nicht aber die einzelnen Moden stabilisiert sind.

Für natürliches Licht lassen sich die Korrelationsfunktionen höherer Ordnung durch die zweiter Ordnung ausdrücken (vgl. hierzu auch Abschnitt 5.2.). Der für dieses Licht typische Kondensationseffekt, der von HANBURY BROWN und TWISS (1956) für die Intensitätskorrelationen zweiter Ordnung entdeckt wurde, bedingt daher auch das Vorliegen von Intensitätskorrelationen höherer Ordnung. Für das Licht eines idealen Lasers mit konstanter Amplitude ergeben sich dagegen auch bei der Untersuchung der Intensitätskorrelationen höherer Ordnung keinerlei Korrelationseffekte. Im Strahlungsfeld eines idealen Lasers werden die Photonen mit zwei oder mehreren Photodetektoren in statistisch unabhängiger Weise registriert.

Man kann damit durch die Messung der Intensitätskorrelationen höherer Ordnung die Abweichungen der Statistik eines realen Lasers von dem idealen Fall ermitteln. Auf diese Weise läßt sich der Anteil der Amplitudenfluktuationen eines realen Laserstrahlungsfeldes abschätzen. Es zeigt sich, daß der Rauschanteil eines gut stabilisierten Einmodenlasers sehr klein und für viele Betrachtungen praktisch vernachlässigbar im Vergleich zur Intensität des amplitudenstabilisierten Anteils ist. Die Untersuchungen der Intensitätskorrelationen, die definitionsgemäß auch das Kohärenzverhalten des Strahlungsfeldes bestimmen, führen also auf das schon bei der Diskussion der Kohärenz in Abschnitt 5.2.6. begründete Ergebnis, daß sich ein Laserstrahl in guter Näherung als Überlagerung einer klassischen Sinuswelle mit einem relativ kleinen statistischen Anteil verstehen läßt.

Das Strahlungsfeld eines Lasers repräsentiert damit die Fortsetzung der „geordneten“ klassischen Strahlung vom Mikrowellenbereich in den optischen Spektralbereich, vom Bereich makroskopischer Erzeugung zu dem der Ausstrahlung durch atomare Strahler.

6. Theorie des Lasers

Wir haben bisher die Wirkungsweise des Lasers und die Eigenschaften der dabei erzeugten Strahlung — hohe Energiedichte, weitgehende Monochromasie, Kohärenz und Amplitudenstabilität — kennengelernt und wollen im folgenden die verschiedenen Möglichkeiten einer theoretischen Beschreibung des Laserprozesses einschließlich der quantitativen Berechnung der oben genannten Eigenschaften darlegen.

Bei der theoretischen Behandlung des Lasers können wir im wesentlichen drei Methoden unterscheiden. Dazu gehören einmal die Berechnungen auf der Grundlage von Bilanzgleichungen, mit denen die energetischen Verhältnisse, einschließlich des Anlaufvorgangs, zu erfassen sind, während Phasenbeziehungen nicht enthalten sind. Eine Berücksichtigung auch der Phasen wird in einer semiklassischen Theorie möglich — quantentheoretische Behandlung der Atome sowie klassische Beschreibung des Strahlungsfeldes —, die eine weitgehende und detaillierte Untersuchung des Laserprozesses erlaubt und die wir in der einfachsten Form in Abschnitt 6.2. skizzieren wollen. Um schließlich auch die Fluktuationen von Phase und Amplitude des erzeugten Strahlungsfeldes und damit Linienbreite und Statistik des Laserlichtes zu erfassen, müssen wir noch einen Schritt weitergehen und auch das Strahlungsfeld quantentheoretisch behandeln oder aber zumindest in einer klassischen oder semiklassischen Theorie durch die phänomenologische Einführung von (statistischen) Rauschgrößen die Fluktuationen zusätzlich berücksichtigen. Diesem Problem wollen wir uns in Abschnitt 6.3. zuwenden.

6.1. Beschreibung des Lasers mit Bilanzgleichungen

Die einfachste Form von Bilanzgleichungen haben wir bereits in Kapitel 2. kennengelernt. Die Möglichkeit, für die Strahlungsprozesse Bilanzgleichungen aufschreiben zu können, beruht auf der Konzeption von zeitunabhängigen Übergangswahrschein-

lichkeiten pro Zeiteinheit für die spontane und die induzierte Emission sowie die Absorption, wie sie von EINSTEIN (1917) (siehe Abschnitt 1.2.) eingeführt wurden und die sich auch aus der quantenmechanischen Behandlung der Wechselwirkung zwischen Atom und Strahlungsfeld explizit ergeben (Abschnitt 1.3.). In entsprechender Weise lassen sich auch der Pumpvorgang des Lasers mit einer „Anregungsrate" für das obere Laserniveau und die Relaxationsprozesse — als Übergänge in nicht mit dem Laserfeld gekoppelte Niveaus — in Form von Übergangswahrscheinlichkeiten pro Zeiteinheit darstellen.

Als einfaches Modell zur Beschreibung des energetischen Verhaltens des Lasers betrachten wir ein System von Zwei-Niveau-Atomen, von denen sich N_2 Atome im oberen und N_1 im unteren Niveau befinden sollen. Durch den Pumpmechanismus, z. B. durch optische Anregung über ein drittes Niveau, sollen pro Sekunde R Atome in den oberen Zustand gebracht werden. Die Atome befinden sich in einem Resonator in Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld, welches nur in einer Eigenschwingung, nämlich der mit den geringsten Verlusten, angeregt sei. Die mittlere Photonenzahl im Resonator wollen wir mit n und die Verlustkonstante des Resonators mit $\varkappa$ bezeichnen ($\varkappa^{-1}$ ist dann die mittlere Verweilzeit eines Photons im Resonator). Folgende Prozesse ändern nun die Besetzungszahlen in den Niveaus 1 und 2: Einmal wird durch die induzierte Emission bzw. die Absorption die Zahl der Atome pro Zeiteinheit um $\mp N_2Bn$ bzw. $\pm N_1Bn$ (B Einstein-Koeffizient) geändert, wobei sich die Vorzeichen auf den oberen bzw. unteren Zustand beziehen (vgl. Kapitel 2.). Zum anderen wird als Folge der spontanen Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit A das obere Niveau um N_2A entleert, während das untere Niveau mit diesem Anteil aufgefüllt wird. Dabei müssen wir aber bedenken, daß die spontane Emission in alle Eigenschwingungen (in den gesamten Raumwinkel) erfolgt, so daß der Anteil, der genau in die betrachtete Eigenschwingung gelangt, als Folge der Vielzahl dZ der möglichen Eigenschwingungen vernachlässigbar klein ist. (Nach Gl. (1,77) ergeben sich für dZ im optischen Bereich 10^9 Eigenschwingungen. Beim Maser ist diese Zahl dagegen sehr klein, doch ist dort die Übergangswahrscheinlichkeit für die spontane Emission so klein, daß diese — und die hierdurch bedingte Besetzungsänderung — von vornherein zu vernachlässigen ist.)

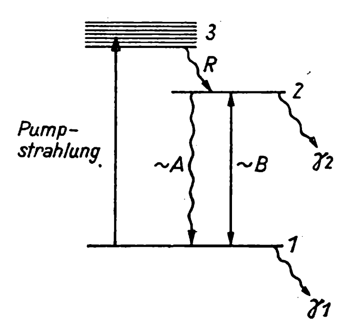


Abb. 78. 3-Niveau-System zur Beschreibung des Lasers

Hinzu kommen schließlich noch Relaxationsprozesse, welche als strahlungslose oder auch spontane Übergänge von den Niveaus 2 und 1 ausgehen und zu anderen, nicht (direkt) am Laserprozeß beteiligten Niveaus führen. Diese Prozesse bewirken eine Verringerung der Gesamtzahl der am Laserprozeß beteiligten Atome (so daß auch der Erhaltungssatz $N = N_1 + N_2$ für die Gesamtzahl N der Atome nicht gilt), und zwar nimmt die Zahl der angeregten Atome um $N_2\gamma_2$, die der Atome im Zustand 1 um $N_1\gamma_1$ ab. Dabei bezeichnet γ_i^{-1} ($i = 1, 2$) die Zeit, nach der die Zahl der Atome N_i als Folge der Relaxationsprozesse auf den e-ten Teil abgefallen ist.

Damit können wir für die Atome mit dem in Abb. 78 angegebenen Niveauschema die Bilanzgleichungen (auch Besetzungsgleichungen oder — in der englischsprachigen Literatur — „rate equations" genannt) in folgender Form aufschreiben:

$$\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = (N_2 - N_1)\,Bn + N_2A - N_1\gamma_1, \tag{6,1}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = R - (N_2 - N_1)\,Bn - N_2A - N_2\gamma_2. \tag{6,2}$$

Für das Strahlungsfeld gilt dann bei Vernachlässigung der spontanen Emission in die betrachtete Eigenschwingung

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\varkappa n + (N_2 - N_1)\,Bn. \tag{6,3}$$

Mit diesen Gleichungen ist eine weitgehende Beschreibung der energetischen Verhältnisse (Intensität, Schwellenbedingung) wie auch der Dynamik (Anlaufvorgang, Einmünden in den stationären Zustand) des Lasers in Abhängigkeit von den Parametern des Systems (Übergangswahrscheinlichkeiten, Relaxationszeiten, Verluste) möglich. Allerdings handelt es sich bei dem Gleichungssystem (6,1) bis (6,3) um nichtlineare Differentialgleichungen, so daß eine allgemeine analytische Lösung nicht zu erhalten ist. Nur die Lösung für den stationären Zustand und — in linearer Näherung — das Verhalten bei kleinen Abweichungen von diesem lassen sich aus den obigen Gleichungen bestimmen. Dieser Rechnung wollen wir uns vorerst zuwenden, um anschließend das Verhalten des Lasers einschließlich des Anlaufvorgangs an Hand einer numerischen Auswertung zu diskutieren.

Für den stationären Zustand gilt

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{6,4}$$

Durch Addition der Gleichungen (6,1) und (6,2) ergibt sich

$$R = N_1\gamma_1 + N_2\gamma_2 \tag{6,5}$$

als Ausdruck für die Erhaltung der Zahl der am Laserprozeß beteiligten Atome im stationären Fall. Die Zahl $N_1\gamma_1 + N_2\gamma_2$ der Atome, die durch einen Übergang in

andere Niveaus dem eigentlichen Lasersystem verlorengehen, müssen durch die Pumpquelle (Übergang von Atomen aus anderen Niveaus in das Niveau 2) nachgeliefert werden.

Ebenso leicht erhalten wir aus den Gleichungen (6,1) und (6,2) die Besetzungszahlen N_1 und N_2 als Funktion der Photonenzahl n,

$$N_1 = \frac{Bn + A}{Bn(\gamma_1 + \gamma_2) + A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2} R \tag{6,6}$$

und

$$N_2 = \frac{Bn + \gamma_1}{Bn(\gamma_1 + \gamma_2) + A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2} R. \tag{6,7}$$

Damit gilt für die Besetzungsinversion

$$N_2 - N_1 \equiv \sigma = \frac{(\gamma_1 - A) R}{Bn(\gamma_1 + \gamma_2) + A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}. \tag{6,8}$$

Hieraus folgt als notwendige Voraussetzung zur Erzielung einer Besetzungsinversion $\gamma_1 > A$, d. h., die Entleerung des unteren Niveaus durch Relaxationsprozesse muß schneller erfolgen als seine Auffüllung durch die spontane Emission aus dem oberen Niveau, wie physikalisch sofort verständlich ist.

Darüber hinaus macht Gl. (6,8) (oder exakter noch bei Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit von σ und n die aus den Beziehungen (6,1) und (6,2) folgende Gleichung für $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$) eine der wesentlichen Eigenschaften des Lasers, nämlich sein Sättigungsverhalten, deutlich: Während für kleine Photonenzahlen n die Inversion praktisch unabhängig von n ist (linearer Bereich), wird mit zunehmendem n die Inversion σ immer mehr abgebaut, so daß dann, wie Gl. (6,3) zeigt, auch das Anwachsen von n immer langsamer erfolgt (nichtlinearer Bereich). Es macht sich eine Sättigung bemerkbar. Die Photonenzahl n kann dabei nur solange anwachsen, bis die Inversion σ so weit abgesunken ist, daß $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = 0$ gilt, d. h. nach Gl. (6,3) für

$$N_2 - N_1 = \sigma_{\text{stat}} = \frac{\varkappa}{B}. \tag{6,9}$$

Mit σ nach Gl. (6,8) ergibt sich damit für die Photonenzahl im stationären Zustand

$$n_{\text{stat}} = \left[\frac{(\gamma_1 - A) BR}{\varkappa(A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2)} - 1\right] \frac{A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{B(\gamma_1 + \gamma_2)}. \tag{6,10}$$

Hieran erkennen wir den Schwellencharakter für das Einsetzen einer stabilen Laseroszillation: Nur wenn

$$\frac{(\gamma_1 - A)\,BR}{\varkappa(A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2)} > 1 \tag{6,11}$$

ist, erhalten wir eine von $n_{\text{stat}} = 0$ verschiedene stationäre Photonenzahl. Gleichung (6,11) bezeichnen wir daher als Schwellenbedingung für den Laserprozeß, die wir in ähnlicher Form — ohne die Inversion näher durch die Parameter des Systems zu kennzeichnen — bereits in Kapitel 2. abgeleitet haben. Wir erhalten den dort diskutierten Ausdruck (2,12), wenn wir berücksichtigen, daß die Inversion bei verschwindendem Strahlungsfeld, die Pumpinversion σ_0, nach Gl. (6,8) durch

$$\sigma_0 = \frac{\gamma_1 - A}{A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}\,R \tag{6,12}$$

gegeben ist.

Setzen wir diesen Ausdruck in die Bedingung (6,11) ein, so erhalten wir genau Gl. (2,12). Verwenden wir schließlich noch die Beziehung (6,9), dann läßt sich für Gl. (6,11)

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_{\text{stat}}} > 1 \tag{6,13}$$

schreiben, d. h. die Pumpinversion σ_0 muß größer sein als die sich im Gleichgewicht einstellende Inversion σ_{stat}. Für Gl. (6,10) folgt mit dieser Bezeichnung

$$n_{\text{stat}} = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{\text{stat}}} - 1\right)\frac{A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{B(\gamma_1 + \gamma_2)} \equiv (\sigma_R - 1)\,\frac{A\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{B(\gamma_1 + \gamma_2)}, \tag{6,14}$$

wobei $\sigma_R = \dfrac{\sigma_0}{\sigma_{\text{stat}}}$ ein Maß für die Schwellenüberhöhung darstellt. $\sigma_R = 1$ kennzeichnet die Schwelle. τ_R wächst mit zunehmender Pumprate R und abnehmenden Resonatorverlusten. Daraus folgt, daß bei festem R und bestimmten aktiven Atomen (und damit feststehenden Größen γ_1, γ_2, A und B) zuerst die Eigenschwingung des Resonators mit den geringsten Verlusten anschwingen wird.

Wir wollen nun die Stabilität des oben berechneten stationären Zustands gegenüber kleinen Abweichungen Δn und $\Delta\sigma$ diskutieren. Dabei sehen wir zur Vereinfachung der Rechnung von den Relaxationsprozessen ab ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$), ersetzen die spontane Emission näherungsweise durch $\frac{1}{2}NA$ ($N_1 + N_2 = N =$ Gesamtzahl der Atome) und fassen diesen Term mit R zu einer neuen Konstanten $R' = R - NA$ zusammen. Mit der in Gl. (6,8) definierten Abkürzung für die Besetzungsinversion

können wir dann für die Gleichungen (6,1) und (6,2)

$$\frac{d\sigma}{dt} = R' - 2Bn\sigma \tag{6,15}$$

schreiben, während Gl. (6,3)

$$\frac{dn}{dt} = -\varkappa n + Bn\sigma \tag{6,16}$$

lautet. Die stationären Lösungen dieser Gleichungen sind

$$\sigma_{\text{stat}} = \frac{\varkappa}{B}, \tag{6,17}$$

$$n_{\text{stat}} = \frac{R'}{2\varkappa}, \tag{6,18}$$

wie schon in Gl. (6,9) erhalten wurde bzw. wie mit $R \to R'$, $A = 0$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\gamma \to 0$ aus Gl. (6,14) folgt.

Zur Untersuchung der Stabilität gehen wir mit den Ansätzen

$$\sigma = \sigma_{\text{stat}} + \Delta\sigma \tag{6,19}$$

und

$$n = n_{\text{stat}} + \Delta n \tag{6,20}$$

in die Gleichungen (6,15) und (6,16) ein und untersuchen nach Linearisierung bezüglich $\Delta\sigma$ und Δn das Zeitverhalten dieser Größen. Mit dem obigen Ansatz erhalten wir

$$\frac{d\Delta\sigma}{dt} = -2B(n_{\text{stat}}\Delta\sigma + \sigma_{\text{stat}}\Delta n) \tag{6,21}$$

und

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Bn_{\text{stat}}\Delta\sigma. \tag{6,22}$$

Hieraus folgt nach einfacher Rechnung die Lösung

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= -\frac{1}{Bn_{\text{stat}}}(a_1\alpha_1 e^{-\alpha_1 t} + a_2\alpha_2 e^{-\alpha_2 t}), \\ \Delta n &= a_1 e^{-\alpha_1 t} + a_2 e^{-\alpha_2 t} \end{aligned} \tag{6,23}$$

mit

$$\alpha_{1,2} = Bn_{\mathrm{stat}} \left(1 \pm \sqrt{1 - 2\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}}}\right), \tag{6,24}$$

wobei die freien Konstanten a_1 und a_2 aus der Anfangsbedingung zu bestimmen sind.

Aus Gl. (6,24) folgt, daß der Realteil von $\alpha_{1,2}$ stets positiv ist, so daß nach Gl. (6,23) sowohl Δn als auch $\Delta\sigma$ exponentiell gedämpft werden und für $t \to \infty$ verschwinden. Das bedeutet, daß die Größen n und σ bei jeder kleinen Abweichung vom stationären Wert mit einer Zeitkonstanten $(\mathrm{Re}\,\alpha_{1,2})^{-1}$ wieder in die stationären Werte übergehen, der Laser in diesem Zustand also stabil schwingt. Diese Rückführung auf die stationären Werte kann einmal, nämlich für $2\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} = \frac{4\varkappa^2}{BR'} < 1$, rein exponentiell oder zum anderen für $2\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} > 1$ in Form einer gedämpften Schwingung erfolgen. Wir sprechen im letzteren Falle von Relaxationsschwingungen des Lasers. Die Schwingungsdauer ist dabei gegeben durch

$$T = \frac{2\pi}{Bn_{\mathrm{stat}}\sqrt{2\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} - 1}} \approx \frac{2\pi}{\sqrt{BR'}} \quad \left(\text{für } \frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} \gg 1\right). \tag{6,25}$$

Dieses Ergebnis gilt als Folge der linearen Näherung nur für kleine Abweichungen vom Gleichgewichtswert, $\frac{\Delta n}{n_{\mathrm{stat}}} \ll 1$, $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_{\mathrm{stat}}} \ll 1$.

Extrapolieren wir die erhaltenen Resultate im Hinblick auf den Anlaufvorgang beim Laser — zumindest qualitativ sollte dies zulässig sein —, dann kann man erwarten, daß der Anlauf des Lasers sowohl rein exponentiell — wie wir es in Kapitel 2. schon kurz diskutiert haben — als auch in Form von gedämpften Schwingungen erfolgen kann. Eine quantitative Aussage ist nur durch eine numerische Lösung der nichtlinearen Gleichungen (6,15) und (6,16) zu gewinnen, der wir uns noch kurz zuwenden wollen.

Machen wir uns vorerst jedoch den physikalischen Vorgang beim Anlaufen eines Lasers klar (siehe auch Abschnitt 4.7.).

Zum Anfangszeitpunkt, definiert als die Zeit, bei der mit dem Pumpen begonnen wird, befinden sich praktisch alle Atome im Grundzustand, der im einfachsten Falle mit dem unteren Laserniveau identisch ist. Durch den Pumpmechanismus werden die Atome in den oberen Laserzustand gebracht, aus dem sie im wesentlichen durch spontane Strahlung und andere Relaxationsprozesse wieder in den unteren Zustand übergehen. Ist die Zahl der pro Zeiteinheit angeregten Atome größer als die Zahl der Atome, die wieder in den unteren Zustand übergehen, so nimmt die Besetzung des oberen Niveaus mit der Zeit zu, und wir erhalten schließlich eine Besetzungsinversion. Ein spontan emittiertes Photon wird dann, wenn es in einem Resonator

genügend lange mit den angeregten Atomen wechselwirkt, durch induzierte Emission verstärkt. Ist die Verstärkung so groß, daß die Verluste des so erzeugten Strahlungsfeldes im Resonator überkompensiert werden, so nimmt die Intensität des Strahlungsfeldes lawinenartig zu; der Laseroszillator schwingt an. Als Folge der hohen Intensität und damit der großen Wahrscheinlichkeit für induzierte Emission nimmt die Zahl der angeregten Atome soweit ab, daß die Oszillation abbricht und erst dann wieder einsetzen kann, wenn durch den Pumpmechanismus wiederum genügend viele Atome in den angeregten Zustand gebracht worden sind. Dieser Vorgang, nämlich das Auftreten von Impulsen beim Anlaufen des Lasers — von „Spikes" (vgl. Abschnitt 4.3.1.) — wiederholt sich mit abnehmender Amplitude periodisch, bis sich schließlich in Abhängigkeit von der Intensität des Pumpens ein stationärer Zustand einstellt. Das Einmünden in den stationären Zustand in der letzten Phase haben wir oben rechnerisch verfolgt, das „Spiken" für den Anlaufprozeß ist nur durch eine numerische Auswertung der Gleichungen (6,15) und (6,16) zu erhalten.

Betrachten wir hierzu ein Zahlenbeispiel, wie es für Festkörperlaser typisch ist. Mit einer Pumprate $R' = 10^{22}\,\mathrm{s}^{-1}$, einer Verlustkonstanten $\varkappa = 4{,}3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{s}^{-1}$ und $B = 1{,}7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}^{-1}$ für den Einstein-Koeffizienten erhalten wir für die Gleichgewichtswerte nach den Gleichungen (6,17) und (6,18)

$$n_{\mathrm{stat}} = 1{,}2 \cdot 10^{13}$$

und

$$\sigma_{\mathrm{stat}} = 2{,}5 \cdot 10^{15}.$$

Ausgehend von der Anfangsbedingung für $t = 0$ ($n(0) = 1$ und $\sigma(0) = \sigma_{\mathrm{stat}}$) erhalten wir dann durch numerische Lösung der Gleichungen (6,15) und (6,16) die zeitlichen Abhängigkeiten $n(t)$ und $\sigma(t)$, wie sie in Abb. 79 dargestellt sind. Hieraus erkennen wir einmal das oben diskutierte Einschwingen in den stationären Zustand, wie es sich für

$$2\,\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} = \frac{4\varkappa^2}{BR'} > 1 \tag{6,26}$$

ergibt. Mit den obigen Zahlenwerten gilt $2\,\frac{\sigma_{\mathrm{stat}}}{n_{\mathrm{stat}}} = 435$, so daß die Ungleichung (6,26) erfüllt ist. Zum anderen erkennen wir, wie beim Anlaufprozeß die Photonenzahl zunächst steil ansteigt, was zu einer schnellen Verringerung der Inversion führt, so daß die Photonenzahl anschließend wieder stark abfällt. Sie steigt erst dann wieder an, wenn die Inversion als Folge des Pumpens wieder einen größeren Wert erreicht hat. Das Anlaufen des Lasers erfolgt in Form von Lichtblitzen, von „Spikes", wobei das Minimum zwischen den Spikes immer größere Werte annimmt und schließlich bei genügend langer Pumpdauer ein Einmünden in den stationären Zustand er-

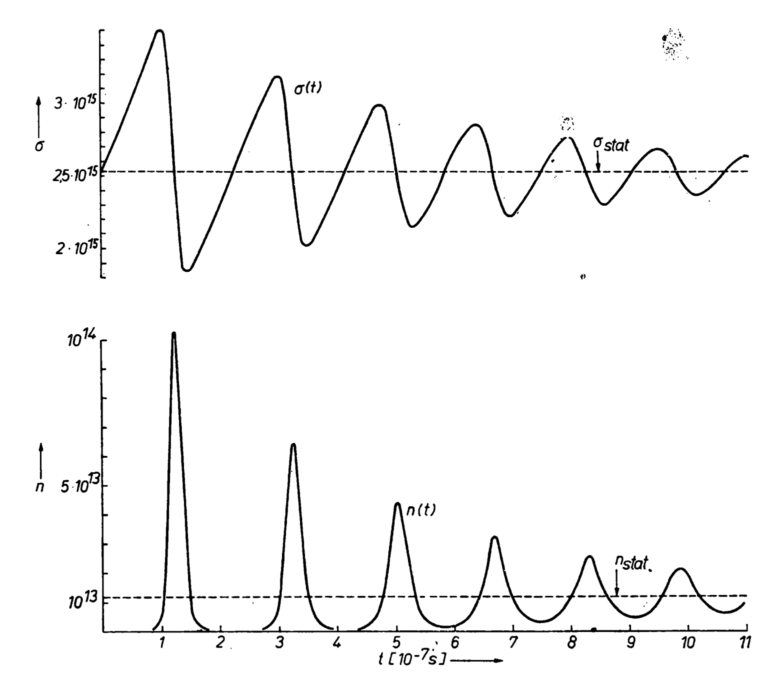


Abb. 79. Abhängigkeit der Photonenzahl $n(t)$ und der Inversion $\sigma(t)$ von der Zeit beim Anschwingen des Lasers

folgt. Dieses Verhalten wurde, wie schon in Abschnitt 4.3.1.4. erläutert, auch experimentell vielfach bestätigt (Relaxationsschwingungen).

Beim Vergleich mit Experimenten ist dabei allerdings zu beachten, daß als Folge der Anregung vieler Eigenschwingungen, von Inhomogenitäten des aktiven Materials u. ä. vielfach auch ein komplizierteres und weniger regelmäßiges Verhalten beobachtet wird.

Die Beziehung (6,26) zeigt, daß ein Einschwingen und damit auch ein Spiken nur dann vermieden werden kann, wenn entweder die Pumprate wesentlich vergrößert, die Resonatorverluste verkleinert oder aber als aktive Substanz Atome verwendet werden, die eine größere Übergangswahrscheinlichkeit B besitzen (wie es z. B. im He-Ne-Laser der Fall ist). In diesem Fall wird der Gleichgewichtswert — wie oben erläutert — exponentiell erreicht.

Die Beschreibung des Lasers mit Hilfe von Bilanzgleichungen kann nach dem erläuterten Prinzip ausgedehnt werden auf aktive Atome mit mehr als zwei Niveaus und auf die verschiedenartigen Pumpverfahren einschließlich der Berücksichtigung von Kreuz-Relaxationen, wie sie speziell beim Maser (vgl. Kapitel 3.) eine

gewisse Rolle spielen. Wir erhalten hieraus Aussagen über Schwellenwerte, Intensitäten, Verstärkungskoeffizienten, den Einschwingvorgang u. ä., allgemein also über die Dynamik des Laserprozesses. Die Phasenbeziehungen zwischen schwingendem Atomdipol und Strahlungsfeld sind bei diesem Verfahren allerdings nicht zu erfassen. Um dies zu erreichen, müssen wir die Wechselwirkung zwischen Strahlungsfeld und aktiven Atomen explizit betrachten, was uns schließlich zur semiklassischen Lasertheorie führt, wie sie speziell für den Fall des Gaslasers im wesentlichen von LAMB (1964) entwickelt wurde.

6.2. Die semiklassische Theorie des Lasers

Wir wollen das Prinzip dieser Theorie in der einfachsten Form skizzieren, nämlich bei Vernachlässigung der Bewegung der Atome und der hierdurch bedingten inhomogenen Verbreiterung der Atomlinie (Doppler-Verbreiterung).

Das (klassisch beschriebene) Strahlungsfeld wird als vorgegeben betrachtet und damit wird das Gesamtdipolmoment der Atome, also die Polarisation berechnet, die sich unter Einwirkung dieses Strahlungsfeldes ergibt. Der so erhaltene Ausdruck für die Polarisation ist in die (aus den Maxwellschen Gleichungen folgende) Wellengleichung für die elektrische Feldstärke des Strahlungsfeldes einzusetzen, aus der dann die elektrische Feldstärke für das Laserfeld selbstkonsistent mit dem ursprünglich angesetzten Feld zu berechnen ist.

Als Modell betrachten wir die Wechselwirkung von N 2-Niveau-Atomen mit einem Strahlungsfeld in einem Resonator, welches nur in einer Eigenschwingung mit der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ angeregt sei. Für das Feld können wir daher

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = E\boldsymbol{e} \cos(\omega\tau + \varphi) \tag{6,27}$$

ansetzen, wobei $\boldsymbol{e}$ den Polarisationsvektor und E die Amplitude des linear polarisierten Feldes bezeichnen und die Abkürzungen $\varphi = \omega t_0 - \boldsymbol{kr} + \alpha$ und $\tau = t - t_0$ verwendet werden. Das Niveauschema der Atome ist in Abb. 80 skizziert. γ_1 und γ_2 kennzeichnen wie in Abschnitt 6.1. die von den Niveaus 1 und 2 ausgehenden Relaxationsprozesse, die wir phänomenologisch durch die Ersetzung $\omega_j \to \omega_j - \frac{i\gamma_j}{2}$ $(j = 1, 2)$ in der Wellenfunktion erfassen wollen. Für die Wellenfunktion eines Atoms machen wir den Ansatz (vgl. Kapitel 1.)

$$\psi(\tau) = c_1(\tau)\, e^{-i\omega_1\tau - \frac{\gamma_1}{2}\tau} |1\rangle + c_2(\tau)\, e^{-i\omega_2\tau - \frac{\gamma_2}{2}\tau} |2\rangle \tag{6,28}$$

und haben dann die Entwicklungskoeffizienten $c_j(\tau)$ $(j = 1, 2)$ bei Wechselwirkung der Atome mit dem durch Gl. (6,27) gegebenen Strahlungsfeld aus der Schrödinger-

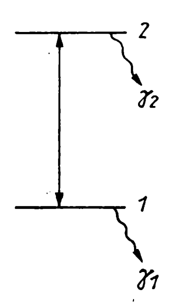


Abb. 80. Vereinfachtes Niveauschema für den Laserprozeß

Gleichung zu bestimmen. Die Wechselwirkung denken wir uns zur Zeit t_0 eingeschaltet. Als Anfangsbedingung für $t = t_0$, also $\tau = 0$, wählen wir

$$c_1(0) = 0, \qquad c_2(0) = 1, \tag{6,29}$$

d. h., die Atome befinden sich zur Zeit $t = t_0$ im angeregten Zustand. Gehen wir mit dem Ansatz (6,28) in die Schrödinger-Gleichung ein, dann erhalten wir (nach der schon in Abschnitt 1.3. dargestellten Methode) für die Entwicklungskoeffizienten die Gleichungen

$$\dot{c}_1(\tau) = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar} \langle 1|H_\mathrm{W}|2\rangle \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_\mathrm{A}\tau - \frac{\gamma_{21}}{2}\tau} \, c_2, \tag{6,30}$$

$$\dot{c}_2(\tau) = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar} \langle 2|H_\mathrm{W}|1\rangle \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_\mathrm{A}\tau + \frac{\gamma_{21}}{2}\tau} \, c_1, \tag{6,31}$$

wobei wir die Abkürzungen $\omega_\mathrm{A} = \omega_2 - \omega_1$ und $\gamma_{21} = \gamma_2 - \gamma_1$ verwendet haben. Mit dem Wechselwirkungsoperator H_W nach Gl. (1,25) sowie der durch Gl. (6,27) gegebenen Feldstärke erhalten wir für das Matrixelement

$$\frac{1}{\hbar} \langle 1|H_\mathrm{W}|2\rangle = -\frac{eE}{2\hbar} \langle 1|e\boldsymbol{r}|2\rangle \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\tau+\varphi)} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega\tau+\varphi)}\right) \equiv -K\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\tau+\varphi)} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega\tau+\varphi)}\right). \tag{6,32}$$

Das gleiche Ergebnis gilt auch für $\langle 2|H_\mathrm{W}|1\rangle$. Setzen wir diese Ausdrücke in die Beziehungen (6,30) und (6,31) ein und streichen die hochfrequenten Terme, da sie nur zu vernachlässigbar kleinen Beiträgen führen („rotating wave approximation"), dann folgt

$$\dot{c}_1(\tau) = \mathrm{i}K\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\omega\tau - \frac{\gamma_{21}}{2}\tau} \, c_2, \tag{6,33}$$

$$\dot{c}_2(\tau) = \mathrm{i}K\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\omega\tau + \frac{\gamma_{21}}{2}\tau} \, c_1. \tag{6,34}$$

$\Delta\omega = \omega_\mathrm{A} - \omega$ beschreibt die Verstimmung zwischen Atomübergangs- und Strah-

lungsfeldfrequenz und spielt besonders beim Gaslaser mit seiner durch die Bewegung der Atome inhomogen verbreiterten Atomlinie eine große Rolle. Für diesen Fall, einschließlich der Berücksichtigung mehrerer Eigenschwingungen, wurde die semiklassische Theorie von LAMB (1964) entwickelt. (Für eine ausführliche Darstellung vgl. PAUL (1969).) Die Lösung der Gleichungen (6,33) und (6,34) mit $\Delta\omega \neq 0$ ist unschwer möglich. Allerdings ist die Rechnung etwas langwierig, so daß wir uns darauf beschränken wollen, das Prinzip der semiklassischen Behandlung des Lasers für den Resonanzfall (homogen verbreiterter Atomübergang in Resonanz mit dem Strahlungsfeld) zu erläutern, was uns das Wesen der Methode und der damit verbundenen physikalischen Vorstellung erkennen läßt. Für das Strahlungsfeld erhalten wir dann die Ergebnisse, welche auch mit Hilfe der Bilanzgleichungen zu gewinnen sind. Die darüber hinaus für $\Delta\omega \neq 0$ zu erhaltenden Aussagen der allgemeinen Behandlung wollen wir im Anschluß daran qualitativ diskutieren.

Betrachten wir also den Resonanzfall und setzen $\Delta\omega = 0$. Nach dem in Abschnitt 1.3. skizzierten Schema ist eine Lösung der Gleichungen (6,33) und (6,34) für diesen Fall leicht möglich. Wir erhalten mit der Anfangsbedingung (6,29)

$$c_1 = \frac{\mathrm{i}K}{W} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} \mathrm{e}^{-\frac{\gamma_{21}}{4}\tau} \sin W\tau, \tag{6,35}$$

$$c_2 = \left(\cos W\tau - \frac{\gamma_{21}}{4W} \sin W\tau\right) \mathrm{e}^{\frac{\gamma_{21}}{4}\tau}, \tag{6,26}$$

wobei $W = \sqrt{K^2 - \frac{\gamma_{21}^2}{16}}$ gesetzt wurde.

Das Dipolmoment des Atoms ist (vgl. S. 25) durch

$$\boldsymbol{D} = \int_V \psi^* e\boldsymbol{r}\psi \, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}$$

gegeben. Hieraus folgt mit der Wellenfunktion (6,28) und den durch die Beziehungen (6,35) und (6,36) gegebenen Koeffizienten c_j ($j = 1, 2$) für den in Richtung der elektrischen Feldstärke schwingenden Anteil des Dipolmomentes

$$\boldsymbol{eD} = D = \hat{D} \sin(\omega\tau + \varphi) \tag{6,37}$$

mit

$$\hat{D} = -\boldsymbol{e}\langle 1|e\boldsymbol{r}|2\rangle \frac{2K}{W} \left(\cos W\tau - \frac{\gamma_{21}}{4W} \sin W\tau\right) \sin W\tau \, \mathrm{e}^{-\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2}\tau}.$$

Die gesamte durch das Strahlungsfeld (6,27) in dem invertierten Atomsystem erzeugte und mit ω schwingende Polarisation ergibt sich dann als Summe der Dipolmomente aller Atome pro Volumeneinheit. Hierbei wollen wir berücksichtigen, daß als Folge des Pumpvorganges pro Zeiteinheit R Atome (Zulieferungsrate) in den

angeregten Zustand gebracht werden. Zur Polarisation zum Zeitpunkt t tragen alle Atome bei, welche durch den Pumpmechanismus zu früheren Zeiten $t_0 \leqq t$ in den angeregten Zustand gebracht wurden (und die nur zum Teil durch Relaxationsprozesse wieder aus diesem Zustand verschwunden sind). Wir haben daher über t_0 von $-\infty$ bis t zu integrieren. Benutzen wir $\tau = t - t_0$ als Variable, so bedeutet dies $\int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t_0 \to \int\limits_{0}^{\infty} \mathrm{d}\tau$, und wir erhalten für die Polarisation P

$$P = \frac{R}{V} \int\limits_0^\infty \hat{D}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \cdot \sin(\omega\tau + \varphi) = -e\boldsymbol{D}_{12} \frac{RK}{V} \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \frac{1}{K^2 + \frac{\gamma_1\gamma_2}{4}} \sin(\omega\tau + \varphi) \quad (6{,}38)$$

mit

$$\boldsymbol{D}_{12} = \langle 1|e\boldsymbol{r}|2\rangle .$$

Die Polarisation wirkt nun ihrerseits im Rahmen der Maxwellschen Theorie als treibende Kraft für ein elektromagnetisches Feld, und dieses wollen wir mit der durch Gl. (6,38) gegebenen Polarisation bestimmen.

Die Maxwellschen Gleichungen lauten (mit $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}$)

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \dot{\boldsymbol{H}}, \quad (6{,}39)$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{1}{c} \dot{\boldsymbol{D}} + \frac{4\pi}{c} \sigma \boldsymbol{E}, \quad (6{,}40)$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P} \quad (6{,}41)$$

und, da in unserem System Quellenfreiheit gewährleistet ist,

$$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = 0, \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0. \quad (6{,}42)$$

Hieraus folgt auf bekannte Weise als Wellengleichung für die elektrische Feldstärke

$$\Delta \boldsymbol{E} - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \dot{\boldsymbol{E}} - \frac{1}{c^2} \ddot{\boldsymbol{E}} = \frac{4\pi}{c^2} \ddot{\boldsymbol{P}}. \quad (6{,}43)$$

Die Resonatorverluste wurden dabei phänomenologisch durch die elektrische Leitfähigkeit σ (eines fiktiven Verlustmediums) berücksichtigt, wobei zwischen der Verlustkonstanten des Resonators, $\varkappa$, und σ der Zusammenhang $\varkappa = 4\pi\sigma$ gilt.

Setzen wir in Gl. (6,43) einmal die elektrische Feldstärke nach Gl. (6,27) (mit

beliebiger Amplitude E) und zum anderen den Ausdruck für die Polarisation nach Gl. (6,38) ein, dann erhalten wir wegen

$$\Delta \boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\ddot{\boldsymbol{E}} = -\boldsymbol{k}^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \tag{6,44}$$

mit

$$\sigma E = e\boldsymbol{D}_{12}\,\frac{R\omega}{V}\,K\,\frac{\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_2}\,\frac{1}{K^2+\dfrac{\gamma_1\gamma_2}{4}} \tag{6,45}$$

eine Bestimmungsgleichung für E, wobei wir beachten wollen, daß nach Gl. (6,32) $K = \dfrac{e\boldsymbol{D}_{12}}{2\hbar}\,E$ gilt. Für die Intensität E^2 des durch Wechselwirkung mit dem invertierten Atomsystem erzeugten Strahlungsfeldes folgt somit aus Gl. (6,45)

$$E^2 = \left[\frac{8\pi R}{V}\,\frac{(e\boldsymbol{D}_{12})^2}{\hbar^2\varkappa}\,\frac{\hbar\omega}{\gamma_2(\gamma_1+\gamma_2)} - 1\right]\frac{\gamma_1\gamma_2\hbar^2}{(e\boldsymbol{D}_{12})^2}. \tag{6,46}$$

Diese Gleichung zeigt wieder den erwarteten Schwellencharakter für das Strahlungsfeld, also für das Einsetzen der Laseroszillation. Für den Schwellenwert der Zulieferungsrate R folgt aus Gl. (6,46)

$$\frac{R}{V} \gtreqless \gamma_2(\gamma_1+\gamma_2)\,\frac{\hbar^2\varkappa}{8\pi\hbar\omega(e\boldsymbol{D}_{12})^2}. \tag{6,47}$$

Die Abhängigkeit von den Parametern des Systems ist die gleiche, wie wir sie schon bei der Behandlung mit Hilfe von Bilanzgleichungen erhalten haben (siehe Gl. (6,11)). Die Pumprate R muß um so größer sein, je größer die Verluste des Systems durch Relaxationsprozesse (γ_1, γ_2) und je größer die Resonatorverluste $\varkappa$ sind, während R umgekehrt proportional zur Übergangswahrscheinlichkeit des betrachteten Übergangs, ausgedrückt durch das Matrixelement $\boldsymbol{D}_{12}$, ist.

Damit kennen wir erst einmal das Prinzip der semiklassischen Behandlung in der einfachsten Form, nämlich bei Resonanz zwischen Atomübergang und Strahlungsfeld. Die Aussagen gehen in diesem Fall allerdings nicht über die mit Hilfe von Bilanzgleichungen erhaltenen hinaus, wenn wir auch eine detailliertere Vorstellung über die Wechselwirkung zwischen Atomen und Strahlungsfeld gewonnen haben.

Zu neuen und wesentlich weitergehenden Ergebnissen kommen wir in der semiklassischen Theorie erst dann, wenn wir auch die Möglichkeit einer Verstimmung zwischen dem Atomübergang und dem Strahlungsfeld (also $\Delta\omega \neq 0$) bei der Auswertung der Gleichungen (6,33) und (6,34) berücksichtigen. Die von Lamb (1964) entwickelte Theorie berücksichtigt darüber hinaus auch die durch den Doppler-Effekt bedingte inhomogene Linienverbreiterung und beschreibt damit insbesondere

das Verhalten von Gaslasern. Wir wollen uns im folgenden darauf beschränken, ohne weitere Rechnung einige der wesentlichsten Resultate dieser Theorie qualitativ darzulegen.

Zu diesen Ergebnissen gehören die durch die Dispersion des aktiven Mediums bedingte Frequenzverschiebung der Laserstrahlung und — für den Fall eines inhomogen verbreiterten Verstärkungsprofils — das „hole burning" (vgl. Abschnitt 4.4.1.2.).

Betrachten wir zunächst die Frequenzverschiebung. Wir setzen voraus, daß die Atomlinie homogen verbreitert ist und eine Mittenfrequenz ω_A besitzt, während die durch den Resonator festgelegte Strahlungsfrequenz ω_R sei (Abb. 81). Es ist dann

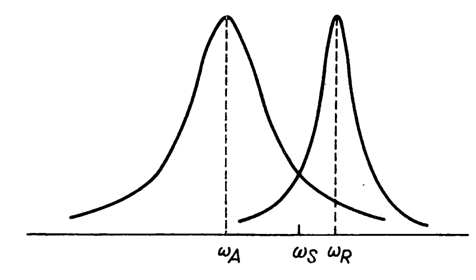


Abb. 81. Zur Erläuterung der Frequenzverschiebung für $\omega_A \neq \omega_R$

klar, daß die ausstrahlenden Atome maximale Intensität bei ω_A liefern, wo bei genügend großer Verstimmung ($\omega_A - \omega_R$) die Eigenschwingung des Resonators nur schwach anzuregen ist, während die schwache Ausstrahlung der Atome bei ω_R genau mit der Eigenfrequenz des Resonators zusammenfällt und damit die geringsten Verluste bezüglich des Resonators aufweist. Als Folge der gegenseitigen Wechselwirkung — das Strahlungsfeld erzeugt eine bei $\omega = \omega_A$ maximale Polarisation der Atome; diese bedingt ein Strahlungsfeld, welches bei $\omega = \omega_R$ minimale Verluste besitzt — wird sich dann letztlich eine bestimmte Frequenz mit optimaler Wechselwirkung einstellen, deren Lage von der Breite der Atomlinie (ausgedrückt durch $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2$) und der der Resonatorlinie (gekennzeichnet durch $\varkappa$) abhängt. Analytisch erhält man für die Kreisfrequenz (abkürzend auch einfach Frequenz genannt) ω_S des erzeugten Strahlungsfeldes in linearer Näherung der Störungstheorie (Lamb (1964))

$$\omega_S = \frac{\Gamma\omega_R + \varkappa\omega_A}{\Gamma + \varkappa}, \qquad (6{,}48)$$

d. h., die Frequenz ω_S liegt zwischen ω_A und ω_R. Es tritt also ein „Hinziehen" der (ursprünglichen) Frequenz ω_R in Richtung auf ω_A hin auf („frequency pulling", vgl. auch Abschnitt 4.4.1.2.). Die Berechnung der Polarisation im Rahmen der Störungstheorie liefert in der nächsthöheren, der dritten, Näherung einen auch von der relativen Anregung abhängigen Term, der bei bestimmter Wahl der Parameter auch zu einer „Abstoßung" („frequency pushing") der Laserfrequenz von der Atomfrequenz führen kann.

Betrachten wir nun den Effekt des „hole burning“ in einem Gaslaser. Durch die Bewegung der Atome erfährt die Ausstrahlung für jedes Atom eine je nach der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ verschiedene Frequenzverschiebung

$$\Delta\omega = \boldsymbol{kv}\,, \tag{6,49}$$

so daß sich eine inhomogen verbreiterte Atomlinie (Doppler-Linie) ergibt. Wechselwirken diese Atome mit der stehenden Welle der Frequenz ω, so ist das Strahlungsfeld,

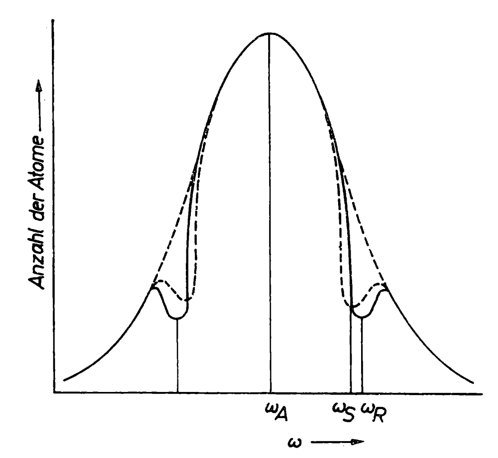


Abb. 82. Häufigkeitsverteilung der invertierten Atome für $\omega_R \lesseqgtr \omega_A$

wenn wir uns die stehende Welle in eine nach links und eine nach rechts laufende Welle zerlegt denken, mit den Atomen in Resonanz, die die Frequenz

$$\omega = \omega_A \pm kv_R\,, \tag{6,50}$$

also eine ganz bestimmte Geschwindigkeit v_R besitzen. Nur bei diesen Atomen erfolgt eine induzierte Emission und damit ein Abbau der Inversion: Die Zahl der für die Ausstrahlung zur Verfügung stehenden Atome verringert sich bei den Frequenzen, die, bei Vernachlässigung des „pulling“, der Beziehung (6,50) genügen. Die Verteilungskurve zeigt Einbeulungen, „Löcher“ an diesen Stellen („hole burning“), wie in Abb. 82 schematisch dargestellt ist. Wir erwähnen, daß ähnlich wie bei der homogen verbreiterten Atomlinie auch bei inhomogen verbreiterter Linie eine Frequenzverschiebung („pulling“) auftritt, mit einer gegenüber Gl. (6,48) etwas komplizierteren Abhängigkeit, so daß bei Berücksichtigung dieses Effektes die Lage der Löcher etwas in Richtung auf ω_A zu verschoben wird (in Abb. 82 gestrichelt). Die ausgestrahlte Frequenz beträgt $\omega_S < \omega_R$ (bei $\omega_R > \omega_A$). Dies gilt, solange $|\omega_A - \omega_R|$ genügend groß ist, so daß sich die symmetrisch links und rechts vom Zentrum der Zentralfrequenz der Atome, ω_A, liegenden Löcher nicht überlappen. Eine Überlappung tritt ein, wenn die Strahlungsfeldfrequenz fast resonant mit dem Atomübergang ist (Abb. 83). Dann nimmt die Zahl der invertierten Atome für $\omega_R \approx \omega_A$ relativ

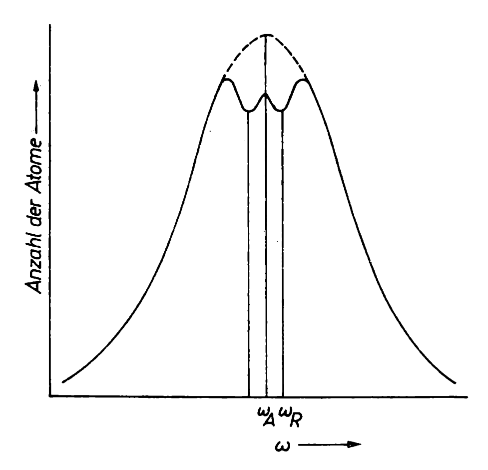


Abb. 83. Häufigkeitsverteilung der invertierten Atome für $\omega_R \approx \omega_A$

stark ab (was bezüglich der Frequenzverschiebung einen Übergang vom „pulling" zum „pushing" der Frequenz ω_R von ω_A, d. h. $\omega_S > \omega_R$, bedeutet).

Das hat zur Folge, daß unter geeigneten Bedingungen hinsichtlich Doppler-Breite, Relaxationszeiten und relativer Inversionsdichte auch die Intensität des Strahlungsfeldes abnimmt. (Als Rückwirkung der kleineren Intensität ergibt sich dann an der Stelle genauer Resonanz, $\omega_R = \omega_A$, in der Verteilungskurve ein kleines relatives Maximum innerhalb des Loches.) Betrachten wir für diesen Fall die Intensität des erzeugten Strahlungsfeldes als Funktion der Frequenz, so erhalten wir für $\omega \gg \omega_A$, $\omega \ll \omega_A$ eine Verteilung, welche für $\omega = \omega_A$ ein relatives Minimum besitzt (vgl. Abb. 84). Dieses Minimum in der Intensitätsverteilung bezeichnen wir als „Lamb-dip", da dieser Effekt erstmals von LAMB (1964) mit Hilfe der semiklassischen Theorie theoretisch untersucht und gedeutet wurde. Wir erwähnen hier nur, daß der Lamb-dip heute vielfach zur Frequenzstabilisierung von Lasern — er tritt genau an der Stelle des Atomübergangs auf — benutzt wird (Einzelheiten hierzu vgl. Kapitel 8.).

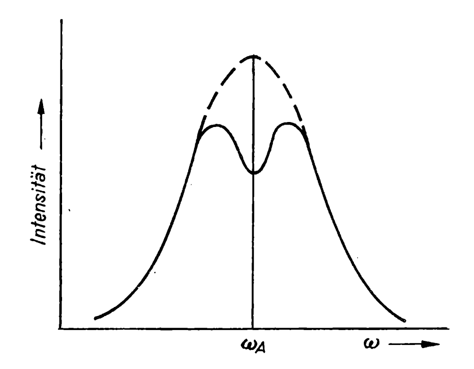


Abb. 84. Intensität des Strahlungsfeldes als Funktion der Frequenz (Lamb-dip)

Abschließend wollen wir noch auf die „Frequenzsynchronisation" („frequency locking") hinweisen, einen Effekt, der u. a. bei der gleichzeitigen Anregung von mehreren Eigenschwingungen des Resonators auftritt und der ebenfalls im Rahmen der semiklassischen Theorie zu verstehen ist. Es handelt sich hierbei darum, daß die bei Anregung von beispielsweise drei Axialmoden ω_1, ω_2, ω_3 auftretenden beiden Schwebungsfrequenzen $\omega_3 - \omega_2$ und $\omega_2 - \omega_1$ sich bei geeigneter Abstimmung des Resonators einander annähern und plötzlich zusammenfallen, wenn der Abstand zwischen $\omega_3 - \omega_2$ und $\omega_2 - \omega_1$ einen gewissen kritischen Wert, der bei etwa 10^3 Hz liegt, unterschreitet: Die Schwebungsfrequenzen werden synchronisiert.

Die semiklassische Theorie, deren Prinzip und wesentlichste Ergebnisse wir oben erläutert haben, liefert also u. a. die Intensität des Lasers und die Schwellenwerte für die Pumprate, wie wir sie auch mit Hilfe von Bilanzgleichungen erhalten haben. Darüber hinaus gestattet sie Aussagen über Frequenzverschiebungen, die Intensität als Funktion der Frequenz u. ä. sowie die mit dem Strahlungsfeld verbundene Polarisation des Atomsystems. Die klassische Behandlung des Strahlungsfeldes bedingt, daß sowohl die Amplitude als auch die Phase keinen statistischen (unkontrollierbaren) Schwankungen unterworfen sind, so wie es, denken wir an den Einfluß der spontanen Emission, tatsächlich zu erwarten ist. Die charakteristischen Eigenschaften der Strahlung selbst sind im wesentlichen, wie wir im vorigen Kapitel gesehen haben, durch die Amplituden- und Phasenfluktuationen, welche die Stabilität und die Linienbreite der Strahlung bestimmen, gegeben. Eine vollständige Lasertheorie muß auch diese Größen zu berechnen gestatten. Das bedeutet die Berücksichtigung auch der spontanen Zerfallsprozesse, wie sie zwanglos durch eine vollständig quantenmechanische Beschreibung von Atomsystem und Strahlungsfeld geliefert wird, und dieser Theorie wollen wir uns im folgenden zuwenden.

Auf die Möglichkeit, die statistischen Eigenschaften der erzeugten Strahlung im Rahmen einer klassischen Beschreibung (Langevin- oder auch van-der-Pol-Gleichung, Fokker-Planck-Gleichung) nach der phänomenologischen Einführung von Rauschgrößen zu berechnen, kommen wir im Anschluß daran noch kurz zu sprechen.

6.3.* Quantentheoretische Behandlung des Lasers

6.3.1. Ableitung und Lösung der Grundgleichungen

Zur Ableitung der Grundgleichungen gehen wir von der Wechselwirkung eines in den Eigenschwingungen λ mit den Frequenzen $\frac{\omega_\lambda}{2\pi}$ angeregten Strahlungsfeldes mit einem System von N Atomen aus, welche sich an den Orten $\boldsymbol{r}_\mu$ ($\mu = 1, 2, 3, \ldots, N$) befinden mögen. Das Strahlungsfeld sei quantisiert und wird also durch die in Kapi-

tel 1. eingeführten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $q_\lambda^\dagger$ und q_λ beschrieben. Wir erinnern daran, daß die Operatoren $q_\lambda^\dagger$, q_λ der Vertauschungsregel

$$q_\lambda q_{\lambda'}^\dagger - q_{\lambda'}^\dagger q_\lambda \equiv [q_\lambda, q_{\lambda'}^\dagger] = \delta_{\lambda\lambda'} \mathbf{1} \tag{6,51}$$

genügen und $q_\lambda^\dagger q_\lambda$ den Operator der Photonenzahl angibt. Für die Gesamtenergie des wechselwirkenden Systems und damit -- in quantenmechanischer Schreibweise — für den Hamilton-Operator des Gesamtsystems, können wir schreiben

$$H = H_\mathrm{A} + H_\mathrm{S} + H_\mathrm{W}. \tag{6,52}$$

Dabei gilt

$$H_\mathrm{A} = \sum_{\mu=1}^{N} \left[\frac{\boldsymbol{p}_\mu^2}{2m} + V_\mu(\boldsymbol{r}_\mu)\right] = \sum_\mu H_\mathrm{A}^{(\mu)}, \tag{6,53}$$

$$H_\mathrm{S} = \sum_\lambda \hbar\omega_\lambda q_\lambda^\dagger q_\lambda, \tag{6,54}$$

$$H_\mathrm{W} = -\mathrm{i} \sum_\mu \sum_\lambda \sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}}\, e\boldsymbol{r}_\mu (q_\lambda - q_\lambda^\dagger)\, \boldsymbol{E}_\lambda. \tag{6,55}$$

H_A bezeichnet dabei den Hamilton-Operator für das Atomsystem (der sich aus der kinetischen $\left(\frac{\boldsymbol{p}_\mu^2}{2m}\right)$ und der potentiellen $\left(V_\mu(\boldsymbol{r}_\mu)\right)$ Energie der Einzelatome zusammensetzt), H_S den Operator für das Strahlungsfeld ($\hbar\omega_\lambda$ ist die Energie eines Photons in der Eigenschwingung λ) sowie H_W den Wechselwirkungsoperator (vgl. hierzu Kapitel 1.).

Der Hamilton-Operator (6.52) und damit dann auch die weitere Rechnung vereinfachen sich beträchtlich, wenn wir die Operatoren für das Atomsystem im Sinne einer sogenannten zweiten Quantisierung weiterbehandeln, indem wir auch für die Atomzustände Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren einführen.

Das Prinzip dieser vielfach verwendeten Methode wollen wir kurz skizzieren. Wir bezeichnen hierzu die Wellenfunktion des Elektrons des μ-ten Atoms mit ψ_μ und entwickeln diese nach den Eigenzuständen $\varphi_{\mu k}$ (Zustand k) des Operators H_A,

$$\psi_\mu = \sum_k \alpha_{\mu k} \varphi_{\mu k} \tag{6,56}$$

mit

$$\left[\frac{\boldsymbol{p}_\mu^2}{2m} + V_\mu(\boldsymbol{r}_\mu)\right] \varphi_{\mu k} = E_{\mu k} \varphi_{\mu k}.$$

Wechselwirken die einzelnen Atome nicht direkt miteinander (z. B. über eine Dipol-Dipol-Wechselwirkung), dann können wir bei der Bildung der Gesamtwellenfunktion

für alle Atome auf eine Antisymmetrisierung (Pauli-Prinzip) verzichten und einfach

$$\Psi = \psi_1\psi_2\psi_3 \cdots \psi_N \equiv \prod_\mu \psi_\mu \tag{6,57}$$

ansetzen. Damit erhalten wir für die Energie des Atomsystems aus

$$E_{\mathrm{A}} = \int \Psi^* H_{\mathrm{A}} \Psi \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \tag{6,58}$$

unter Beachtung der Gleichungen (6,53), (6,56) und (6,57)

$$E_{\mathrm{A}} = \sum_{\mu,k} \alpha_{\mu k}^* \alpha_{\mu k} E_{\mu k}. \tag{6,59}$$

Die Aufgabe, diesen Ausdruck zu quantisieren, führt — ganz analog wie bei der Quantisierung des Strahlungsfeldes — auf die Forderung, daß die Energie eines Atoms in Einheiten von $E_{\mu k}$ geschrieben werden kann (diskrete Energiezustände des Atoms). Hinzu kommt, daß jedes Niveau k nur höchstens einmal besetzt werden darf (Pauli-Prinzip), so daß $\alpha_{\mu k}^* \alpha_{\mu k}$ nur die Werte 0 oder 1 annehmen darf. Dies wird erreicht, indem wir die betreffenden Größen als Operatoren auffassen, $\alpha_{\mu k}^* \to \alpha_{\mu k}^\dagger$, $\alpha_{\mu k} \to \alpha_{\mu k}$, und für diese die Vertauschungsregeln

$$\begin{aligned} &\alpha_{\mu k}\alpha_{\mu k'}^\dagger + \alpha_{\mu k'}^\dagger \alpha_{\mu k} \equiv \{\alpha_{\mu k}, \alpha_{\mu k'}^\dagger\} = \delta_{kk'}\,\mathbf{1}, \\ &\{\alpha_{\mu k}, \alpha_{\mu k'}\} = \{\alpha_{\mu k}^\dagger, \alpha_{\mu k'}^\dagger\} = 0 \end{aligned} \tag{6,60}$$

verlangen. (Der Einheitsoperator 1 wird im folgenden weggelassen.) Dann bedeutet $\alpha_{\mu k}^\dagger \alpha_{\mu k}$ einen Operator, dessen Erwartungswert die Wahrscheinlichkeit angibt, das Atom μ im Zustand k zu finden, während $\alpha_{\mu k}^\dagger \alpha_{\mu k'}$ den Übergang $k' \to k$ beschreibt.

Behandeln wir nach der gleichen Methode schließlich noch die Atomvariablen im Wechselwirkungsoperator, so erhalten wir für diesen Term

$$H_{\mathrm{W}} = \sum_{\substack{\mu,\lambda \\ k,k'}} h_{\mu k k' \lambda} \alpha_{\mu k}^\dagger \alpha_{\mu k'} (q_\lambda^\dagger - q_\lambda), \tag{6,61}$$

wobei die Kopplungskonstante $h_{\mu k k' \lambda}$ gegeben ist durch

$$h_{\mu k k' \lambda} = -\mathrm{i}e \sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2}} \langle \varphi_{\mu k} | \boldsymbol{r}_\mu | \varphi_{\mu k'} \rangle \boldsymbol{E}_\lambda = -h_{\mu k' k \lambda}^*. \tag{6,62}$$

In Gl. (6,61) steht das Produkt $\alpha_{\mu k}^\dagger \alpha_{\mu k'} q_\lambda^\dagger$ für einen Vorgang, bei dem ein Photon der Sorte λ erzeugt wird und das Atom μ gleichzeitig vom Zustand k' in k übergeht, wobei die Wahrscheinlichkeit für diese Umwandlung durch $|h_{\mu k k' \lambda}|^2$ gegeben ist. Betrachten wir nur die Prozesse, bei denen die Erzeugung eines Photons (Emission) mit einem Atomübergang $k' \to k$, $E_{k'} > E_k$, bzw. die Vernichtung eines Photons (Absorption) mit dem Übergang $k \to k'$, $E_{k'} > E_k$, verbunden ist („rotating wave approximation"), dann können wir schließlich unter Benutzung der Gleichungen (6,54), (6,59) und

(6,61) für den Gesamt-Hamilton-Operator folgenden Ausdruck schreiben:

$$H = \sum_{\mu,k} E_{\mu k}\alpha^{\dagger}_{\mu k}\,\alpha_{\mu k} + \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\lambda} q_{\lambda}{}^{\dagger} q_{\lambda} + \sum_{\substack{\mu,\lambda \\ k<k'}} (h_{\mu k k' \lambda}\alpha^{\dagger}_{\mu k}\alpha_{\mu k'} q_{\lambda}{}^{\dagger} - h_{\mu k' k \lambda}\alpha^{\dagger}_{\mu k'}\alpha_{\mu k} q_{\lambda})\,. \qquad (6,63)$$

Zur Vereinfachung der weiteren Rechnung wollen wir voraussetzen, daß die betrachteten Atome, die mit dem Strahlungsfeld wechselwirken, nur zwei Niveaus besitzen. Wie die Überlegungen in den vorhergehenden Abschnitten zeigen, lassen sich auch mit dieser Vereinfachung die wesentlichen Eigenschaften des Laservorganges untersuchen. (Vielfach liegen die realen Verhältnisse so, daß die eigentlichen zwei Laserniveaus durch schnelle Relaxationsübergänge mit den anderen Atomniveaus verbunden sind, so daß sich das Atom praktisch auf ein 2-Niveau-System reduziert.) Diese Beschränkung bringt den Vorteil, daß sich die weitere Rechnung durch die Einführung der aus der Festkörpertheorie bekannten „spin flip"-Operatoren wesentlich vereinfachen läßt.

Setzen wir also

$$k = 1,\, k' = 2, \qquad E_{\mu 2} > E_{\mu 1}\,, \qquad (6,64)$$

dann können wir die neuen Operatoren

$$a_{\mu}{}^{\dagger} = \alpha^{\dagger}_{\mu 2}\alpha_{\mu 1}\,, \qquad a_{\mu} = \alpha^{\dagger}_{\mu 1}\alpha_{\mu 2} \qquad (6,65)$$

einführen, welche dem Übergang $1 \to 2$ (Absorption) bzw. $2 \to 1$ (Emission) entsprechen und nach Gl. (6,60) der Vertauschungsregel

$$\{a_{\mu}, a_{\mu}{}^{\dagger}\} = 1 \qquad (6,66)$$

genügen. $a_{\mu}{}^{\dagger}a_{\mu}$ ist der Operator für die Besetzung des oberen Niveaus, $a_{\mu}a_{\mu}{}^{\dagger}$ der für das untere Niveau. Mit Gl. (6,64) und Gl. (6,65) ist dann für den Hamilton-Operator (6,63) zu schreiben:

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\mu} \hbar\omega_{\mu}\sigma_{\mu} + \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\lambda} q_{\lambda}{}^{\dagger} q_{\lambda} + \hbar \sum_{\mu,\lambda} (h^{*}_{\mu\lambda} a_{\mu}{}^{\dagger} q_{\lambda} + h_{\mu\lambda} a_{\mu} q^{\dagger}_{\lambda})\,. \qquad (6,67)$$

Dabei wurde $E_{\mu 2} - E_{\mu 1} = \hbar\omega_{\mu}$ gesetzt und der Energienullpunkt in die Mitte zwischen den beiden Niveaus gelegt. $\sigma_{\mu} = a_{\mu}{}^{\dagger}a_{\mu} - a_{\mu}a_{\mu}{}^{\dagger}$ bezeichnet den Operator der Inversion. Außerdem haben wir an der Kopplungskonstanten $h_{\mu 12\lambda}$ die Indizes 1, 2 fortgelassen und $h_{\mu 12\lambda}$ durch $\hbar h_{\mu\lambda}$ ersetzt.

Im Rahmen der Heisenberg-Darstellung (Operatoren zeitabhängig) gilt nun für die Bewegungsgleichung eines Operators O

$$\dot{O} = \frac{i}{\hbar}\,[H, O]\,, \qquad (6,68)$$

so daß sich aus Gl. (6,67) die Bewegungsgleichungen für die Strahlungsfeld- und

Atomvariablen in der folgenden Form ergeben:

$$\dot{q}_\lambda{}^\dagger = \mathrm{i}\omega_\lambda q_\lambda{}^\dagger + \mathrm{i}\sum_\mu h^*_{\mu\lambda} a_\mu{}^\dagger, \tag{6,69}$$

$$\dot{a}_\mu{}^\dagger = \mathrm{i}\omega_\mu a_\mu{}^\dagger - \mathrm{i}\sum_\lambda h_{\mu\lambda} q_\lambda{}^\dagger \sigma_\mu, \tag{6,70}$$

$$\dot{\sigma}_\mu = 2\mathrm{i}\sum_\lambda (h_{\mu\lambda} q_\lambda{}^\dagger a_\mu - h^*_{\mu\lambda} a_\mu{}^\dagger q_\lambda). \tag{6,71}$$

Dabei haben wir auch die Gleichung für die Inversion σ_μ aufgeschrieben, was sich für die Lösung des Gleichungssystems wegen der Nichtlinearität in den Atomoperatoren als zweckmäßig (wenn auch nicht notwendig) erweist.

Die Gleichungen (6,69) bis (6,71) beschreiben ganz allgemein die Wechselwirkung zwischen N 2-Niveau-Atomen und einem in verschiedenen Eigenschwingungen λ angeregten Strahlungsfeld in einem verlustfreien Resonator. Sie sind nun zur Beschreibung des Lasers so zu erweitern, daß die für den Laserprozeß wesentlichen Vorgänge der Energiezufuhr beim Pumpen (zur Erzeugung der notwendigen Besetzungsinversion der Atomniveaus) sowie der Verluste des Strahlungsfeldes Berücksichtigung finden. Hinzu kommt, daß die endlichen Lebensdauern der Atomniveaus (in der semiklassischen Theorie durch γ_1, γ_2 gegeben) in Rechnung gestellt werden müssen.

Zur vollständigen Beschreibung des Lasers wurden die Gleichungen (6,69) bis (6,71) von HAKEN und SAUERMANN (1963) durch die phänomenologische Einführung der Verluste des Strahlungsfeldes, der endlichen Lebensdauer der Atomniveaus sowie eines das Pumpen beschreibenden Terms erweitert. Es wurde ersetzt

$$\begin{aligned} \omega_\lambda &\to \omega_\lambda + \mathrm{i}\varkappa_\lambda, \\ \omega_\mu &\to \omega_\mu + \mathrm{i}\Gamma_\mu, \end{aligned} \tag{6,72}$$

wobei $\varkappa_\lambda$ die Dämpfung der Amplitude[1]) des Strahlungsfeldes beschreibt und Γ_μ ein Maß für die Linienbreite des Überganges $2 \to 1$ ist.

Um das Pumpen zu erfassen, ist — wie man sich leicht überzeugt — auf der rechten Seite von Gl. (6,71) ein Term $(\sigma_0 - \sigma_\mu)/T$ hinzuzufügen. Dabei stellt σ_0 die sich bei Abschaltung des Strahlungsfeldes mit einer Relaxationszeit T einstellende (also allein durch das Pumpen bedingte) Inversion dar, wie durch Lösung der Gleichung

$$\dot{\sigma}_\mu = \frac{\sigma_0 - \sigma_\mu}{T} \tag{6,73}$$

unmittelbar deutlich wird.

Diese so erweiterten Gleichungen sind nun zwar geeignet, in Analogie zur semiklassischen Theorie die Dynamik des Laservorganges wie auch frequenzabhängige Effekte relativ einfach zu berechnen, sie reichen jedoch nicht aus, um auch die sta-

[1]) Im Gegensatz dazu beschreibt die Größe $\varkappa$ in den vorhergehenden Abschnitten die Dämpfung der Intensität.

tistischen Eigenschaften des Strahlungsfeldes, wie Amplituden- und Phasenfluktuationen, zu untersuchen. Dies hat seinen Grund darin, daß die Gleichungen durch die phänomenologische Modifizierung quantenmechanisch nicht mehr konsistent sind, also eine Beschreibung der spontanen (fluktuierenden) Prozesse nicht mehr gewährleistet ist. Wie unschwer zu erkennen ist (man löse etwa einfach die erweiterte Gleichung des freien Strahlungsfeldes $\dot{q}_\lambda^\dagger = (\mathrm{i}\omega_\lambda - \varkappa_\lambda)\, q_\lambda^\dagger$), gilt die Vertauschungsregel $[q_\lambda, q_\lambda^\dagger] = 1$ nicht mehr, ebenso ist $\{a_\mu, a_\mu^\dagger\} = 1$ nicht erfüllt, und auch der Zusammenhang $\sigma_\mu = a_\mu^\dagger a_\mu - a_\mu a_\mu^\dagger$ wird verletzt. Die mit den Ergänzungen (6,72), (6,73) phänomenologisch modifizierten Gleichungen (6,69) bis (6,71) sind nur noch als klassische Gleichungen zu verstehen (und werden in diesem Sinne auch vielfach verwendet).

Wir müssen uns somit überlegen, wie eine quantenmechanisch konsistente Beschreibung der Verluste und des Pumpmechanismus zu erreichen ist.

Es handelt sich hierbei um irreversible Vorgänge, welche in einem abgeschlossenen System mit endlich vielen Freiheitsgraden nicht zu erfassen sind. Exakt ist daher in der Weise vorzugehen, daß — betrachten wir beispielsweise die Verluste des Strahlungsfeldes — an das Strahlungsfeld ein System mit unendlich vielen Energieniveaus anzukoppeln ist, welches als Verlustmechanismus für das Feld wirkt und die quantenmechanische Konsistenz für die Feldoperatoren gewährleistet. Als Verlustsystem wird üblicherweise ein Wärmebad, auch als Verlustbad bezeichnet, vorausgesetzt. Ganz analog ist ein Pumpbad anzukoppeln, welches die Anregung der Atome bewirkt. Wir wollen die entsprechenden Rechnungen hier nicht durchführen (vgl. z. B. Senitzky (1960, 1961, 1963), Sauermann (1965), Paul (1969)), sondern nur das Ergebnis notieren, das uns dann eine einfache heuristische Ableitung der quantenmechanischen Grundgleichungen erlaubt. Es ergibt sich, daß in der Quantenmechanik generell irreversible Prozesse Fluktuationen bedingen und umgekehrt (Dissipations-Fluktuations-Theorem). Das bedeutet, daß ein Strahlungsfeld mit Verlusten in jedem Fall auch Fluktuationen aufweist.

Anschaulich können wir uns diesen Sachverhalt etwa in der Weise vorstellen, daß das Strahlungsfeld (denken wir an Absorptionsverluste) seine Energie nur in Form von diskreten Energiequanten (Photonen) abgeben kann, so daß Fluktuationen in der Intensität und damit auch in der Phase unvermeidlich sind. Genauso erfolgt die Anregung eines Atomsystems (Pumpen) beispielsweise durch die Absorption einzelner Photonen oder über diskrete Stöße und damit durch sprunghafte Anregung verschiedener Atome.

Wir können die quantenmechanischen Gleichungen nun einfach in der Weise gewinnen, daß wir — betrachten wir zunächst die Verluste des Strahlungsfeldes — in Gl. (6,69) neben der Verlustkonstanten $\varkappa$ einen Fluktuationsoperator $F_\lambda(t)$ einführen, der in der Weise zu definieren ist, daß sein Erwartungswert (Mittelwert) verschwindet,

$$\langle F_\lambda(t)\rangle = 0, \tag{6,74}$$

während die Korrelationsfunktionen 1. Ordnung, $\langle F_\lambda^\dagger(t_1)\, F_\lambda(t_2)\rangle$ bzw. $\langle F_\lambda(t_1)\, F_\lambda^\dagger(t_2)\rangle$, so zu bestimmen sind, daß die quantenmechanische Konsistenz der Gleichung für das Strahlungsfeld bei Mittelung über die Fluktuationsoperatoren gewährleistet ist.

Unter der physikalischen Voraussetzung, daß die Fluktuationsoperatoren Markow-Charakter besitzen, d. h., daß das Verlustbad ein statistisches System darstellt, dessen Eigenschaften nicht von der Vorgeschichte abhängen (das Bad also „kein Gedächtnis besitzt"), können wir für die Korrelationsfunktionen ansetzen:

$$e^{i\omega_\lambda(t_2-t_1)}\langle F_\lambda^\dagger(t_1)\, F_\lambda(t_2)\rangle = g_1\delta(t_1 - t_2) \tag{6,75}$$

und

$$e^{i\omega_\lambda(t_1-t_2)}\langle F_\lambda(t_1)\, F_\lambda^\dagger(t_2)\rangle = g_2\delta(t_1 - t_2). \tag{6,76}$$

Physikalisch bedeutet die δ-Funktion für die zeitliche Korrelation der Fluktuationsoperatoren $F_\lambda^\dagger(t)$, $F_\lambda(t)$, daß der Absorptionsvorgang (unendlich) kurz ist im Vergleich zur gesamten (mittleren) Lebensdauer des Strahlungsfeldes.

Für Gl. (6,69) können wir also — betrachten wir nur das freie Strahlungsfeld —

$$\dot{q}_\lambda^\dagger = (i\omega_\lambda - \varkappa_\lambda)\, q_\lambda^\dagger + F_\lambda^\dagger(t) \tag{6,77}$$

schreiben, wobei die Eigenschaften der Fluktuationsoperatoren durch die Gleichungen (6,74) bis (6,76) definiert und die noch unbekannten Faktoren g_1, g_2 aus den Forderungen

$$\langle n_\lambda\rangle = \langle q_\lambda^\dagger q_\lambda\rangle \qquad \text{(mittlere Photonenzahl)} \tag{6,78}$$

und

$$[q_\lambda, q_\lambda^\dagger] = 1 \qquad \text{(Vertauschungsregel)} \tag{6,79}$$

zu bestimmen sind.

Aus Gl. (6,77) folgt für den stationären Zustand

$$q_\lambda^\dagger(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} F_\lambda^\dagger(t_1)\, e^{(i\omega_\lambda-\varkappa_\lambda)(t-t_1)}\, dt_1, \tag{6,80}$$

und damit ergibt sich

$$\langle q_\lambda^\dagger q_\lambda\rangle = \int\limits_{-\infty}^{t}\int\limits_{-\infty}^{t} \langle F_\lambda^\dagger(t_1)\, F_\lambda(t_2)\rangle\, e^{(i\omega_\lambda-\varkappa_\lambda)(t-t_1)} e^{(-i\omega_\lambda-\varkappa_\lambda)(t-t_2)}\, dt_1\, dt_2\,. \tag{6,81}$$

Hieraus folgt mit Gl. (6,75)

$$\langle q_\lambda^\dagger q_\lambda\rangle = \langle n_\lambda\rangle = \frac{g_1}{2\varkappa_\lambda}, \tag{6,82}$$

und auf entsprechende Weise erhalten wir

$$\langle [q_\lambda, q_\lambda^\dagger] \rangle = 1 = \frac{1}{2\varkappa_\lambda} (g_2 - g_1). \tag{6,83}$$

Ist T die Temperatur des Bades, dann ist bei Gleichgewicht zwischen Strahlungsfeld und Verlustbad die Photonenzahl durch

$$\langle n_\lambda \rangle = n_{\text{therm}} = \left(e^{\frac{\hbar\omega_\lambda}{kT}} - 1 \right)^{-1} \tag{6,84}$$

gegeben. Betrachten wir — wie beim Laser üblich — die Ausstrahlung ins Vakuum, dann ist $T = 0$ und damit $n_{\text{therm}} = 0$, so daß

$$g_1 = 0 \tag{6,85}$$

und damit

$$g_2 = 2\varkappa_\lambda \tag{6,86}$$

gilt.

Diese hier kurz skizzierte Methode der heuristischen Herleitung quantenmechanisch konsistenter Gleichungen bei Vorhandensein eines irreversiblen Prozesses läßt sich in gleicher Weise auf die Behandlung der endlichen Lebensdauer der Atomniveaus (Relaxationsprozesse) sowie des Pumpmechanismus übertragen.

Hier wird die durch Gl. (6,72) modifizierte Gl. (6,70) — wir betrachten wiederum nur die entkoppelte Gleichung — durch einen Fluktuationsoperator $\Gamma_\mu^\dagger$ (für das μ-te Atom) erweitert,

$$\dot{a}_\mu^\dagger = (i\omega_\mu - \Gamma)\, a_\mu^\dagger + \Gamma_\mu^\dagger(t). \tag{6,87}$$

Für die Korrelationsfunktionen der Operatoren Γ_μ und $\Gamma_\mu^\dagger$ (im folgenden zusammenfassend mehrfach mit $\Gamma_\mu^{(\dagger)}$ bezeichnet) gilt, setzen wir wiederum Markow-Charakter voraus,

$$e^{i\omega_\mu(t_2 - t_1)} \langle \Gamma_\mu^\dagger(t_1)\, \Gamma_\mu(t_2) \rangle = d_1 \delta(t_1 - t_2) \tag{6,88}$$

und

$$e^{i\omega_\mu(t_1 - t_2)} \langle \Gamma_\mu(t_1)\, \Gamma_\mu^\dagger(t_2) \rangle = d_2 \delta(t_1 - t_2). \tag{6,89}$$

Zwischen Operatoren, die sich auf verschiedene Atome μ, μ' beziehen, existieren keine Korrelationen. Die Faktoren d_1 und d_2 sind durch die Vertauschungsregel für die Atomoperatoren, $\langle \{a_\mu, a_\mu^\dagger\} \rangle = 1$, und die Besetzungszahl im oberen Zustand, $N_{2\mu} = \langle a_\mu^\dagger a_\mu \rangle$ (bzw. durch die Besetzungszahlen $N_{2\mu} = \langle a_\mu^\dagger a_\mu \rangle$ und $N_{1\mu} = \langle a_\mu a_\mu^\dagger \rangle$ im oberen und unteren Zustand, wobei dann wegen $N_{2\mu} + N_{1\mu} = 1$ auch die Vertauschungsregel erfüllt ist), festgelegt. Nach einfacher Rechnung ergibt sich, daß d_1 ein Maß für die Stärke des Pumpens (ausgedrückt durch β) ist, während d_2 die

Relaxationsprozesse (γ) beschreibt. Es gilt

$$\begin{aligned} \Gamma &= \beta + \gamma, \\ d_1 &= 2\beta, \; d_2 = 2\gamma. \end{aligned} \tag{6,90}$$

Die quantenmechanisch konsistente Gleichung für die Inversion σ_μ ist durch Bildung von $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,(a_\mu{}^\dagger a_\mu - a_\mu a_\mu{}^\dagger)$ ebenfalls leicht zu gewinnen. Allerdings ist dann auch der Fluktuationsoperator für σ_μ, den wir mit S_μ bezeichnen wollen, als Funktion der $\Gamma_\mu{}^\dagger$, Γ_μ festgelegt. Damit ist aber die Forderung nach quantenmechanischer Konsistenz, welche für den Operator der Inversion $\sigma_\mu{}^2 = 1$ verlangt, nicht ohne weiteres zu erfüllen.[1]) Um dieser Forderung doch zu genügen, können wir aber so vorgehen, daß wir auch für S_μ Markow-Charakter fordern (SAUERMANN (1965)),

$$\langle S_\mu(t)\rangle = 0, \tag{6,91}$$

$$\langle S_\mu(t_1)\, S_\mu(t_2)\rangle = d_3 \delta(t_1 - t_2). \tag{6,92}$$

Den Faktor d_3 bestimmen wir dann aus $\langle \sigma_\mu{}^2\rangle = 1$ zu

$$d_3 = \frac{4\beta\gamma}{\Gamma}. \tag{6,93}$$

Damit können wir das vollständige, quantenmechanisch konsistente Gleichungssystem zur Beschreibung des Lasers in folgender Form aufschreiben:

$$\dot{q}_\lambda{}^\dagger = (\mathrm{i}\omega_\lambda - \varkappa_\lambda)\, q_\lambda{}^\dagger + \mathrm{i} \sum_\mu h^*_{\mu\lambda} a_\mu{}^\dagger + F_\lambda{}^\dagger, \tag{6,94}$$

$$\dot{a}_\mu{}^\dagger = (\mathrm{i}\omega_\mu - \Gamma)\, a_\mu{}^\dagger - \mathrm{i} \sum_\lambda h_{\mu\lambda} q_\lambda{}^\dagger \sigma_\mu + \Gamma_\mu{}^\dagger, \tag{6,95}$$

$$\dot{\sigma}_\mu = 2\Gamma(\sigma_0 - \sigma_\mu) + 2\mathrm{i} \sum_\lambda (h_{\mu\lambda} q_\lambda{}^\dagger a_\mu - h^*_{\mu\lambda} a_\mu{}^\dagger q_\lambda) + 2S_\mu \tag{6,96}$$

mit $\sigma_0 = \frac{\beta - \gamma}{\beta + \gamma}$ und $\Gamma = \beta + \gamma$. Die Fluktuationsoperatoren sind durch

$$\langle F_\lambda{}^{(\dagger)}(t)\rangle = 0,\; \langle \Gamma_\mu{}^{(\dagger)}(t)\rangle = 0,\; \langle S_\mu(t)\rangle = 0 \tag{6,97}$$

und ihre Korrelationsfunktionen

$$\begin{aligned} &\langle F_\lambda{}^\dagger(t_1)\, F_\lambda(t_2)\rangle = 0,\; \mathrm{e}^{i\omega_\lambda(t_1 - t_2)}\langle F_\lambda(t_1)\, F_\lambda{}^\dagger(t_2)\rangle = 2\varkappa_\lambda \delta(t_1 - t_2), \\ &\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_\mu(t_2 - t_1)}\langle \Gamma_\mu{}^\dagger(t_1)\, \Gamma_\mu(t_2)\rangle = 2\beta\delta(t_1 - t_2),\; \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_\mu(t_1 - t_2)}\langle \Gamma_\mu(t_1)\, \Gamma_\mu{}^\dagger(t_2)\rangle = 2\gamma\delta(t_1 - t_2), \\ &\langle S_\mu(t_1)\, S_\mu(t_2)\rangle = \frac{4\beta\gamma}{\Gamma}\, \delta(t_1 - t_2) \end{aligned} \tag{6,98}$$

definiert.

---

[1]) Dies ist dadurch bedingt, daß als Folge der Nichtlinearität des Atomsystems die Größen $\Gamma_\mu{}^\dagger$, Γ_μ exakt keine reinen Badoperatoren sein können.

Bilden wir die Erwartungswerte, dann gehen die Gleichungen (6,94) bis (6,96) wegen Gl. (6,97) in die klassischen Gleichungen des Lasers über. Daraus lassen sich nach Elimination von a_μ direkt die bekannten Bilanzgleichungen ableiten, und auch die in Abschnitt 6.2. diskutierten Frequenzverschiebungseffekte können auf diesem Wege unschwer berechnet werden.

Der Vergleich mit Gl. (6,73) zeigt, daß $\sigma_0 = \frac{\beta - \gamma}{\beta + \gamma}$ die durch den Pumpmechanismus und die Relaxationsprozesse bei fehlendem Strahlungsfeld erzeugte Inversion angibt. β ist dabei ein Maß für die Stärke des Pumpens, wobei durch den dazugehörigen Prozeß das untere Niveau entleert und gleichzeitig (die übrigen Übergänge sind unendlich schnell) das obere Niveau aufgefüllt wird, das, bei fehlendem Strahlungsfeld, allein durch γ wieder entleert wird. Bemerkenswert ist jedoch, daß die Linienbreite des Atomübergangs durch $\Gamma = \beta + \gamma$ gegeben ist, also auch mit der Stärke des Pumpens anwächst. Der Grund hierfür ist, daß dieser statistische Prozeß zu einer Phasenzerstörung des schwingenden Dipolmoments führt. Man spricht in diesem Zusammenhang von transversalen (Phasenzerstörung) und longitudinalen (Besetzungsänderung) Relaxationszeiten.

Die oben abgeleiteten Gleichungen (6,94) bis (6,96) beschreiben zusammen mit den Beziehungen (6,97) und (6,98) das Laserfeld eindeutig, einschließlich seiner Phasenfluktuationen, die im wesentlichen die Linienbreite bestimmen, sowie der Intensitätsschwankungen, durch die sich — wie wir wissen — das Strahlungsfeld des Lasers prinzipiell von der Strahlung einer thermischen Lichtquelle unterscheidet. Zur Berechnung der Linienbreite müssen wir die Korrelationsfunktion 1. Ordnung

$$K_1(\tau) = \langle q^\dagger(t + \tau)\, q(t)\rangle \tag{6,99}$$

ermitteln, aus der sich durch die Fouriertransformation

$$W(\omega_0 - \omega) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} K_1(\tau)\, e^{-i\omega_0\tau}\, d\tau \tag{6,100}$$

die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Frequenz ω und damit die Linienbreite ergibt.

Die Intensitätsfluktuationen, welche die Photonenstatistik des Strahlungsfeldes bestimmen, folgen für $\tau = 0$ aus der allgemeinen Korrelationsfunktion 2. Ordnung

$$K_2(\tau) = \langle q^\dagger(t)\, q^\dagger(t + \tau)\, q(t + \tau)\, q(t)\rangle \tag{6,101}$$

zu

$$\langle \Delta I^2\rangle = K_2(0) - \langle n\rangle^2, \tag{6,102}$$

während für das mittlere Schwankungsquadrat der Photonenzahl, das wir im Abschnitt 5.3. betrachtet haben,

$$\langle(\Delta n)^2\rangle = \langle q^\dagger(t)\, q(t)\, q^\dagger(t)\, q(t)\rangle - \langle q^\dagger(t)\, q(t)\rangle^2 = K_2(0) - \langle n\rangle^2 + \langle n\rangle \tag{6,103}$$

gilt.

Wir stehen damit vor der Aufgabe, zur Ermittlung der Linienbreite und der Photonenstatistik der Laserstrahlung aus dem obigen Gleichungssystem den Feldoperator q_λ zu berechnen. Dabei wollen wir uns auf eine Eigenschwingung beschränken, so daß wir den Index λ streichen können. Zur näherungsweisen Lösung der Gleichungen (6,94) bis (6,96) berücksichtigen wir nur kleine Abweichungen vom stationären Zustand. Wir können daher voraussetzen, daß σ_μ wie auch $\hat{q}(t)$ (wobei $q(t) = \hat{q}(t)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$ gilt) zeitlich nur schwach veränderlich sind gegenüber $\mathrm{e}^{-\Gamma t}$, so daß sich Gl. (6,95) näherungsweise integrieren läßt. Es folgt

$$a_\mu^\dagger(t) \approx -\,\mathrm{i}h_\mu \frac{\sigma_\mu q^\dagger}{\mathrm{i}(\omega - \omega_\mu) + \Gamma} + A_\mu^\dagger(t), \tag{6,104}$$

wobei wir die Abkürzung

$$A_\mu^\dagger(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} \Gamma_\mu^\dagger(t')\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}\omega_\mu - \Gamma)(t-t')}\, \mathrm{d}t' \tag{6,105}$$

verwendet haben. Setzen wir diesen Ausdruck in die Gleichungen (6,94) und (6,96) ein, so erhalten wir für den Resonanzfall, $\omega = \omega_\mu$,

$$\dot{q}^\dagger = \left(\mathrm{i}\omega - \varkappa + \sum_\mu \frac{|h_\mu|^2}{\Gamma}\, \sigma_\mu\right) q^\dagger + \mathrm{i} \sum_\mu h_\mu^* A_\mu^\dagger(t) + F^\dagger(t), \tag{6,106}$$

$$\dot{\sigma}_\mu = 2\Gamma(\sigma_0 - \sigma_\mu) - \frac{4|h_\mu|^2}{\Gamma}\, \sigma_\mu q^\dagger q + 2\mathrm{i}[h_\mu q^\dagger A_\mu(t) - h_\mu^* A_\mu^\dagger(t)\, q] + 2S_\mu(t). \tag{6,107}$$

Wir wollen dieses Gleichungssystem zunächst für den linearen Bereich, d. h. unterhalb der Laserschwelle, auswerten, der dadurch gekennzeichnet ist, daß die Besetzungsinversion σ_μ noch nicht von den Strahlungsfeldgrößen $q^\dagger q$ abhängt. Es gilt also $\sigma_\mu = \sigma_0$, so daß wir Gl. (6,106) integrieren können,

$$q_{\mathrm{lin}}^\dagger(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} \left[\mathrm{i} \sum_\mu h_\mu^* A_\mu^\dagger(t') + F^\dagger(t')\right] \mathrm{e}^{\left(\mathrm{i}\omega - \varkappa + \frac{N|h|^2}{\Gamma}\sigma_0\right)(t-t')}\, \mathrm{d}t'. \tag{6,108}$$

Dabei haben wir die Kopplungskonstante h_μ für alle Atome als gleich vorausgesetzt, $h_\mu = h$, so daß bei N Atomen $\sum_\mu |h_\mu|^2 = N|h|^2$ gilt. Physikalisch beschreibt Gl. (6,108) die wegen $\frac{N|h|^2}{\Gamma}\, \sigma_0 > 0$ verstärkte spontane Emission (Rauschen). Setzen wir den

Ausdruck (6,108) in Gl. (6,99) ein, dann erhalten wir mit den Beziehungen (6,98) für $\Gamma \gg \varkappa$

$$K_1(\tau) = \frac{N|h|^2\beta}{\Gamma^2\varkappa} \frac{1}{1-\sigma_R} e^{-\varkappa(1-\sigma_R)|\tau|} e^{i\omega\tau} \tag{6,109}$$

mit

$$\sigma_R = \frac{N|h|^2}{\Gamma\varkappa} \sigma_0.$$

Hieraus folgt für $\tau = 0$ die mittlere Photonenzahl $\langle n_{\text{lin}} \rangle$ zu

$$\langle n_{\text{lin}} \rangle = \frac{N|h|^2\beta}{\Gamma^2\varkappa(1-\sigma_R)}. \tag{6,110}$$

Ferner ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (6,109) in Gl. (6,100) die Frequenzverteilung

$$W(\omega_0 - \omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\varkappa(1-\sigma_R)}{(\omega_0-\omega)^2 + \varkappa^2(1-\sigma_R)^2} \langle n_{\text{lin}} \rangle, \tag{6,111}$$

so daß die Linienbreite im linearen Bereich durch

$$\Delta\omega = 2\varkappa(1-\sigma_R) \approx \frac{2\varkappa\sigma_R}{\langle n_{\text{lin}} \rangle} \tag{6,112}$$

gegeben ist, wobei die Näherung für $\beta \gg \gamma$ gilt.

Bei der Berechnung der Korrelationsfunktion 2. Ordnung und damit des Schwankungsquadrates für die Photonenzahl gemäß Gl. (6,103) haben wir zu beachten, daß für Vierer-Produkte der statistischen Fluktuationsoperatoren $\Gamma_\mu^\dagger$, Γ_μ (Senitzky (1961))

$$\langle \Gamma_\mu^\dagger(t_1)\, \Gamma_\mu^\dagger(t_2)\, \Gamma_\mu(t_3)\, \Gamma_\mu(t_4) \rangle = \langle \Gamma_\mu^\dagger(t_1)\, \Gamma_\mu(t_3) \rangle \langle \Gamma_\mu^\dagger(t_2)\, \Gamma_\mu(t_4) \rangle$$
$$+ \langle \Gamma_\mu^\dagger(t_1)\, \Gamma_\mu(t_4) \rangle \langle \Gamma_\mu^\dagger(t_2)\, \Gamma_\mu(t_3) \rangle \tag{6,113}$$

gilt. Damit erhalten wir dann nach einfacher Rechnung

$$\langle (\Delta n)^2_{\text{lin}} \rangle = \langle n_{\text{lin}} \rangle^2 + \langle n_{\text{lin}} \rangle. \tag{6,114}$$

Das mittlere Schwankungsquadrat ist also genau gleich dem Ausdruck (siehe Gl. (5,29)), den man für thermisches Licht erhält.

Wird der Laser unterhalb der Schwelle betrieben, dann liefert die quantenmechanische Rechnung ein Strahlungsfeld mit Eigenschaften, die denen einer natürlichen Lichtquelle entsprechen.

Die Photonenzahl wird dabei durch die Stärke des Pumpens bestimmt. Gleichung

(6,110) zeigt, daß die Photonenzahl um so größer wird, je größer σ_R ist. Für $\sigma_R \lesseqgtr 1$, d. h. in der Nähe der eigentlichen Laserschwelle, reicht jedoch die lineare Näherung nicht mehr aus, und wir müssen eine allgemeine Lösung des Systems (6,106), (6,107) suchen. Wir verwenden hierzu die vielfach benutzte Methode der Linearisierung bezüglich des Operatorcharakters und gehen von der Lösung der Gleichungen (6,106) und (6,107) bei gestrichenen Rauschoperatoren $F^{(\dagger)}$, $\Gamma_\mu{}^{(\dagger)}$ und S_μ aus. Aus den so erhaltenen Gleichungen, die der klassischen Behandlung entsprechen, folgt dann im stationären Zustand

$$\sigma_\mu = \frac{\sigma_0}{1 + \dfrac{2|h^2|n_0}{\Gamma^2}} \tag{6,115}$$

und nach Einsetzen dieses Ausdruckes in Gl. (6,106)

$$n_0 = \left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}\sigma_0 - 1\right)\frac{\Gamma^2}{2|h|^2} = (\sigma_R - 1)\frac{\Gamma^2}{2|h|^2}. \tag{6,116}$$

Daraus ist sofort der Schwellenwert für die Pumpintensität,

$$\sigma_0{}^{(\mathrm{Sch})} = \frac{\varkappa\Gamma}{N|h|^2}, \tag{6,117}$$

zu entnehmen.

Bei Berücksichtigung der Rauschoperatoren erhalten wir eine Gleichung für den Strahlungsfeldoperator $q^\dagger$ allein, wenn wir den aus Gl. (6,107) zu bestimmenden Ausdruck für σ_μ in Gl. (6,106) einsetzen.

Bei Vernachlässigung von $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\, q^\dagger q$ gegenüber $q^\dagger q$ folgt aus Gl. (6,107) näherungsweise

$$\sigma_\mu(t) = \frac{\sigma_0}{1 + \dfrac{2|h|^2 q^\dagger q}{\Gamma^2}} - 2\mathrm{i}\int_{-\infty}^{t} [h^* A_\mu{}^\dagger q - h q^\dagger A_\mu + \mathrm{i} S_\mu]\, \mathrm{e}^{-\int_{t'}^{t}\left(2\Gamma + \frac{4|h|^2 q^\dagger q}{\Gamma}\right)\mathrm{d}t''}\, \mathrm{d}t', \tag{6,118}$$

wobei wir auch den Integralterm, der die Fluktuationen der Inversion beschreibt, in Schwellennähe, und darauf wollen wir uns beschränken, noch vernachlässigen können.

Damit erhalten wir schließlich die nichtlineare Operatorgleichung

$$\dot{q}^\dagger = \left(\mathrm{i}\omega - \varkappa + \frac{N|h|^2\sigma_0}{\Gamma}\,\frac{1}{1 + \dfrac{2|h|^2 q^\dagger q}{\Gamma^2}}\right) q^\dagger + \mathrm{i}\sum_\mu h^* A_\mu{}^\dagger(t) + F^\dagger(t). \tag{6,119}$$

Zur Lösung von Gl. (6,119) denken wir an die Heitlersche Einführung des Phasenoperators Φ,

$$q^{\dagger}(t) = \sqrt{q^{\dagger}q}\, e^{i\omega t + i\Phi(t)}, \tag{6,120}$$

und machen unter Benutzung von Gl. (6,116) den Ansatz

$$q^{\dagger}(t) = \left(\sqrt{n_0} + \varrho\right) e^{i\omega t + i\int_{-\infty}^{t}\varphi(t')dt'}. \tag{6,121}$$

Dabei beschreiben ϱ den Fluktuationsoperator für die Amplitude und φ den Phasenoperator. Für diese Größen gilt

$$\langle\varrho\rangle = 0, \ \langle\varphi\rangle = 0, \tag{6,122}$$

d. h., es sind statistische Fluktuationsoperatoren wie $F^{(\dagger)}$, $\Gamma_{\mu}^{(\dagger)}$ und S_{μ}, deren Erwartungswerte (bzw. — im klassischen Sinne — deren Mittelwerte) verschwinden. Auf diese Weise ist garantiert, daß wir bei gestrichenen Rauschtermen die Lösung

$$\langle q^{\dagger}q\rangle = n_0 \tag{6,123}$$

erhalten. Wir setzen voraus, daß der Operator ϱ als Korrektur zu betrachten ist, daß also

$$\langle q^{\dagger}q\rangle \equiv \langle n\rangle = n_0 + \langle\varrho^2\rangle \quad \text{mit} \quad \langle\varrho^2\rangle \ll n_0 \tag{6,124}$$

gilt und wir Gl. (6,119) bezüglich ϱ linearisieren können. Setzen wir Gl. (1,121) in Gl. (1,119) ein und trennen wir nach Imaginär- und Realteil, dann erhalten wir für den Phasenoperator

$$\varphi(t) = \frac{1}{2n_0}\sum_{\mu}\left(h^* A_{\mu}{}^{\dagger} q + h q^{\dagger} A_{\mu}\right) - \frac{i}{2n_0}\left(F^{\dagger}q - q^{\dagger}F\right), \tag{6,125}$$

während sich für den Fluktuationsoperator ϱ die Gleichung

$$\dot{\varrho} = -\eta\varrho + R - \langle R\rangle \tag{6,126}$$

mit $\eta = 2\varkappa\,\dfrac{\sigma_R - 1}{\sigma_R}$ und

$$R = \frac{i}{2\sqrt{n_0}}\sum_{\mu}\left(h^* A_{\mu}{}^{\dagger} q - h q^{\dagger} A_{\mu}\right) + \frac{1}{2\sqrt{n_0}}\left(F^{\dagger}q + q^{\dagger}F\right) \tag{6,127}$$

ergibt. Bei der Ableitung wurden die zu ϱ^2 proportionalen Terme wie auch die gemischten Terme $\varrho\varphi$ vernachlässigt. Gleichung (6,126) ergibt sich dann sofort, wenn wir be-

achten, daß wegen der Beziehung $\langle \varrho \rangle = 0$ entsprechend Gl. (6,122) auch $\langle \dot{\varrho} \rangle = 0$ zu fordern ist.

Als Lösung folgt aus Gl. (6,126)

$$\varrho(t) = \int_{-\infty}^{t} (R - \langle R \rangle) \, \mathrm{e}^{-\eta(t-t')} \, \mathrm{d}t' , \tag{6,128}$$

so daß wir zusammen mit Gl. (6,125) eine einfache Näherungslösung für den Strahlungsfeldoperator gefunden haben. Diese Lösung gilt gemäß unseren Voraussetzungen, wenn die Photonenzahl n_0 sehr groß ist gegenüber der durch $\langle \varrho^2 \rangle$ ausgedrückten Intensität des Rauschens, also im eigentlich interessierenden Bereich des Laserbetriebs.

Wie man erkennt, werden beide Größen, ϱ und φ, durch die Rauschoperatoren bestimmt und erfüllen auch, wie man sich leicht überzeugt, bis auf die schon oben vernachlässigten Korrekturen 2. Ordnung in den Rauschoperatoren die Gleichungen (6,122). Strenggenommen haben wir wegen der Abhängigkeit der Gleichungen (6,125) und (6,128) von $q^\dagger$, q eine implizite Lösung für φ und auch ϱ erhalten. Jedoch spielt bei der Berechnung der Korrelationsfunktion der Faktor $\exp\left(\mathrm{i} \int \varphi(t') \, \mathrm{d}t'\right)$ bzw. der zu ϱ proportionale Term nur die Rolle einer vernachlässigbaren Korrektur 2. Ordnung, d. h., es ist $q^\dagger$ bzw. q (bis auf die ω-Abhängigkeit) einfach durch $\sqrt{n_0}$ zu ersetzen, so daß dann $\langle R \rangle = 0$ gilt.

6.3.2. Berechnung der Linienbreite

Zur Berechnung der Linienbreite haben wir mit der durch die Gleichungen (6,121), (6,125) und (6,128) gegebenen Lösung die Korrelationsfunktion entsprechend Gl. (6,99) zu bestimmen.

Entwickeln wir die e-Funktion in Gl. (6,121) bis zum ersten nicht verschwindenden (quadratischen) Term, so gilt näherungsweise

$$\langle q^\dagger(t+\tau) \, q(t) \rangle = \left\{ n_0 \left[1 - \frac{1}{2} \left\langle \left(\int_t^{t+\tau} \varphi(t') \, \mathrm{d}t' \right)^2 \right\rangle + \langle \varrho(t+\tau) \, \varrho(t) \rangle \right\} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau} . \tag{6,129}$$

Die gemischten Terme $\left\langle \varrho(t+\tau) \int_t^{t+\tau} \varphi(t') \, \mathrm{d}t' \right\rangle$ haben wir dabei vernachlässigt, was in Schwellennähe $\sigma_\mathrm{R} - 1 \ll 1$ in guter Näherung zulässig ist. Damit verbleibt die Berechnung der Erwartungswerte bezüglich φ und ϱ, die wir am Beispiel des Phasen-

operators demonstrieren wollen. Die Berechnung von $\langle \varrho(t+\tau)\,\varrho(t)\rangle$ verläuft dann ganz analog.

Mit φ nach Gl. (6,125) gilt für den ersten Erwartungswert in Gl. (**6,129**) mit $q = \sqrt{n_0}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$

$$(\Delta\varphi)^2 = \left\langle \int\limits_t^{t+\tau} \int\limits_t^{t+\tau} \varphi(t')\,\varphi(t'')\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t'' \right\rangle = \frac{1}{4n_0} \left\langle \int\limits_t^{t+\tau} \int\limits_t^{t+\tau} \Big\{ \sum_{\mu,\mu'} [h^* A_\mu{}^\dagger(t')\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t'} + h A_\mu(t')\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t'}]\,[h^* A_\mu{}^\dagger(t'')\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t''} + h A_\mu(t'')\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t''}] - [F^\dagger(t')\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t'} - F(t')\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t'}]\,[F^\dagger(t'')\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t''} - F(t'')\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t''}] \Big\}\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t'' \right\rangle. \qquad (6,130)$$

Hieraus folgt, berücksichtigen wir die Gleichungen (6,98),

$$(\Delta\varphi)^2 = \frac{1}{4n_0} \int\limits_t^{t+\tau} \int\limits_t^{t+\tau} \{N|h|^2[\langle A_\mu{}^\dagger(t')\,A_\mu(t'')\rangle\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega(t'-t'')} + \langle A_\mu(t')\,A_\mu{}^\dagger(t'')\rangle\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t'-t'')}] + \langle F(t')\,F^\dagger(t'')\rangle\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t'-t'')}\}\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t''. \qquad (6,131)$$

Setzen wir hier schließlich die Ausdrücke für die Erwartungswerte der Fluktuationsoperatoren, wie sie durch die Gleichungen (6,105) und (6,98) gegeben sind, ein, dann folgt

$$(\Delta\varphi)^2 = \frac{1}{4n_0} \int\limits_t^{t+\tau} \int\limits_t^{t+\tau} \left\{ \frac{N|h|^2}{\Gamma} (\beta+\gamma)\,\mathrm{e}^{-\Gamma|t'-t''|} + 2\varkappa\delta(t'-t'') \right\} \mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t'', \qquad (6,132)$$

und hieraus ergibt sich durch Integration für die interessierenden, zu τ proportionalen Terme

$$(\Delta\varphi)^2 = \frac{\varkappa}{2n_0} \left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1 \right) \tau. \qquad (6,133)$$

Ganz analog erhalten wir auch

$$\langle \varrho(t+\tau)\,\varrho(t)\rangle = \frac{1}{8} \left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1 \right) \frac{1}{\sigma_\mathrm{R} - 1}\,\mathrm{e}^{-2\varkappa(\sigma_\mathrm{R}-1)\tau}. \qquad (6,134)$$

Setzen wir diese Ausdrücke in Gl. (6,129) ein und betrachten für $(\Delta\varphi)^2 \ll 1$ den zu τ proportionalen Term als das erste Glied der Entwicklung einer e-Funktion, dann folgt

$$\langle q^\dagger(t+\tau)\,q(t)\rangle = \left\{ n_0 \mathrm{e}^{-\frac{\varkappa}{4n_0}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}+1\right)|\tau|} + \frac{1}{8(\sigma_\mathrm{R}-1)} \left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1 \right) \mathrm{e}^{-2\varkappa(\sigma_\mathrm{R}-1)|\tau|} \right\} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}. \qquad (6,135)$$

Führt man die oben für $\tau > 0$ dargestellte Ableitung für $\tau < 0$ durch, so ergibt sich, daß der gesamte Wertebereich von τ durch Gl. (6,135) erfaßt wird, wenn wir — wie in Gl. (6,135) schon geschrieben — τ durch $|\tau|$ ersetzen.

Die Korrelationsfunktion besteht somit aus einem zu n_0 proportionalen, also intensiven Anteil, der allein durch die Phasenfluktuationen bedingt ist (1. Term in Gl. (6,135)), sowie aus einem wegen $\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} \frac{1}{\sigma_R - 1} \ll n_0$ kleinen, durch die Amplitudenfluktuationen verursachten Anteil (2. Term). Mit der Fourier-Transformation (6,100) erhalten wir damit die gesuchte Frequenzverteilung in der Form

$$W(\omega_0 - \omega) = \frac{\xi}{\pi}\left[\frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\xi^2}{n_0^2}} + \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \eta^2}\right], \qquad (6,136)$$

wobei $\xi = \frac{\varkappa}{4}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1\right)$, $\eta = 2\varkappa(\sigma_R - 1)$ gesetzt wurde. Sie besteht aus der Überlagerung einer intensiven, frequenzmäßig jedoch schmalen Linie (1. Term) und einer sehr breiten, aber schwachen Linie (2. Term), die daher zur Linienbreite praktisch nichts beiträgt (vgl. Abb. 85).

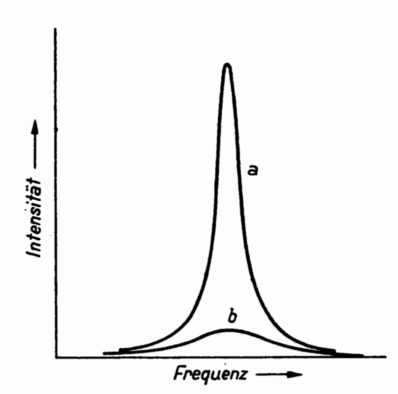


Abb. 85. Die durch Phasen- (Kurve a) und Amplituden- (Kurve b) Fluktuationen bedingte Linienbreite eines Lasers

Wir erhalten damit für das Spektrum der Strahlung eines Lasers eine Lorentz-Linie, deren Breite $\Delta\omega$ sich bei Berücksichtigung von $\frac{\xi}{n_0} \ll \eta$ zu

$$\Delta\omega = \frac{\varkappa}{2n_0}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1\right) \qquad (6,137)$$

ergibt.

Es folgt also, daß beim Laser der von den Intensitätsfluktuationen herrührende Beitrag zur Linienbreite praktisch zu vernachlässigen ist. Dies u. a. führt dazu, daß die

Linienbreite eines Strahlungsfeldes mit konstanter Amplitude (Laser) genau um den Faktor $\frac{1}{2}$ kleiner ist als die Linienbreite einer thermischen Strahlung der gleichen Photonenzahl. Das zeigt, daß im allgemeinen Phasen- und Amplitudenschwankungen in gleicher Weise zur Linienbreite beitragen. Die Linienbreite der Laserstrahlung wird nur durch die Phasenfluktuationen bestimmt. Gleichung (6,137) zeigt, daß die Linienbreite um so kleiner ist, je kleiner die Verluste des Resonators $\varkappa$ sowie $\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}$, als ein Maß für die Zahl der spontanen Rauschquanten, sind und je größer die Photonenzahl n_0 ist.

Schreiben wir Gl. (6,137) schließlich noch in eine mehr geläufige Form um. Bei einer Photonenzahl n_0 ist die Leistung des Strahlungsfeldes durch $P = 2h\nu n_0 \varkappa$ gegeben, während für die allein durch den Resonator bedingte Linienbreite $\Delta\nu_c$ (wie sie aus Gl. (6,112) mit $\sigma_R = 0$ folgt) der Zusammenhang $\varkappa = \pi\Delta\nu_c$ mit der Verlustkonstanten $\varkappa$ gilt.

Damit können wir dann für Gl. (6,137) schreiben:

$$\Delta\nu = \frac{\pi h\nu(\Delta\nu_c)^2}{P}\,\frac{1}{2}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1\right). \tag{6,138}$$

Diese Beziehung stimmt mit der Vereinfachung $\frac{1}{2}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma} + 1\right) \approx 1$ genau mit Gl. (5,14) überein und wird in dieser Form in der Literatur vielfach zur Abschätzung der prinzipiell möglichen unteren Grenze für die Linienbreite verwendet.

Wir weisen schließlich noch darauf hin, daß auch schon die quantenmechanische Behandlung der Wechselwirkung zwischen einem 2-Niveau-Atom und einer Resonatoreigenschwingung allein, ohne Berücksichtigung des Pumpens und der Verluste für den Resonator, zu einer gewissen Frequenzunschärfe, also einer endlichen Linienbreite des anfangs streng monochromatischen Strahlungsfeldes führt, was im wesentlichen eine Folge der Anharmonizität des Atoms ist (Richter (1966)).

6.3.3. Die Intensitätsfluktuationen der Strahlung

Die Intensitätsfluktuationen, die die Statistik eines Strahlungsfeldes bestimmen, werden mit Hilfe der Korrelationsfunktion 2. Ordnung entsprechend Gl. (6,101) berechnet. Mit dem Ansatz (6,121) folgt für diese Funktion

$$\begin{aligned} K_2(\tau) &= \langle q^\dagger(t)\, q^\dagger(t+\tau)\, q(t+\tau)\, q(t)\rangle \\ &= 4n_0\langle \varrho(t+\tau)\, \varrho(t)\rangle + n_0^2 + 2n_0\langle \varrho^2(t)\rangle + 2\sqrt{n_0^3}\left\langle e^{\mathrm{i}\int_{-\infty}^{t}\varphi(t')dt'}\varrho(t+\tau)\, e^{-\mathrm{i}\int_{-\infty}^{t}\varphi(t')dt'}\right\rangle, \end{aligned} \tag{6,139}$$

wobei wir berücksichtigt haben, daß im stationären Zustand

$$\langle \varrho(t+\tau)\,\varrho(t)\rangle = \langle \varrho(t)\,\varrho(t+\tau)\rangle, \langle \varrho^2(t)\rangle = \langle \varrho^2(t+\tau)\rangle$$

gilt.

Die τ-Abhängigkeit der Korrelationsfunktion wird nun im wesentlichen durch den Ausdruck $4n_0\langle \varrho(t+\tau)\,\varrho(t)\rangle$ bestimmt, und für diesen erhalten wir

$$4n_0\langle \varrho(t+\tau)\,\varrho(t)\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}+1\right)\frac{n_0}{\sigma_\mathrm{R}-1}\,\mathrm{e}^{-2\varkappa(\sigma_\mathrm{R}-1)|\tau|} \tag{6,140}$$

(wogegen der letzte Term in Gl. (6,139) für den im allgemeinen vorliegenden Fall von $\sigma_0 \ll 1$ zu vernachlässigen ist, vgl. PAUL (1969), II).

Wenn wir berücksichtigen, daß aus der Vertauschungsregel (6,83) mit dem Ansatz (6,121) $2\sqrt{n_0}\left\langle \exp\left\{\mathrm{i}\int\limits_{-\infty}^{t}\varphi(t')\,\mathrm{d}t'\right\}\varrho(t)\exp\left\{-\mathrm{i}\int\limits_{-\infty}^{t}\varphi(t')\,\mathrm{d}t'\right\}\right\rangle = -1$ folgt, so daß die letzten drei Terme von Gl. (6,139) bei Vernachlässigung von $\langle \varrho^2\rangle$ gegenüber n_0 für $\tau = 0$ durch $\langle n\rangle^2 - \langle n\rangle$ gegeben sind, so ergibt sich das mittlere Schwankungsquadrat der Photonenzahl gemäß Gl. (6,103) zu

$$\langle(\Delta n)^2\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}+1\right)\frac{n_0}{\sigma_\mathrm{R}-1} = \xi n_0. \tag{6,141}$$

Dieser Ausdruck ist proportional zur Photonenzahl n_0, wobei der Proportionalitätsfaktor ξ (mit $\frac{N|h|^2}{\varkappa\Gamma}$ als Maß für die Zahl der spontanen Photonen) zwar im allgemeinen groß im Vergleich zu Eins, jedoch viel kleiner als n_0 ist. Erinnern wir uns, daß wir für den Laser unterhalb der Schwelle (siehe Gl. (6,114)) oder auch für eine natürliche Lichtquelle (Gl. (5,29))

$$\langle(\Delta n)^2\rangle = n_0^2 + n_0$$

erhalten, so erkennen wir bei Vergleich mit der durch Gl. (6,141) gegebenen Abhängigkeit $\langle(\Delta n)^2\rangle \sim n_0$ den in Abschnitt 5.3. schon qualitativ diskutierten prinzipiellen Unterschied zwischen der Strahlung eines Lasers und der einer natürlichen Lichtquelle.

An der Laserschwelle ist das hier errechnete Ergebnis (Gl. (6,141)) wegen des Ansatzes (6,121) im Zusammenhang mit der Forderung (6,124) nicht mehr gültig. Eine auch für diesen Bereich gültige Rechnung (die sich, wie wir im folgenden noch kurz diskutieren wollen, mit Hilfe der Fokker-Planck-Gleichung durchführen läßt) zeigt, daß die Schwankungen unterhalb der Schwelle stetig in den Ausdruck für die thermische Strahlung entsprechend Gl. (5,29) übergehen, was in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen ist.

Entsprechend Gl. (6,141) ist wegen $\xi \gg 1$ die Laserstrahlung nicht exakt durch eine Poisson-Verteilung, für die $\xi = 1$ gelten würde, zu beschreiben. Für genügend großes n_0 ($\gtrsim 10^9$) sind jedoch selbst für $\xi = 10^3$ bis 10^4 die Abweichungen vernachlässigbar klein, so daß die Laserstrahlung (in einer Eigenschwingung) einer idealen Sinuswelle praktisch sehr nahekommt und somit das in Kapitel 5. diskutierte Ergebnis auch theoretisch bestätigt ist.

6.4. Andere Theorien

Die obige Feststellung legt die Vermutung nahe, daß auch eine klassische Behandlung bei einer phänomenologischen Einführung von Rauschtermen (und der Vermeidung der Schwierigkeiten einer quantenmechanischen Behandlung) zu einer befriedigenden Beschreibung der Eigenschaften der Laserstrahlung führen sollte. Tatsächlich wurde eine recht erfolgreiche Methode entwickelt, mit der auf rein klassischer Grundlage eine Berechnung insbesondere der Statistik der Laserstrahlung in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem Experiment möglich ist. Wir wollen das Prinzip des Verfahrens abschließend kurz skizzieren und verweisen für ein detailliertes Studium auf die Originalliteratur (Risken (1968)).

Ausgangspunkt dieser Rechnungen sind die von uns quantenmechanisch abgeleiteten Gleichungen (6,94) bis (6,96) einschließlich der Eigenschaften der Fluktuationsgrößen (6,97) und (6,98), die auf heuristische Weise auch klassisch zu erhalten sind (deren strenge Begründung jedoch im wesentlichen quantentheoretisch erfolgen muß). Bei der klassischen Betrachtung wird der Formalismus der Behandlung der Brownschen Bewegung übernommen, bei der die Stöße zwischen den einzelnen Atomen eine Dämpfung der Bewegung der Teilchen bewirken. Da der Geschwindigkeitsvektor der bewegten Teilchen auf Grund der Stöße mit gleicher Häufigkeit in alle Richtungen weisen kann, verschwindet bekanntlich die mittlere Geschwindigkeit.

Die Bewegungsgleichungen für die Teilchen sind dann einmal durch geeignete Dämpfungsterme und zum anderen durch treibende Kräfte mit stochastischem Charakter, sogenannte Langevin-Kräfte, zu erweitern. Im Mittel verschwinden die Langevin-Kräfte entsprechend der Beziehung (6,97). Das Produkt von zwei zu verschiedenen Zeiten gehörenden Langevin-Kräften ist dagegen nur dann Null, wenn die Zeitdifferenz wesentlich größer ist als die Dauer des Stoßvorgangs. Da diese Zeitdauer (im Verhältnis zur freien Bewegung) aber sehr kurz ist, ist das Produkt nahezu δ-korreliert, so wie es durch die Gl. (6,98) beschrieben wird. (Im klassischen Sinne ist die Mittelung über eine Vielzahl von Systemen auszuführen, die in Analogie zum quantenmechanischen Erwartungswert den sogenannten Scharmittelwert liefert.) Da die Amplitude des Laserfeldes auf ganz ähnliche Weise durch die Fluk-

tuationen des Pumpens (statistische Anregung der verschiedenen Atome) und der spontanen Emission beeinflußt wird, kann der für die Brownsche Bewegung entwickelte Formalismus auf die Behandlung des Lasers übertragen werden. Ausgehend von den Bewegungsgleichungen (6,94) bis (6,96) mit Dämpfungstermen, werden heuristisch stochastische Langevin-Kräfte $F^{(*)}$, $\Gamma_\mu^{(*)}$ und S_μ eingeführt. Die Beziehungen (6,97) und (6,98) gelten dann in ensprechender Weise für die jetzt klassischen Größen $\Gamma^{(\dagger)} \to \Gamma^{(*)}$, $\langle \Gamma^* \Gamma \rangle = \langle \Gamma \Gamma^* \rangle$.

Zur Berechnung der Eigenschaften des Laserfeldes sind nun die klassische Gl. (6,94) nach Elimination der Atomkoordinaten zu lösen und die Mittelwerte $\langle q^\dagger(t_1)\, q(t_2) \rangle$, $\langle q^\dagger(t_1)\, q^\dagger(t_2)\, q(t_3)\, q(t_4) \rangle$ zu berechnen. Dieses Vorgehen ist allerdings nur bei linearen Gleichungen möglich. Bei nichtlinearen Langevin-Gleichungen führt man zweckmäßigerweise erst die Mittelung durch und gelangt so zu einer partiellen Differentialgleichung, der Fokker-Planck-Gleichung, aus der direkt die interessierenden Verteilungsfunktionen zu berechnen sind. Die Rechnung ist nicht ganz einfach; sie liefert jedoch eine ausgezeichnete qualitative und auch quantitative Übereinstimmung der theoretisch berechneten Korrelationsfunktionen mit den experimentell

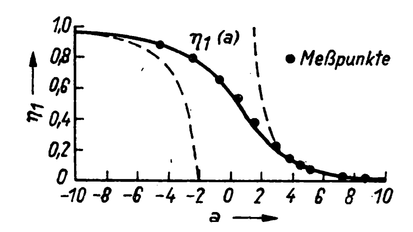


Abb. 86. Reduzierungsfaktor η_1 als Funktion der Anregung $a = (\sigma_R - 1)$. (Die gestrichelten Kurven kennzeichnen die asymptotischen Entwicklungen für $a \ll -1$ und $a \gg 1$.) (Nach Risken (1968))

ermittelten Verteilungen. Als Beispiel verweisen wir auf Abb. 86, in der der theoretisch berechnete Reduzierungsfaktor η_1,

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \eta_1 \langle n \rangle^2 + \langle n \rangle,$$

in Schwellennähe, d. h. beim Übergang vom linearen (thermischen) zum nichtlinearen (Laser-)Bereich zusammen mit den Meßpunkten als Funktion von $a = (\sigma_R - 1)$ ($a = 0$ kennzeichnet die Schwelle) dargestellt ist.

Wir erwähnen hier nur, daß eine Ableitung der Fokker-Planck-Gleichung auch aus den quantenmechanischen Gleichungen möglich ist, was zu einer Reihe von Korrekturtermen führt, die allerdings in guter Näherung vernachlässigt werden können.

Die im vorstehenden dargestellte quantenmechanische Behandlung des Lasers setzte voraus, daß die aktiven Atome nur zwei Niveaus besitzen. Es ist jedoch unschwer möglich, die Überlegungen auch auf Mehrniveau-Atome auszudehnen (siehe hierzu Haken (1966)).

Zusammenfassend wollen wir festhalten, daß die Theorie des Lasers heute so weit entwickelt ist, daß sowohl eine Behandlung des energetischen und dynamischen

Verhaltens des Lasers als auch die Berechnung der charakteristischen Eigenschaften der Strahlung, wie Linienbreite und Intensitätsfluktuationen, in befriedigender Weise möglich ist. Im Rahmen der theoretischen Behandlung wird vor allem der prinzipielle Unterschied der Strahlung eines Lasers gegenüber der einer natürlichen Lichtquelle deutlich. (Für eine ausführliche theoretische Darstellung vgl. HAKEN (1970), PAUL (1969).)

Wir haben im vorstehenden den Laser als eine Lichtquelle mit ganz außerordentlichen Strahlungseigenschaften kennengelernt, so daß es nicht verwunderlich ist, daß der Laser auch bald in vielen Bereichen der Forschung und der Technik eine breite Anwendung fand, wobei diese Entwicklung bei weitem nicht abgeschlossen ist, sondern vielmehr noch am Anfang steht. Hierzu gehören, um nur zwei Beispiele zu nennen, einmal der Einsatz des Lasers als monochromatische Lichtquelle in der Informationsverarbeitung und zum anderen die Ausnutzung der hohen Energiedichte für die Materialbearbeitung mittels Laser. Wir kommen auf diese mehr technischen Anwendungen in Kapitel 8. ausführlicher zurück.

Zuvor wollen wir uns jedoch mit einer erst durch den Einsatz des Lasers, im besonderen des Festkörperlasers, möglichen Entwicklung der Optik, nämlich der „Nichtlinearen Optik“ beschäftigen, die heute als ein wesentlicher Bestandteil der Quantenelektronik anzusehen ist.

7. Nichtlineare Optik

7.1. Einführung

Nichtlineare Effekte sind seit vielen Jahrzehnten in Physik und Technik bekannt und spielen bei einer ganzen Reihe von Erscheinungen eine wesentliche Rolle. Denken wir hierbei z. B. an die nichtlinearen Kennlinien der Elektronenröhren, an die Hysteresiskurven bei der Magnetisierung von ferromagnetischen Stoffen mit ihren typischen Sättigungserscheinungen oder auch an die parametrischen Effekte, wie Frequenzmischung, Harmonischen-Bildung u. a. in der Mikrowellenphysik. Im optischen Bereich dagegen konnten bis 1961 keine nichtlinearen Effekte experimentell nachgewiesen werden, wenn wir von der Abhängigkeit des Brechungsindex von statischen elektrischen bzw. magnetischen Feldern (z. B. Kerr-Effekt) absehen. Der Grund hierfür liegt darin, daß die für die Emission von Strahlung im optischen Bereich verantwortlichen Valenzelektronen relativ fest an das Atom gebunden und daher durch äußere Felder nur schwer beeinflußbar sind. Das Valenzelektron befindet sich im (durch alle anderen Elektronen teilweise abgeschirmten) elektrischen Feld des Kerns in einem Abstand r_e, der durch seinen Anregungszustand gegeben ist und für den im einfachsten Fall des Wasserstoff-Atoms im Rahmen des Bohrschen Atommodells

$$r_e = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 m e^2} \tag{7,1}$$

gilt. Hier bezeichnen m und e Masse und Ladung des Elektrons, h die Plancksche Konstante, während n die Quantenzahl des jeweiligen Zustandes kennzeichnet. $n = 1$ gibt den Grundzustand an. Die Lichtemission erfolgt dann — wie wir in den vorstehenden Kapiteln im einzelnen dargestellt haben — durch den Übergang des Elektrons von einem Zustand $n' > n$ zu einem Zustand n, entweder spontan oder in Wechselwirkung mit einem äußeren elektromagnetischen Feld.

Die elektrische Feldstärke am Orte des Elektrons beträgt

$$E_A = \frac{e}{r_e^2} \tag{7,2}$$

$\left(\text{bzw. } E_A = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r_e^2} \text{ mit } \varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \text{ im Gauß-System}\right)$. Hieraus folgt mit Gl. (7,1) für die Feldstärke im Grundzustand des H-Atoms $E_A = 5 \cdot 10^9$ V/cm, während sich für den ersten angeregten Zustand $E_A = 3 \cdot 10^8$ V/cm ergibt. Um eine Störung des Anregungszustandes des Atoms zu erreichen, wäre somit eine mit optischen Frequenzen schwingende äußere Feldstärke notwendig, die sich — abhängig von der Nachweisgrenze der Effekte — nur um wenige Größenordnungen von dem obigen Wert unterscheidet. Das erforderte aber eine Leistungsdichte von

$$S \approx 10^{15} \text{ W/cm}^2. \tag{7,3}$$

Leistungsdichten von dieser Größenordnung waren aber im Bereich der konventionellen Optik experimentell nicht erreichbar.

Erst seit der Entwicklung des Lasers stand eine Lichtquelle zur Verfügung, deren Strahlung bei hoher Monochromasie Leistungsdichten zu erreichen gestattet, die nur um wenige Größenordnungen unter dem in Gl. (7,3) angegebenen Wert liegen, so daß bei der hohen Empfindlichkeit optischer Nachweismethoden — wir erinnern nur daran, daß im ferneren UV bereits einzelne Lichtquanten mit Hilfe von Photovervielfachern nachweisbar sind — die Untersuchung nichtlinearer Effekte im optischen Bereich möglich wurden. Hinzu kommt, daß, wie wir in Abschnitt 4.7. gesehen haben, durch die Schaffung der gütegesteuerten Laser einschließlich der Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse eine beträchtliche Erhöhung der Leistungsdichte bis etwa 10^{11} W/cm² möglich ist. Schließlich kann die im Laserprozeß erzeugte Strahlung als Folge ihrer hohen Monochromasie sowie der geringen Bündeldivergenz sehr gut fokussiert werden, wodurch eine weitere Erhöhung der Leistungsdichte um den Faktor 10^4 und mehr erreicht werden kann. Damit stehen heute Leistungsdichten der Laserstrahlung zur Verfügung, die in der Größenordnung des in Gl. (7,3) angegebenen Wertes und darüber liegen, so daß nichtlineare optische Effekte nicht nur nachgewiesen werden, sondern darüber hinaus neue Wechselwirkungen und Prozesse untersucht werden können, die unsere Vorstellung vom Aufbau der Materie wesentlich erweitern werden. Aus diesem Grunde und wegen der sich abzeichnenden weitgehenden Anwendungsmöglichkeiten der nichtlinearen optischen Effekte hat dieses spezielle Gebiet der Optik in den letzten 12 Jahren seit der ersten experimentellen Realisierung eines optischen nichtlinearen Prozesses durch Franken, Hill, Peters und Weinreich (1961) ein großes Interesse gefunden.

Wir wollen uns im folgenden einer detaillierteren Beschreibung des Einflusses eines intensiven hochfrequenten optischen Feldes auf das schwingende Elektron, der hierdurch bedingten modifizierten Polarisation des Atoms und damit auch des gesamten Mediums und der Berücksichtigung der so veränderten Polarisation in den Maxwellschen Feldgleichungen zuwenden und uns damit die für die Strahlungsfelder als Folge der Nichtlinearität zu erwartenden Effekte klarmachen.

Dabei ist es im Rahmen der nichtlinearen Optik üblich, zwischen Effekten zu unterscheiden, bei denen keine Änderung des atomaren Zustandes erfolgt (Harmoni-

schen-Bildung, Summen- und Differenzfrequenzen, optischer parametrischer Oszillator und Frequenzumsetzer) — vielfach werden diese auch als reine Elektronen-Effekte bezeichnet — und solchen, bei denen der atomare Zustand selbst mit geändert wird (induzierter Raman-Effekt, induzierte Brillouinstreuung).

7.2. Die Polarisation

Die Lichtemission der Atome tritt im klassischen Bild als Folge der Schwingungen des durch den positiv geladenen Kern und die negativ geladene Elektronenwolke gebildeten atomaren Dipols auf, wobei wegen der, z. B. beim H-Atom um den Faktor 1850, größeren Masse des Kerns sich allein die Elektronenwolke im Verhältnis zum praktisch feststehenden Kern verschiebt.

Die Polarisation der Atome ist durch ein äußeres elektromagnetisches Feld zu erreichen und erfolgt im Takte der Frequenz dieses Feldes. Sie ist dann ihrerseits wiederum die Quelle von elektromagnetischer Strahlung der gleichen Frequenz (vgl. Kapitel 1.).

Die im optischen Bereich zur Verfügung stehenden natürlichen Lichtquellen liefern nun Feldstärken, die um viele Größenordnungen kleiner als die des atomaren Dipols sind, so daß nur relativ kleine Auslenkungen des Elektrons aus der Gleichgewichtslage für die Berechnung der Polarisation in Betracht kommen: Die Schwingungen des Elektrons im Feld des Kerns können dann in guter Näherung als Schwingungen eines harmonischen Oszillators dargestellt werden. Daß diese Näherung im Bereich der konventionellen linearen Optik sehr gut brauchbar ist, wird nicht zuletzt durch die Erfolge der mit diesem einfachen Modell entwickelten Dispersionstheorie demonstriert, von der wir im weiteren ausgehen wollen, um uns den Einfluß von großen Feldstärken und die dann zu berücksichtigende Nichtlinearität der Schwingung des atomaren Dipols auf die Polarisation klarzumachen.

Befinden sich zwei gleichstarke, entgegengesetzte Ladungen q im Abstand $\boldsymbol{r}$, so bezeichnen wir diese Anordnung als Dipol und die Größe

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{r} \tag{7,4}$$

als ihr Dipolmoment. Das auf die Volumeneinheit bezogene Dipolmoment ergibt dann die Polarisation

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{p}}{V}. \tag{7,5}$$

Wir betrachten als Modell für den atomaren Dipol die harmonischen Schwingungen des Valenzelektrons im Feld des Kerns, an den es „quasielastisch“ gebunden ist.

Die rücktreibende Kraft sei demnach proportional zur Entfernung vom Kraftzentrum, so daß mit dem Proportionalitätsfaktor k

$$\boldsymbol{K}_0 = -k\boldsymbol{r} \tag{7,6}$$

gilt. Die äußere Kraft, die das Elektron zu Schwingungen anregt, wird im optischen Bereich durch die Feldstärke $\boldsymbol{E}$ der einfallenden Lichtwelle bestimmt,

$$\boldsymbol{K}_\mathrm{e} = -e\boldsymbol{E}. \tag{7,7}$$

Damit folgt als Bewegungsgleichung für das Elektron

$$\boldsymbol{K} = m\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{K}_0 + \boldsymbol{K}_\mathrm{e} = -k\boldsymbol{r} - e\boldsymbol{E}. \tag{7,8}$$

Zur Vereinfachung der Rechnung wollen wir uns ohne wesentliche Einschränkung der Allgemeinheit auf den Fall beschränken, daß es sich bei der einfallenden Welle um eine in y-Richtung laufende, ebene Welle handelt, die in x-Richtung linear polarisiert ist. Von der Vektorgleichung (7,8) brauchen wir dann nur die x-Komponente zu betrachten,

$$\boldsymbol{E} \to E_x = E\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}, \tag{7,9}$$

so daß wir — berücksichtigen wir noch phänomenologisch eine Dämpfung des harmonischen Oszillators durch einen zur Geschwindigkeit proportionalen Term $\Gamma'\dot{x}$ — schreiben können:

$$m\ddot{x} + \Gamma'\dot{x} + kx = -eE\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}. \tag{7,10}$$

Die Eigenfrequenz des ungestörten Oszillators ist durch

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{7,11}$$

gegeben, wenn wir die durch die Dämpfung gegebene Verstimmung vernachlässigen, also $\Gamma'^2/4m^2 \ll \omega_0^2$ voraussetzen. Mit Gl. (7,11) können wir für Gl. (7,10) schreiben:

$$\ddot{x} + \Gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{eE}{m}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}, \quad \left(\Gamma \equiv \frac{\Gamma'}{m}\right). \tag{7,12}$$

Die Lösung dieser Gleichung ist unschwer möglich. Für den homogenen Teil von Gl. (7,12) ergibt sich mit den Integrationskonstanten c_1 und c_2

$$x_\mathrm{hom} = c_1\mathrm{e}^{\lambda_1 t} + c_2\mathrm{e}^{\lambda_2 t} \tag{7,13}$$

mit

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\Gamma}{2} \pm \mathrm{i}\omega_0\sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma}{2\omega_0}\right)^2} \approx -\frac{\Gamma}{2} \pm \mathrm{i}\omega_0.$$

Durch Variation der Konstanten finden wir schließlich leicht ein partikuläres Integral und damit für den stationären (eingeschwungenen) Zustand die Lösung

$$x = -\frac{e}{m} \frac{E e^{i(ky-\omega t)}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\Gamma} \tag{7,14}$$

(wobei wir ein $\Gamma^2/4$ im Nenner von Gl. (7,14) vernachlässigt haben). Das Dipolmoment ist gemäß Gl. (7,4) durch

$$p_x = ex \tag{7,15}$$

gegeben, und damit erhalten wir für die Polarisation, wenn wir die Dichte der schwingungsfähigen Atome mit N_D bezeichnen,

$$P_x = -\frac{e^2 N_D}{m} \frac{E e^{i(ky-\omega t)}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\Gamma} = -\frac{e^2 N_D}{m} \frac{E_x}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\Gamma} \equiv \chi E_x. \tag{7,16}$$

χ bezeichnet man als dielektrische Suszeptibilität, welche als Folge der Definition des Vektors der dielektrischen Verschiebung

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P} \tag{7,17}$$

durch die Relation

$$\chi = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \tag{7,18}$$

mit der Dielektrizitätskonstanten ε verknüpft ist. Bei Benutzung der Maxwellschen Beziehung

$$\varepsilon = n^2 \tag{7,19}$$

folgt dann aus Gl. (7,16) die Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex n als Grundaussage der Dispersionstheorie. Wir erhalten maximale Polarisierbarkeit für $\omega = \omega_0$ (wobei die Frequenz ω_0, handelt es sich um Elektronen, im Ultravioletten liegt), und daraus ergibt sich zwanglos die Erklärung der normalen wie auch der anomalen Dispersion.

Wir können uns bezüglich der Dispersion mit diesen wenigen Stichworten begnügen und verweisen für ein ausführlicheres Studium auf die entsprechenden Lehrbücher, z. B. SOMMERFELD (1964). Als in unserem Zusammenhang wesentlichstes Ergebnis wollen wir festhalten, daß die Beschreibung des atomaren Dipols als harmonischer Oszillator für nicht zu große äußere Feldstärken $\boldsymbol{E}$ zulässig ist und zu einem linearen Zusammenhang zwischen Polarisation und Feldstärke gemäß Gl. (7,16) führt.

Wenn die auf den atomaren Dipol einwirkende Feldstärke so groß wird, daß sie mit der die Bindung bewirkenden atomaren Feldstärke von etwa 10^9 V/cm vergleich-

bar wird, dann erscheint als unmittelbar einleuchtend, daß der Potentialtopf verformt, die Schwingung also gestört wird. Wir erinnern hier nur daran, daß bei extrem großen Feldstärken das Atom ionisiert, der Dipol also auseinandergerissen wird. Die nichtlineare Optik ist nun direkt dadurch zu kennzeichnen, daß Feldstärken auftreten, die im Vergleich zur atomaren Feldstärke experimentell noch nachweisbar sind. Das bedeutet aber für das Modell des schwingenden Dipols, daß dieser nicht mehr einfach als harmonischer Oszillator zu behandeln ist, sondern Störglieder zu berücksichtigen sind. Im Bereich hoher Feldstärken ist daher in Erweiterung von Gl. (7,6) für die rücktreibende Kraft bei eindimensionaler Formulierung

$$K(x) = -kx + l'x^2 - m'x^3 + n'x^4 - \cdots \tag{7,20}$$

anzusetzen, wobei für die Kraftkonstanten

$$|k| \gg a|l'| \gg a^2|m'| \gg a^3|n'| \gg \cdots \tag{7,21}$$

(a bezeichnet einen reinen Dimensionsfaktor) vorauszusetzen ist.

Als Folge der bei hohen Feldstärken zu erwartenden größeren Auslenkungen gilt dieser Kraftansatz bereits für das einzelne isolierte Atom, dessen Schwingungen im Prinzip nichtlinear sind. Für eine tatsächliche Untersuchung kommt natürlich wegen der Kleinheit der zu erwartenden nichtlinearen Effekte nur eine Vielzahl von Atomen in möglichst dichter Packung, also ein Festkörper oder auch eine Flüssigkeit, in Betracht, die darüber hinaus nur eine geringe Absorption im optischen Bereich besitzen darf. Diese Eigenschaft besitzen ein Großteil der Kristalle, wie z. B. Quarz, Calcit, Kaliumdihydrogenphosphat (KDP), Ammoniumdihydrogenphosphat (ADP) und viele andere. Wegen der relativ kleinen Abstände zwischen den Gitterbausteinen der Kristalle ist dann aber die rücktreibende Kraft gemäß Gl. (7,20) nicht mehr allein durch das betrachtete Ion-Elektron-Paar bestimmt, sondern wird von den Nachbardipolen beeinflußt, so daß insbesondere die Anordnung der Gitterbausteine und deren Symmetrien bei dem Kraftansatz und damit bei der Wahl der Parameter $k, l', m', n', \ldots$ berücksichtigt werden müssen.

Wir verweisen in diesem Zusammenhang besonders auf die Kristalle mit Inversionssymmetrie (z. B. NaCl). Diese Kristalle besitzen ein Inversionszentrum. Das bedeutet, daß sich die Energie des Systems bei der Paritätsoperation, also der Ersetzung von x durch $-x$, nicht ändert. Die potentielle Energie für die durch Gl. (7,20) gegebene Kraft lautet

$$U(x) = \int K(x')\,\mathrm{d}x', \tag{7,22}$$

so daß für Kristalle mit Inversionssymmetrie

$$U(x) = U(-x) \tag{7,23}$$

gilt. Hieraus folgt mit den Gleichungen (7,22) und (7,20)

$$l' = n' = 0, \tag{7,24}$$

d. h., in Gl. (7,20) müssen die geradzahligen Potenzen von x verschwinden. Das bedeutet, daß der erste nichtlineare Term von 3. Ordnung in x und, wie wir sehen werden, damit auch von 3. Ordnung in der Feldstärke ist. Wir sprechen daher in diesem Fall von kubisch nichtlinearen Medien, während wir Kristalle ohne Inversionssymmetrie als quadratisch nichtlineare Medien bezeichnen. Wegen der Voraussetzung (7,21) ist klar, daß bei Kristallen mit Inversionssymmetrie höhere Feldstärken zum Nachweis nichtlinearer Effekte erforderlich sind als für Kristalle mit quadratischer Nichtlinearität. Wir werden uns daher im folgenden auch fast ausschließlich mit der letzteren Gruppe von Kristallen beschäftigen.

Für hohe Feldstärken haben wir also den oben als harmonischen Oszillator behandelten atomaren Dipol durch einen anharmonischen Oszillator zu ersetzen mit einem Kraftansatz, wie er im allgemeinen durch Gl. (7,20) gegeben ist. Beschränken wir uns wiederum auf eine ebene, linear polarisierte Welle, so lautet mit Gl. (7,20) die zu Gl. (7,10) analoge Bewegungsgleichung für das Elektron im Kraftfeld des Kerns

$$m\ddot{x} + \Gamma'\dot{x} + kx - l'x^2 + m'x^3 - \cdots = -eE\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}. \tag{7,25}$$

Zur Lösung dieser nichtlinearen Differentialgleichung gehen wir von der oben abgeleiteten exakten Lösung der linearen Gleichung aus und erfassen die nichtlinearen Terme im Sinne einer sukzessiven Approximation. Nach Gl. (7,14) gilt in linearer Näherung

$$x_1 = -\frac{e}{m}\,\frac{E\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}}{(\omega_0{}^2 - \omega^2) - \mathrm{i}\omega\Gamma} \equiv -\frac{e}{m}\,\frac{E\mathrm{e}^{\mathrm{i}(ky-\omega t)}}{D(\omega)}. \tag{7,26}$$

Gehen wir mit dem Ansatz

$$x = x_1 + x_{\mathrm{nl}} \tag{7,27}$$

in Gl. (7,25) ein, so erhalten wir für den nichtlinearen Term der niedrigsten Ordnung

$$\ddot{x}_{\mathrm{nl}} + \Gamma\dot{x}_{\mathrm{nl}} + \omega_0{}^2 x_{\mathrm{nl}} = l x_1{}^2 \quad \left(l = \frac{l'}{m}\right). \tag{7,28}$$

Diese inhomogene Differentialgleichung hat die Lösung

$$x_{\mathrm{nl}} = \frac{e^2}{m^2}\,\frac{E^2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}(ky-\omega t)}}{D^2(\omega)\,D(2\omega)}\,l, \tag{7,29}$$

d. h., neben dem mit ω schwingenden Anteil von x tritt ein Term auf, der mit der doppelten Frequenz schwingt, was der Erzeugung der 2. Harmonischen entspricht, so wie wir es von den nichtlinearen Kennlinien der Elektronik her kennen. Ganz entsprechend erhalten wir die höheren Harmonischen, wenn wir auch die Terme höherer Ordnung in Gl. (7,25) berücksichtigen. Ebenso ist unschwer zu erkennen, daß in x_{nl} auch die Summen- und Differenzfrequenzen $\omega_1 \pm \omega_2$ auftreten, wenn wir

für die den Dipol antreibende Feldstärke nicht nur eine Frequenz ω, sondern zwei Frequenzen ω_1, ω_2 berücksichtigen.

Verallgemeinernd können wir feststellen, daß bei einem anharmonischen Oszillator, der durch ein elektromagnetisches Feld mit den Frequenzen $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots$ zu erzwungenen Schwingungen erregt wird, alle möglichen Harmonischen und Kombinationsfrequenzen erzeugt werden. Die Amplitude der erzeugten Schwingungen ist proportional zur Größe der Nichtlinearität und nimmt daher mit zunehmender Ordnung ab.

Diese für die Auslenkung des Oszillators gewonnene Aussage läßt sich nun sofort auf die uns eigentlich interessierende Polarisation übertragen.

Mit den Gleichungen (7,16) und (7,29) gilt für die Polarisation bei Berücksichtigung nichtlinearer Effekte der niedrigsten Ordnung

$$P_x = \chi E_x + \frac{e^3 l N_\mathrm{D}}{m^2} \frac{E^2 \mathrm{e}^{2\mathrm{i}(ky-\omega t)}}{D^2(\omega)\, D(2\omega)} = \chi E_x + \frac{e^3 l N_\mathrm{D}}{m^2} \frac{E_x{}^2}{D^2(\omega)\, D(2\omega)}. \qquad (7,30)$$

Die Polarisation ist also vom Quadrat der elektrischen Feldstärke abhängig, und der Zusammenhang zwischen P und E ist nichtlinear. Ganz analog erhalten wir in der nächsten Ordnung einen zu $E_x{}^3$ proportionalen Term, und dieses Verfahren ist entsprechend dem Kraftansatz (7,20) beliebig fortzusetzen.

Für den Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke und Polarisation können wir damit in unserem eindimensionalen Modell, wenn wir die Suszeptibilitätskonstante für den nichtlinearen Anteil in der n-ten Ordnung mit $\chi^{(n)}$ bezeichnen

$$P = \chi E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \cdots \qquad (7,31)$$

schreiben, wobei z. B. für den obigen Fall

$$\chi^{(2)} = + \frac{e^3 l N_\mathrm{D}}{m^2} \frac{1}{D^2(\omega)\, D(2\omega)} \qquad (7,32)$$

gilt.

Für ein volles Verständnis des Zusammenhangs zwischen Polarisation und elektrischer Feldstärke ist zu berücksichtigen, daß die $\chi^{(n)}$ von den Frequenzen $\omega_1, \omega_2, \ldots$ abhängen und daß diese Größen, da sie die Vektoren $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{P}$ verknüpfen, Tensoren $(n+1)$ter Stufe darstellen. Wir bezeichnen die $\chi^{(n)}$ als Suszeptibilitätstensoren, für die eine Reihe von Symmetriebeziehungen gelten, die leicht bei der Ableitung der allgemeinen, vektoriellen Form von Gl. (7,31) zu erhalten sind. In Verallgemeinerung der obigen Überlegungen ist hierzu die Wechselwirkung eines dreidimensionalen anharmonischen Oszillators mit einem Strahlungsfeld zu betrachten, welches mit den Frequenzen $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots$ schwingt.

Wir wollen auf diese Rechnung nicht näher eingehen (siehe z. B. Bloembergen (1965), Paul (1973)) und notieren lediglich das Ergebnis, das den Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischer Feldstärke in allgemeiner Form darstellt,

$$\boldsymbol{P} = \chi \boldsymbol{E} + \chi^{(2)} : \boldsymbol{EE} + \chi^{(3)} \vdots \boldsymbol{EEE} + \cdots. \qquad (7,33)$$

Dabei wird die tensorielle Multiplikation der Vektoren mit einem Tensor z. B. dritter Stufe durch die Bezeichnung „:“ symbolisiert.

Die nichtlineare Abhängigkeit von der Feldstärke bedingt, daß in der Polarisation alle Harmonischen und Kombinationsfrequenzen der in der Feldstärke $\boldsymbol{E}$ enthaltenen Fourier-Komponenten auftreten. Da die Polarisation andererseits als Quelle elektromagnetischer Strahlung im Sinne der Maxwellschen Theorie zu betrachten ist, werden diese Frequenzen daher auch in den erzeugten Strahlungsfeldern auftreten, d. h., auch im optischen Bereich ist (bei genügend hohen Feldstärken, so daß die Nichtlinearität wirksam wird) die Erzeugung von Harmonischen sowie Summen- und Differenzfrequenzen möglich. Zur Ableitung der Feldgleichungen für die entsprechenden Prozesse haben wir von den Maxwellschen Gleichungen auszugehen und zu berücksichtigen, daß der Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischer Feldstärke durch Gl. (7,33) gegeben ist, wobei wir uns im folgenden vorerst auf die niedrigste Ordnung der Nichtlinearität beschränken wollen.

7.3. Grundgleichungen

Die zur Beschreibung nichtlinearer Effekte erforderlichen Grundgleichungen erhalten wir aus den Maxwellschen Gleichungen

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c} \boldsymbol{j} + \frac{1}{c} \dot{\boldsymbol{D}}, \tag{7,34}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \dot{\boldsymbol{B}}, \tag{7,35}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}, \tag{7,36}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P}. \tag{7,37}$$

Hierbei bezeichnen wie üblich $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ die elektrische und magnetische Feldstärke, $\boldsymbol{D}$ die durch den Einfluß der Polarisation $\boldsymbol{P}$ von $\boldsymbol{E}$ verschiedene dielektrische Verschiebung, $\boldsymbol{B}$ die magnetische Induktion und $\boldsymbol{j}$ den Strom im Medium, welcher durch die Leitfähigkeit σ bestimmt ist. In den optischen Medien ist die magnetische Permeabilität nur wenig von Eins verschieden, so daß wir in guter Näherung $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{H}$ setzen können. Ferner wollen wir zunächst ein verlustloses Medium voraussetzen so daß $\sigma = 0$ und damit $\boldsymbol{j} = 0$ gilt. (Betrachten wir die Wechselwirkung des Atom systems mit dem elektromagnetischen Feld in einem Resonator, so ist $\boldsymbol{j} \neq 0$ und durch die Verlustkonstante $\varkappa$ des Resonators zu kennzeichnen. Wir werden au diesen, im Experiment wirklich vorliegenden Fall später noch zurückkommen.)

Die Polarisation $\boldsymbol{P}$ ist durch Gl. (7,33) gegeben und setzt sich aus einem be-
üglich $\boldsymbol{E}$ linearen sowie einem nichtlinearen Anteil zusammen,

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{l}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}. \tag{7,38}$$

)abei wollen wir im folgenden nur die Nichtlinearität niedrigster Ordnung, also die ichtlineare Wechselwirkung in optischen Medien ohne Inversionssymmetrie, be-rachten, so daß nach Gl. (7,33) für die i-te Komponente des nichtlinearen Anteils er Polarisation

$$P_{\mathrm{nl}\,i} = \sum_{j,k} \chi^{(2)}_{ijk} E_j E_k \tag{7,39}$$

ilt. Aus den Gleichungen (7,34), (7,35) und (7,37) erhalten wir

$$\mathrm{rot\,rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c^2}\ddot{\boldsymbol{D}}. \tag{7,40}$$

Vegen der Linearität dieser Gleichung gilt der gleiche Zusammenhang für jede der
ı $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{D}$ enthaltenen Partialschwingungen λ mit den Frequenzen $\frac{\omega_\lambda}{2\pi}$,

$$\mathrm{rot\,rot}\,\boldsymbol{E}_\lambda = -\frac{1}{c^2}\ddot{\boldsymbol{D}}_\lambda. \tag{7,41}$$

'ür $\boldsymbol{D}_\lambda$ ergibt sich gemäß den Gleichungen (7,37) und (7,38)

$$\boldsymbol{D}_\lambda = \boldsymbol{E}_\lambda + 4\pi \boldsymbol{P}_{\mathrm{l}}^{(\omega\lambda)} + 4\pi \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)} = \varepsilon \boldsymbol{E}_\lambda + 4\pi \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)}, \tag{7,42}$$

/obei wir den mit ω_λ schwingenden, nichtlinearen Anteil der Polarisation mit $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)}$ bgekürzt haben. Da der Einfluß der Nichtlinearität als eine Korrektur zu betrachten st, können wir $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)}$ im Sinne der Störungstheorie behandeln und zeitliche mplituden- und Phasenänderungen vernachlässigen. Dies ist zumindest in der Jähe des stationären Zustandes zulässig, worauf wir uns bei der Auswertung eschränken wollen. Damit verbleibt in $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)}$ nur die mit ω_λ periodische Zeit-bhängigkeit, so daß

$$\ddot{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)} = -\omega_\lambda^2 \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)} \tag{7,43}$$

ilt und für Gl. (7,41) bei Berücksichtigung der Beziehungen (7,42) und (7,43) zu chreiben ist

$$\mathrm{rot\,rot}\,\boldsymbol{E}_\lambda + \frac{\varepsilon}{c^2}\ddot{\boldsymbol{E}}_\lambda = \frac{4\pi\omega_\lambda^2}{c^2}\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(\omega\lambda)}. \tag{7,44}$$

)as betrachtete Atomsystem, z. B. der Kristall, ist elektrisch neutral und besitzt eine Raumladung, d. h., es gilt

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \mathrm{div}\,\varepsilon\boldsymbol{E} = 0. \tag{7,45}$$

In isotropen Medien ist die Dielektrizitätskonstante ε unabhängig vom Ort, so da aus Gl. (7,45)

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 0 \tag{7,46}$$

und wegen

$$\text{rot rot} = -\Delta + \text{grad div} \tag{7,47}$$

schließlich

$$\text{rot rot}\, \boldsymbol{E}_\lambda = -\Delta \boldsymbol{E}_\lambda \tag{7,48}$$

folgt. Setzen wir Gl. (7,48) in Gl. (7,44) ein, haben wir die Differentialgleichung fü das $\boldsymbol{E}$-Feld in der üblichen Form erhalten.

Allerdings sind Kristalle im allgemeinen anisotrop, d. h., die Größe ε ist durc einen Tensor 2. Stufe gegeben. Daher kann in diesem Fall aus Gl. (7,45) nicht di Beziehung (7,46) abgeleitet werden, was physikalisch dadurch bedingt ist, daß i einem anisotropen Medium die Polarisationsrichtung (gegeben durch den Feld vektor $\boldsymbol{E}$) im allgemeinen nicht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (gekennzeichne durch den Wellenzahlvektor $\boldsymbol{k}$) steht. Daher ist es für den Fall eines anisotrope Mediums wenig sinnvoll, die Operatorbeziehung (7,47) zu benutzen, man hat vielmeh den Operator rot rot direkt auszurechnen. Hierzu setzen wir für das elektrisch Feld laufende, ebene, linear polarisierte Wellen voraus,

$$\boldsymbol{E}_\lambda(\boldsymbol{r}, t) = A_\lambda(\boldsymbol{r}, t)\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_\lambda \boldsymbol{r} - \omega_\lambda t)} \boldsymbol{e}^{(\lambda)} + \text{konj. kompl.} \tag{7,49}$$

Mit $A_\lambda(\boldsymbol{r}, t)$ haben wir dabei die komplexe Amplitude und mit $\boldsymbol{e}^{(\lambda)}$ den Polarisations vektor bezeichnet. Das Koordinatensystem wollen wir so legen, daß die $\boldsymbol{k}$-Richtun mit der z-Achse zusammenfällt und der Polarisationsvektor mit der z-Achse de Winkel α_λ einschließt.

Nehmen wir schließlich an, daß sich die Amplitude A_λ in z-Richtung nur langsa ändert, so können wir $\dfrac{\partial^2 A_\lambda}{\partial z^2}$ gegenüber $k_\lambda \dfrac{\partial A_\lambda}{\partial z}$ vernachlässigen und erhalten nac einfacher Rechnung für den positiven Frequenzanteil des Feldes

$$\boldsymbol{e}^{(\lambda)}\, \text{rot rot}\, \boldsymbol{E}_\lambda = -\left(2\mathrm{i}k_\lambda \frac{\partial A_\lambda}{\partial z} - k_\lambda^2 A_\lambda\right) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz - \omega_\lambda t)} \cos^2 \alpha_\lambda . \tag{7,50}$$

Mit Gl. (7,49) berechnen wir in entsprechender Weise den positiven Frequenzante von $\ddot{\boldsymbol{E}}_\lambda$ (wobei $\ddot{A}_\lambda$ vernachlässigt wird) und erhalten damit schließlich für Gl. (7,44

$$\mathrm{i}\left(k_\lambda \cos^2 \alpha_\lambda \frac{\partial A_\lambda}{\partial z} + \frac{\omega_\lambda}{c^2} \boldsymbol{e}^{(\lambda)} \varepsilon \boldsymbol{e}^{(\lambda)} \frac{\partial A_\lambda}{\partial t}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_\lambda z - \omega_\lambda t)} = -\frac{2\pi\omega_\lambda^2}{c^2} \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_\lambda)} \boldsymbol{e}^{(\lambda)}, \tag{7,51}$$

wobei wir den zu $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_\lambda t}$ proportionalen positiven Frequenzanteil der Polarisation m $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_\lambda)}$ bezeichnet haben. Die Größe $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_\lambda)}$ ist nach Gl. (7,39) durch eine quadratisch

ıbhängigkeit von der Feldstärke gekennzeichnet, so daß durch Gl. (7,51) also in iesem Falle die quadratisch nichtlinearen Effekte erfaßt werden. Wir wollen nun diese ileichung benutzen, um die wichtigsten quadratisch nichtlinearen (optischen) Effekte, ämlich die Harmonischen-Bildung und die parametrische Oszillation, näher zu berachten (vgl. hierzu auch ACHMANOW und CHOCHLOW (1965, 1966)).

.4. Harmonischen-Erzeugung

Vir betrachten zuerst die Harmonischen-Erzeugung, welche als erster optisch ichtlinearer Effekt experimentell von FRANKEN, HILL, PETERS und WEINREICH 1961) nachgewiesen wurde. Die Autoren benutzten einen gepulsten Rubin-Laser $\lambda = 0{,}694\ \mu m$) mit einer Leistung von 3 kW (bei einer Impulsdauer von 10^{-3} s), essen Strahl auf einen Quarz-Kristall fokussiert wurde. Die austretende Strahlung urde in einem Spektrometer analysiert und photographisch aufgezeichnet. Geıessen wurde die 2. Harmonische des Rubin-Lasers bei $\lambda = 0{,}347\ \mu m$, wobei nach den ıbschätzungen der Autoren etwa 10^{11} Photonen pro Impuls erzeugt wurden. Bei iner eingestrahlten Photonenzahl von 10^{19} Photonen ergibt sich damit eine relativ leine Umsetzungsrate, obwohl durch die Fokussierung des Strahls im Kristall eine 'eldstärke von $\approx 10^5$ V/cm erreicht worden war. Wir werden sehen, daß der Grund ierfür in dem verwendeten Quarz-Kristall zu suchen ist, der zwar anisotrop ist sotrope Kristalle, wie auch Glas, besitzen trivialerweise Inversionssymmetrie und efern damit — wie wir oben gesehen haben — keine Erzeugung einer 2. Harmoischen), dessen Dispersionseigenschaften jedoch nicht ohne weiteres zu einer 'hasenanpassung zwischen der Grundwelle und der erzeugten Harmonischen ihren. Eine Phasenanpassung ist nämlich die Voraussetzung dafür, daß beide Wellen ber das gesamte Medium feste Phasenbeziehungen und damit optimale Wechselirkung besitzen, was zu maximaler Intensität der erzeugten Wellen führt.

Das Verständnis der für die Harmonischen-Erzeugung und darüber hinaus für die esamte nichtlineare Optik wesentlichen Bedingung für die Phasenanpassung (in er englisch-sprachigen Literatur als „phase matching" bezeichnet) folgt aus der 'heorie der Harmonischen-Erzeugung, die wir — ausgehend von den oben abeleiteten Grundgleichungen — etwas näher betrachten wollen. Die Frequenz der infallenden Grundwelle bezeichnen wir mit $\frac{\omega}{2\pi}$, die Frequenz der zweiten Harmoniзhen ist dann durch $\frac{2\omega}{2\pi}$ gegeben. In den Gleichungen (7,39) und (7,51) haben wir lso zwei Wellen, $\lambda = 1{,}2$, zu berücksichtigen, wobei die Grundwelle durch den ndex 1 gekennzeichnet sein soll. In der allgemeinen Form (7,51) als gekoppelte

partielle Differentialgleichungen sind die Gleichungen allerdings nicht analytisch zu lösen. Bei der Beschreibung der wesentlichen experimentellen Anordnungen vereinfachen sich die Gleichungen jedoch näherungsweise zu gewöhnlichen Differentialgleichungen. Wir denken dabei z. B. an eine Anordnung, in der, ähnlich wie beim Laser, die Wechselwirkung mit solchen Wellen erfolgt, die Eigenschwingungen eines Resonators sind. Die Eigenschwingungen eines Resonators mit nicht zu kleiner Güte besitzen nämlich nur eine geringe räumliche Abhängigkeit ihrer Amplitude, so daß räumliche Ableitungen vernachlässigt werden können. Für Gl (7,51) bedeutet dies, daß $\frac{\partial A_\lambda}{\partial z}$ gestrichen werden kann und nur zeitliche Änderungen zu betrachten sind. Solche resonanten Anordnungen finden neuerdings auch bei der Harmonischen-Erzeugung Anwendung.

Alle experimentellen Anordnungen, bei denen die beteiligten elektromagnetischen Wellen den Kristall dagegen nichtresonant durchlaufen — und dieser Fall liegt bei der Harmonischen-Bildung meist vor — erfordern im Prinzip eine Auswertung von Gl. (7,51). Allerdings interessieren praktisch nur die sich im stationären Fall einstellenden Größen, wie Intensität, Wirkungsgrad, Winkelabhängigkeit u. ä., so daß von den Anlaufvorgängen abgesehen werden kann. Das bedeutet, daß die zeitlichen Änderungen der Amplitude vernachlässigt werden können, daß also in Gl. (7,51) $\frac{\partial A_\lambda}{\partial t}$ zu streichen ist. Auf diesen quasistationären Fall wollen wir uns im weiteren beschränken. Für $\lambda = 1{,}2$ folgt dann aus Gl. (7,51) für die Amplitude der auch als Pumpwelle bezeichneten Grundwelle

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = \frac{2\pi\omega_1^2 \mathrm{i}}{k_1 c^2 \cos^2 \alpha_1} \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_1)} \boldsymbol{e}^{(1)} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_1 z - \omega_1 t)} \tag{7,52}$$

und für die Amplitude der 2. Harmonischen

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = \frac{2\pi\omega_2^2 \mathrm{i}}{k_2 c^2 \cos^2 \alpha_2} \boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_2)} \boldsymbol{e}^{(2)} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_2 z - \omega_2 t)}. \tag{7,53}$$

Dabei wurden mit $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_1)}$ bzw. $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}^{(-\omega_2)}$ die Anteile der nichtlinearen Polarisation bezeichnet, welche wie $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_1 t}$ mit $\omega_1 = \omega$ bzw. wie $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_2 t}$ mit $\omega_2 = 2\omega$ schwingen. Mit Gl. (7,39) und dem Ansatz für die Feldstärke gemäß Gl. (7,49) folgt für die i-te Komponente der Polarisationsanteile

$$P_{\mathrm{nl}_i}^{(-\omega)} = 2 \sum_{j,k} \chi_{ijk}(\omega; 2\omega, -\omega)\, e_j^{(1)} e_k^{(2)} A_1^* A_2\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_1 - k_2) z} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{7,54}$$

und

$$P_{\mathrm{nl}_i}^{(-2\omega)} = \sum_{j,k} \chi_{ijk}(2\omega; \omega, \omega)\, e_j^{(1)} e_k^{(1)} A_1^2\, \mathrm{e}^{2\mathrm{i}k_1 z} \cdot \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\omega t}. \tag{7,55}$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichungen (7,52) und (7,53) ein und führen die skalare Multiplikation der beiden Vektoren $\boldsymbol{P}_{\mathrm{nl}}$ und $\boldsymbol{e}^{(\lambda)}$ in der Komponentenschreibweise aus, dann erhalten wir

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = \frac{K\omega^2 \mathrm{i}}{k_1 \cos^2 \alpha_1} A_1{}^* A_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta k z}, \tag{7,56}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = \frac{2K\omega^2 \mathrm{i}}{k_2 \cos^2 \alpha_2} A_1{}^2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k z}, \tag{7,57}$$

wobei $\Delta k = 2k_1 - k_2$ gilt. Die Kopplungskonstante

$$K = \frac{4\pi}{c^2} \sum_{i,j,k} \chi_{ijk} e_i{}^{(1)} e_j{}^{(2)} e_k{}^{(1)} \tag{7,58}$$

ist ein Maß für die Kopplung zwischen den einzelnen beteiligten Wellen und ist, wie zu erwarten, proportional zum Suszeptibilitätstensor χ_{ijk}, also zur Größe der Nichtlinearität. Bei der Ableitung der Gleichungen (7,56) und (7,57) haben wir von den Symmetrierelationen für die χ_{ijk},

$$\sum_{i,j,k} \chi_{ijk}(\omega; 2\omega, -\omega)\, e_i{}^{(1)} e_j{}^{(2)} e_k{}^{(1)} = \sum_{i,j,k} \chi_{ijk}(2\omega; \omega, \omega)\, e_i{}^{(2)} e_j{}^{(1)} e_k{}^{(1)},$$

Gebrauch gemacht, so daß in beiden Gleichungen die gleiche Kopplungskonstante auftritt.

Eine exakte Lösung des Gleichungssystems (7,56), (7,57) wurde von Armstrong, Bloembergen, Ducuing und Pershan (1962) angegeben.

Mit dem Ansatz für die komplexe Amplitude,

$$A_\lambda = \varrho_\lambda \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_\lambda}, \tag{7,59}$$

und der Substitution

$$u_\lambda = \left(\frac{k_\lambda c^2 \cos^2 \alpha_\lambda}{2\pi\omega_\lambda W}\right)^{1/2} \varrho_\lambda, \qquad \lambda = 1, 2, \tag{7,60}$$

wobei

$$W = \frac{c^2}{2\pi\omega}\left(k_1 \varrho_1{}^2 \cos^2 \alpha_1 + \frac{k_2}{2} \varrho_2{}^2 \cos^2 \alpha_2\right) \tag{7,61}$$

den gesamten Energiefluß pro cm² in Ausbreitungsrichtung bezeichnet, ergibt sich nach einiger Rechnung die Lösung in der Form

$$u_2{}^2(z) = u_{2a}^2 + (u_{2b}^2 - u_{2a}^2)\, \mathrm{sn}^2\left(\sqrt{u_{2c}^2 - u_{2a}^2}\, \frac{z - z_0}{l}, \gamma^2\right) \tag{7,62}$$

und

$$u_1{}^2(z) = 1 - u_{2a}^2 - (u_{2b}^2 - u_{2a}^2)\,\mathrm{sn}^2\left(\sqrt{u_{2c}^2 - u_{2a}^2}\,\frac{z - z_0}{l},\,\gamma^2\right) \qquad (7{,}63)$$

mit

$$\gamma^2 = \frac{u_{2b}^2 - u_{2a}^2}{u_{2c}^2 - u_{2a}^2} \qquad (7{,}64)$$

und

$$l = \frac{k_1 \cos^2 \alpha_1}{2K\omega^2}\left(\frac{c^2 k_2 \cos^2 \alpha_2}{\pi\omega W}\right)^{1/2} \qquad (7{,}65)$$

Die Größe z_0 ist aus der Randbedingung für $z = 0$ zu bestimmen. Die Größen $u_{2a}^2 \leqq u_{2b}^2 \leqq u_{2c}^2$ folgen als Wurzeln der kubischen Gleichung

$$u_2{}^2(1 - u_2{}^2)^2 - \left(\Gamma - \frac{\Delta S}{2}\,u_2{}^2\right)^2 = 0, \qquad (7{,}66)$$

wobei $\Delta S = l\Delta k$ gilt und

$$\Gamma = u_1{}^{02} u_2{}^0 \cos\Theta_0 + \frac{\Delta S}{2}\,u_2{}^{02} \qquad (7{,}67)$$

durch die Anfangswerte $u_1{}^0$, $u_2{}^0$ und $\Theta_0 = 2\varphi_1(0) - \varphi_2(0)$ gegeben ist. In den Gleichungen (7,62) und (7,63) bezeichnet sn die tabellierte Sinus-amplitudinis-Funktion (vgl. Abramowitz und Stegun (1965)). Es handelt sich hierbei um eine bezüglich z periodische Funktion, wobei die Periode von dem Wert γ^2 abhängt. Es gilt

$$\begin{aligned} \mathrm{sn}\,(z, 0) &= \sin z \\ \mathrm{sn}\,(z, 1) &= \tanh z \\ \mathrm{sn}\,(0, 0) &= \mathrm{sn}\,(0, 1) = \mathrm{sn}\,(0, \gamma^2) = 0, \end{aligned} \qquad (7{,}68)$$

d. h., für $\gamma^2 = 0$ geht sn über in den gewöhnlichen Sinus, während für $\gamma^2 \to 1$ die Periode gegen ∞ strebt und schließlich für $\gamma^2 = 1$ der hyperbolische Tangens erreicht wird. Die Periode ist für $\gamma^2 \lessapprox 1$ gegeben durch

$$z_P \approx 4 \ln \frac{4}{\sqrt{1 - \gamma^2}}. \qquad (7{,}69)$$

An Hand der Lösungen (7,62) und (7,63) wollen wir nun die Harmonischen-Bildung erläutern. Ohne auf die Amplitude A_λ oder die Feldstärke $|\boldsymbol{E}_\lambda|$ umzurechnen, können wir die Verhältnisse direkt am Verlaufe der Größen $u_1{}^2$ bzw. $u_2{}^2$ diskutieren, die als umnormiertes Maß für die Intensität der Grundwelle bzw. der erzeugten 2. Harmonischen angesehen werden können.

Wir betrachten hierzu eine experimentelle Anordnung, wie sie in Abb. 87 schematisch dargestellt ist: Von links fällt die Grundwelle (Pumpwelle) mit der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ und der Intensität u_1^{02} bei $z = 0$ auf den Kristall, durchläuft diesen und erzeugt als Folge der Nichtlinearität der Wechselwirkung eine Welle mit der Frequenz $\frac{2\omega}{2\pi}$, deren Intensität durch $u_2^2(z)$ entsprechend Gl. (7,62) gegeben ist.

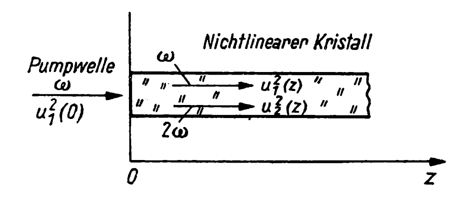


Abb. 87. Schema der Anordnung zur Erzeugung der 2. Harmonischen

Bei der reinen Harmonischen-Erzeugung ist die Intensität $u_2^{02} = 0$ für $z = 0$, d. h., es liegt noch keine Harmonische vor, während die Pumpintensität für $z = 0$ maximal ist.

Um uns eine der wesentlichsten Eigenschaften der nichtlinearen Wechselwirkung klarzumachen, wollen wir jedoch vorläufig verallgemeinernd voraussetzen, daß in den Kristall auch eine schwache Intensität bei 2ω eingestrahlt werde, daß also $u_2^{02} \neq 0$ sei, mit der Voraussetzung

$$u_2^{02} \ll u_1^{02}.$$

Als Anfangsbedingung folgt dann aus Gl. (7,62)

$$\frac{u_2^{02} - u_{2a}^2}{u_{2b}^2 - u_{2a}^2} = \operatorname{sn}^2\left(-\sqrt{u_{2c}^2 - u_{2a}^2}\,\frac{z_0}{l}, \gamma^2\right). \tag{7,70}$$

Hieraus ist z_0 zu bestimmen. Die entsprechende Anfangsbedingung ist für u_1^2 aufzuschreiben, woraus ebenfalls genau die Beziehung (7,70) folgt.

Ohne den expliziten analytischen Ausdruck für z_0 zu bestimmen, können wir die wesentlichen Abhängigkeiten bereits aus den Gleichungen (7,62) und (7,63) ablesen. Hierzu brauchen wir uns nur daran zu erinnern, daß es sich bei sn um eine zwischen 0 und 1 periodisch veränderliche Funktion handelt, wobei die Periode von γ^2 sowie $\frac{1}{l}\,(u_{2c}^2 - u_{2a}^2)^{1/2}$ abhängt.

Die Pumpstrahlung ist, wie oben erwähnt, für $z = 0$ durch u_1^{02} gegeben. Wegen $u_2^{02} \ll u_1^{02}$ folgt aber aus Gl. (7,63), daß, ausgehend von $z = 0$, mit wachsendem z auch $\operatorname{sn}^2\left(\sqrt{u_{2c}^2 - u_{2a}^2}\,\frac{z - z_0}{l}, \gamma^2\right)$ anwächst, die Intensität für die Pumpstrahlung also abnimmt, während entsprechend Gl. (7,62) die Intensität für die 2. Harmonische

zunimmt. Quantenmechanisch interpretiert heißt dies, daß 2 Pumpphotonen verschwinden und dafür ein Photon der 2. Harmonischen gebildet wird. Dieser Prozeß setzt sich beim Durchlaufen des Kristalls — also in z-Richtung — so lange fort, bis die Funktion sn² ihr Maximum erreicht hat, um dann in umgekehrter Richtung, nämlich der Bildung der Pumpwelle auf Kosten der 2. Harmonischen, zu verlaufen. Dieser Vorgang setzt sich periodisch über die gesamte Kristallänge fort. Den Verlauf der Intensitäten von Pumpwelle und 2. Harmonischer zeigt qualitativ Abb. 88.

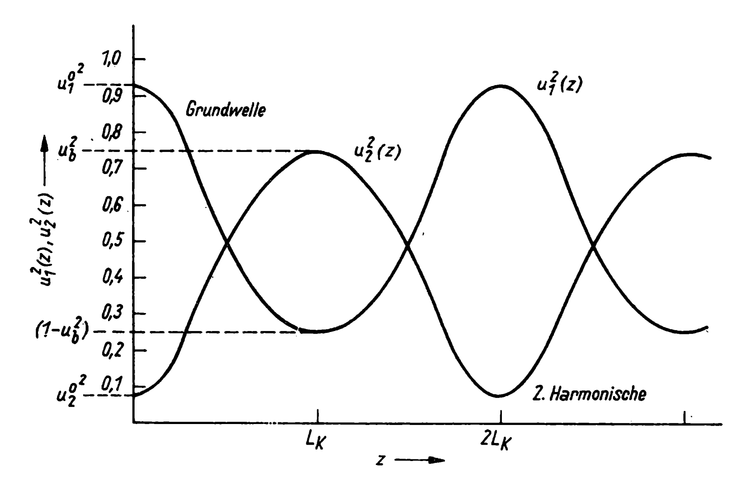


Abb. 88. Intensität von Grundwelle und 2. Harmonischer als Funktion der durchstrahlten Kristallänge für $\Delta k \neq 0$, $\cos \Theta_0 \neq 0$

Physikalisch ist diese Periodizität dadurch bedingt, daß für $\Delta k \neq 0$ (oder auch $\cos \Theta_0 \neq 0$) die Pumpwelle und die Harmonische verschiedene Phasengeschwindigkeiten besitzen. Dies folgt direkt aus Gl. (7,57), wenn wir sie in der sogenannten parametrischen Näherung integrieren, d. h. die Grundwelle A_1 als konstant betrachten, was sicher für $|A_2| \ll |A_1|$ zulässig ist. Wir erhalten dabei den Phasenfaktor $\exp(\mathrm{i}\Delta k z)$, der die Änderung der Phase zwischen beiden Wellen mit wachsendem z beschreibt. Nachdem anfänglich die Energie von der Pumpwelle auf die Harmonische übertragen wird, findet von einer bestimmten Länge $z = L_K$ an der umgekehrte Prozeß statt. Aus der Periodizität des Phasenfaktors folgt unmittelbar die Periodizität der Intensität der beiden Wellen, wobei die Periodenlänge mit wachsendem Δk abnehmen sollte.

Man bezeichnet die Länge, über die die Phasen der wechselwirkenden Wellen näherungsweise gleich sind, vielfach als Phasenkohärenzlänge L_K. Sie ist aus Gl. (7,69) zu bestimmen.

Die in z periodische Änderung der Intensität der 2. Harmonischen wurde in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen auch experimentell bestätigt.

Mit einem Rubin-Laser als Pumpquelle durchstrahlten MAKER, TERHUNE, NISENOFF und SAVAGE (1962) ein 0,78 mm dickes Quarzplättchen, wobei die verschiedenen z-Werte durch Drehen des Plättchens eingestellt wurden. In Quarz ist $\Delta k \neq 0$ (vgl. Seite 257), und man erwartet theoretisch einen Abstand zwischen zwei Intensitätsmaxima, also eine doppelte Phasenkohärenzlänge von $2L_K^{(\text{theor})} \approx 13{,}9\ \mu\text{m}$. Die gemessene Intensität der 2. Harmonischen als Funktion des Drehwinkels zeigt Abb. 89, woraus $2L_K^{(\text{exp})} \approx 14\ \mu\text{m}$ folgt.

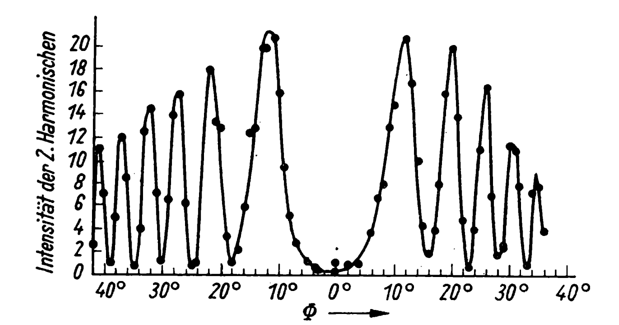


Abb. 89. Experimentell gemessene Abhängigkeit der Intensität der 2. Harmonischen von der durchstrahlten Kristallänge L
(L wurde durch Drehen des Kristalls um den Winkel Φ variiert) (Nach MAKER, TERHUNE, NISENOFF und SAVAGE (1962))

Für $\cos \Theta_0 = 0$ (bzw. $u_2^{02} = 0$) und $\Delta k = 0$, also gleiche Phasengeschwindigkeiten für alle z-Werte, verschwindet die Periodizität, was mathematisch seinen Ausdruck darin findet, daß dann $\gamma^2 = 1$ gilt und damit nach Gl. (7,68) sn in tanh übergeht. Die Phasenkohärenzlänge wird theoretisch unendlich.

Vor allem als Folge der endlichen Divergenz der Pumpstrahlung ist allerdings die Phasenanpassungsbedingung experimentell nicht für beliebig große Kristallängen zu erfüllen. Nach Abschätzung von ASHKIN, BOYD und KLEINMAN (1965) ist für eine von einem Gaslaser gelieferte Pumpstrahlung eine Phasenkohärenzlänge von maximal 10 cm zu erreichen. Für einen Festkörperlaser liegt sie im allgemeinen wesentlich darunter, nämlich bei etwa 1 mm (wenn auch mit speziellen Anordnungen Werte von einigen Zentimetern zu erreichen sind).

Auf jeden Fall existieren aber bestimmte Werte $z = z_M$, bei denen die Intensität der erzeugten Harmonischen maximal ist. Dieser Maximalwert folgt aus Gl. (7,62) für

$$\operatorname{sn}\left(\sqrt{u_{2c}^2 - u_{2a}^2}\,\frac{z_M - z_0}{l}, \gamma^2\right) = 1 \tag{7,71}$$

zu

$$u_{2\max}^2 = u_{2b}^2. \tag{7,72}$$

Entsprechend ergibt sich dann nach Gl. (7,63) eine minimale Intensität für die Pumpwelle von

$$u_{1\,\mathrm{min}}^2 = 1 - u_{2b}^2. \tag{7,73}$$

Hieraus erkennen wir, daß nur für $u_{2b}^2 = 1$ eine vollständige Umsetzung der Pumpwelle in die Harmonische möglich ist, was einem Wirkungsgrad von 100% entsprechen würde. Um uns die physikalische Bedeutung dieser Bedingung klarzumachen, müssen wir u_{2b}^2 als Wurzel der kubischen Gleichung (7,66) explizit bestimmen. Das ist für den Fall $u_2^{02} \ll u_1^{02}$ unter der Voraussetzung

$$\Gamma \ll 1, \;\; \Delta S \ll 1 \tag{7,74}$$

in guter Näherung möglich. Wir gehen dazu von der Lösung für $\Gamma = 0$, $\Delta S = 0$ aus, für die

$$u_{2a}^{(0)2} = 0, \quad u_{2b}^{(0)2} = u_{2c}^{(0)2} = 1 \tag{7,75}$$

gilt. Mit dem Ansatz

$$u_{2j}^2 = u_{2j}^{(0)2} + \eta_j \quad (j = a, b, c) \tag{7,76}$$

folgt dann aus Gl. (7,66) nach einfacher Rechnung, wenn wir nur lineare Glieder in Γ und ΔS berücksichtigen,

$$\begin{aligned} u_{2a}^2 &\approx 0, \\ u_{2b}^2 &= 1 - \left(\Gamma - \frac{\Delta S}{2}\right), \\ u_{2c}^2 &= 1 + \left(\Gamma - \frac{\Delta S}{2}\right). \end{aligned} \tag{7,77}$$

Entsprechend der Beziehung $u_{2a}^2 \leqq u_{2b}^2 \leqq u_{2c}^2$ sind für $\left(\Gamma - \frac{\Delta S}{2}\right) < 0$ die Ausdrücke für u_{2b}^2 und u_{2c}^2 zu vertauschen.

Aus den Gleichungen (7,72) und (7,73) folgt damit unter Beachtung von Gl. (7,77), daß maximale Energieumsetzung nur für

$$\Gamma = \frac{\Delta S}{2} \tag{7,78}$$

möglich ist, d. h. also, mit Gl. (7,67), entweder für

$$u_1^{02} u_2^0 \cos \Theta_0 = \frac{\Delta S}{2} (1 - u_2^{02}) \tag{7,79}$$

oder für

$$\cos \Theta_0 = 0, \quad \frac{\Delta S}{2} = 0 \tag{7,80}$$

bzw.

$$u_2^{02} = 0, \quad \frac{\Delta S}{2} = 0. \tag{7,81}$$

Wir erhalten also eine Bedingung für die Anfangsphasen,

$$\Theta_0 = 2\varphi_1^0 - \varphi_2^0,$$

sowie die Wellenzahlen,

$$\Delta k = 2k_1 - k_2.$$

Betrachten wir vorerst die Anfangsphasen. Wird eine 2. Harmonische schon von außen eingestrahlt ($u_2^{02} \neq 0$), so erhalten wir ein mit dieser Frequenz schwingendes Dipolmoment, und die Pumpwelle kann nur dann Energie an dieses abgeben, wenn die richtige Phasenbeziehung besteht. Sind keine anderen phasenverändernden Prozesse maßgebend, die eine evtl. falsche Anfangsphase beeinflussen, so bedeutet dies, daß eine relative Anfangsphase gemäß Gl. (7,80) zu verlangen ist. Ansonsten ist eine hiervon abweichende Anfangsphase durch $\Delta k \neq 0$ auszugleichen, (Gl. (7,79)). Dieser Ausgleich findet jedoch erst mit wachsendem z statt, so daß der Anstieg der Intensität für die Harmonische langsamer erfolgt.

Diese Aussagen bezüglich der Forderung nach der richtigen Anfangsphase gelten generell für den Fall, daß in den nichtlinearen Kristall zwei (oder auch mehrere) Wellen eingestrahlt werden, welche ihre Energie ineinander überführen sollen. Bei den meisten experimentellen Anordnungen bzw. Anwendungen der nichtlinearen Optik handelt es sich jedoch darum, aus einer (oder auch mehreren) Wellen eine (oder mehrere) Wellen zu erzeugen, wobei die zu erzeugenden Wellen am Anfang des Kristalls entweder die Intensität Null besitzen oder nur eine kleine, über den spontanen Prozeß entstandene Intensität vorliegt.

Für unseren Fall bedeutet dies, daß wir

$$u_2^{02} = 0 \tag{7,82}$$

zu setzen haben. Dann verschwindet aber die Abhängigkeit von der Anfangsphase Θ_0 (und von Γ) ganz, weil sich zu Beginn des Prozesses die Phase in der Weise einstellt, daß maximale Energieumsetzung stattfindet. Das gilt auch für den spontanen Prozeß. Im Prinzip sind für $z = 0$ alle Phasen Θ_0 möglich, doch wird die mit der größten Wechselwirkung der Pumpwelle die meiste Energie entziehen, so daß für alle anderen Wellen praktisch keine Verstärkung möglich ist. Daraus folgt, daß nur die Wellen mit der Anfangsphase

$$\cos\Theta_0 = 0 \tag{7,83}$$

anschwingen werden bzw. durch den spontanen Prozeß entstehen.

Damit ergibt sich schließlich eindeutig die Forderung bezüglich der Wellenzahlen zu

$$\Delta k = 2k_1 - k_2 = 0. \tag{7,84}$$

Diese Beziehung nennen wir die „Phasenanpassungsbedingung". Sie garantiert maximale Wechselwirkung vom Beginn des Prozesses an und führt dazu, daß die Energie der Pumpwelle im Prinzip vollständig in die der zu erzeugenden Welle überführt werden kann. Eine numerische Auswertung von Gl. (7,62) (für $u_2^{02} = 0$) bestätigt die oben dargestellten Folgerungen und zeigt, wie mit wachsendem Δk die maximal erreichbare Intensität der 2. Harmonischen und auch die Phasenkohärenzlänge L_K abnehmen (siehe Abb. 90).

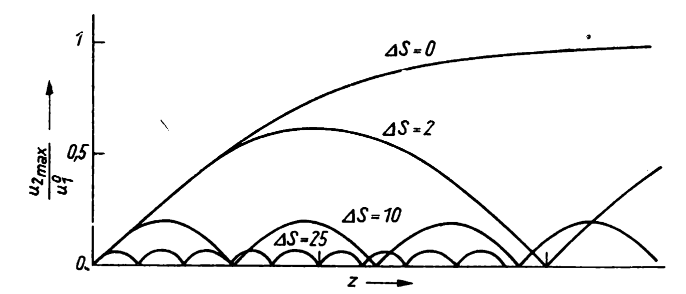


Abb. 90. Abhängigkeit der maximal erreichbaren Amplitude für die 2. Harmonische bezogen auf u_1^0 als Funktion der durchstrahlten Kristallänge bei erfüllter ($\Delta S = 0$) und nichterfüllter Phasenanpassungsbedingung ($\Delta S \neq 0$). (Nach ARMSTRONG, BLOEMBERGEN, DUCUING und PERSHAN (1962))

Für $\Delta k = 0$ ergibt sich aus den Gleichungen (7,62) und (7,63) unter Benutzung der Beziehungen (7,68) und (7,70) wegen $\gamma^2 = 1$, $z_0 = 0$ als exakte Lösung

$$u_2^2(z) = \tanh^2 \frac{z}{l}, \tag{7,85}$$

$$u_1^2(z) = 1 - \tanh^2 \frac{z}{l}, \tag{7,86}$$

wobei l^{-1} gemäß den Gleichungen (7,65) und (7,58) direkt proportional zur Größe der Nichtlinearität ist. Hieraus folgt, daß die Intensität der 2. Harmonischen für $\frac{z}{l} \ll 1$ quadratisch mit der durchstrahlten Länge (Kristalldicke) anwächst. Diese Abhängigkeit gilt allerdings nur innerhalb der Phasenkohärenzlänge L_K, die als Folge der Divergenz der Pumpstrahlung nicht den aus Gl. (7,85) folgenden Idealwert Unendlich annimmt, sondern maximal etwa 10 cm beträgt. Für Kristalldicken, die größer sind als die Phasenkohärenzlänge (bei $\Delta k = 0$) wächst die Intensität der 2. Harmonischen nur noch linear mit z an.

Gemessen wurde die Intensität der 2. Harmonischen in Abhängigkeit von der Größe Δk u. a. von MAKER, TERHUNE, NISENOFF und SAVAGE (1962). Das Ergebnis zeigt Abb. 91. Es bestätigt die theoretische Erwartung, wonach die Intensität

maximal sein sollte bei einem Winkel $\varphi_{\Delta k=0} = 52°$, bei dem für den verwendeten KDP-Kristall gerade Gl. (7,84) erfüllt ist. (Wir kommen auf Einzelheiten gleich zurück.)

Die Phasenanpassungsbedingung ist von entscheidender Bedeutung für die meisten Untersuchungen der nichtlinearen Optik. Wie ist diese Bedingung nun im Experiment zu realisieren?

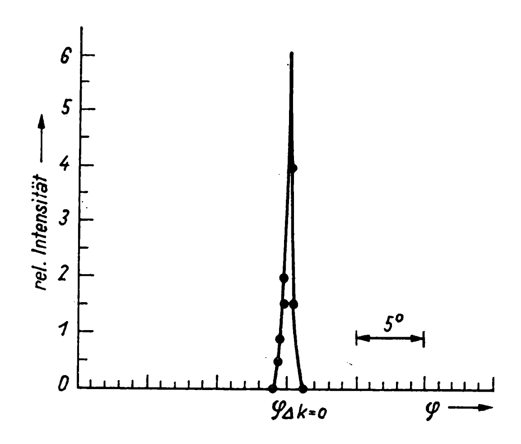


Abb. 91. Gemessene Intensität für die 2. Harmonische als Funktion der Kristallorientierung. (Nach MAKER, TERHUNE, NISENOFF und SAVAGE (1962))

Wir wollen zur Erläuterung auf die erfolgreichste Methode eingehen, welche in den Experimenten fast ausschließlich verwendet wird. Sie wurde von GIORDMAINE (1962) vorgeschlagen und beruht darauf, das durch die Dispersion der Kristalle bedingte Auseinanderlaufen der Phasen von Pumpwelle und Harmonischer durch die Anisotropie zu kompensieren. Um uns diesen Effekt klarzumachen, betrachten wir die in Abb. 87 schematisch dargestellte Anordnung und setzen voraus, daß die Pumpwelle den Kristall als außerordentlicher Strahl, die Harmonische aber als ordentlicher Strahl durchsetzt. Bezeichnen wir die entsprechenden Brechungsindizes mit $n^{(a)}$ bzw. $n^{(o)}$, dann gilt für die Wellenzahlen

$$k_1 = n^{(a)}(\omega_1)\,\frac{\omega_1}{c}, \quad k_2 = n^{(o)}(\omega_2)\,\frac{\omega_2}{c}. \tag{7,87}$$

Als Bedingungen für maximale Wechselwirkung haben wir dann die schon eingangs benutzte Frequenzbeziehung

$$2\omega_1 = \omega_2 \tag{7,88}$$

sowie die oben abgeleitete Phasenanpassungsbedingung

$$2k_1 = k_2 \tag{7,89}$$

zu berücksichtigen.

Mit Gl. (7,87) folgt aus Gl. (7,89)

$$2\omega_1 n^{(a)}(\omega_1) = \omega_2 n^{(o)}(\omega_2), \tag{7,90}$$

und dies liefert unter Benutzung von Gl. (7,88) eine Beziehung zwischen den Brechungsindizes $n^{(a)}(\omega_1)$ und $n^{(o)}(\omega_2)$ allein,

$$n^{(a)}(\omega_1) = n^{(o)}(\omega_2). \tag{7,91}$$

Diese Gleichung ist, liegt keine Dispersion vor, in Richtung der optischen Achse trivialerweise erfüllt. Für einen optisch einachsigen Kristall betrachten wir die in Abb. 92 schematisch dargestellte Indexfläche, welche die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Richtung des Wellenzahlvektors angibt (und leicht aus dem Indexellip-

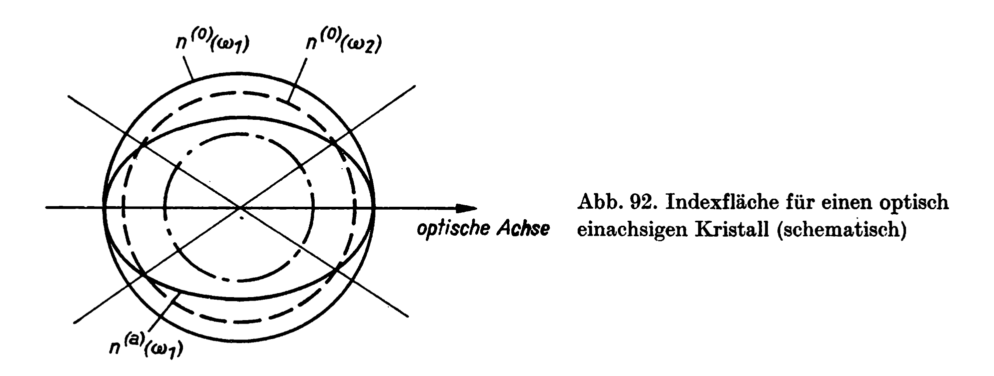


Abb. 92. Indexfläche für einen optisch einachsigen Kristall (schematisch)

soid zu bestimmen ist). Definitionsgemäß gilt in Richtung der optischen Achse $n^{(a)}(\omega) = n^{(o)}(\omega)$. Tatsächlich haben die in Betracht kommenden Kristalle jedoch eine mehr oder weniger große Dispersion, so daß im allgemeinen Gl. (7,91) nicht ohne weiteres zu erfüllen ist. Mit einer nicht zu großen negativen Dispersion $\frac{\partial n}{\partial \omega} < 0$ erhalten wir etwa den in Abb. 92 gestrichelt gezeichneten Verlauf für die Indexfläche des ordentlichen Strahls (bei ω_2), so daß in diesem Falle Gl. (7,91) für die eingezeichnete Richtung, wegen der Rotationssymmetrie also auf einem Doppelkegelmantel. erfüllt ist.

Für positive Dispersion, $\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0$, gilt die gleiche Argumentation, wenn wir nur Pumpwelle und Harmonische vertauschen, d. h. die Pumpwelle als ordentlichen Strahl, die Harmonische als außerordentlichen Strahl benutzen. Ist die Dispersion allerdings relativ groß im Verhältnis zur Anisotropie, so ist es leicht möglich, daß kein Schnittpunkt zwischen den Kurven erreicht wird, Gl. (7,91) also nicht zu erfüllen ist. Ein Beispiel dafür ist in Abb. 92 strichpunktiert eingezeichnet.

Hieraus folgt, daß die Phasenanpassungsbedingung (7,84) in einem nichtlinearen Kristall nur bei genügend großer Anisotropie sowie kleiner Dispersion zu erfüllen ist, und diese Kristalle sollten daher zur Erzeugung der 2. Harmonischen (sowie anderer nichtlinearer Effekte) am günstigsten sein.

Betrachten wir als konkretes Beispiel zunächst einen Quarz-Kristall, an dem, wie oben bereits erwähnt, erstmalig 1961 die Erzeugung der 2. Harmonischen im optischen Bereich demonstriert wurde. Die Indexfläche ist in ihrem prinzipiellen Verlauf in Abb. 93 dargestellt und zeigt, daß Gl. (7,91) nicht zu erfüllen ist. Die Erzeugung der 2. Harmonischen in Quarz ist damit zwar möglich, wegen der Verletzung der

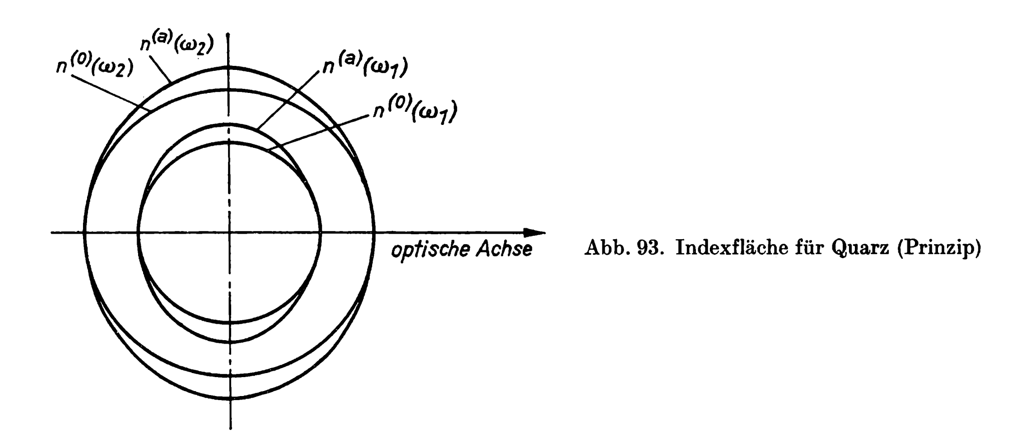


Abb. 93. Indexfläche für Quarz (Prinzip)

Phasenanpassungsbedingung ist die Wechselwirkung aber nicht maximal und die erhaltene Intensität bleibt relativ gering.

Anders sind die Verhältnisse bei KDP. Die in Abb. 94 dargestellte Indexfläche dieses Kristalls zeigt, daß die Bedingung (7,91) in den eingezeichneten Richtungen zu erfüllen ist. Das bedeutet, daß mit der in Abb. 87 skizzierten Anordnung maximale Intensität für die 2. Harmonische bei einem ganz definierten Winkel zwischen der einfallenden Pumpstrahlung (auch Richtung der 2. Harmonischen) und der optischen Achse erhalten werden sollte, so wie es auch tatsächlich von Maker, Terhune, Nisenoff und Savage (1962) gemessen wurde (vgl. Abb. 91).

Neben KDP gibt es noch eine ganze Reihe anderer Kristalle, bei der neben einer genügend großen nichtlinearen Suszeptibilität auch die Anisotropie ausreichend ist, um den Effekt der Dispersion zu kompensieren. Wir erwähnen hier nur noch ADP und $LiNbO_3$, wobei die meisten experimentellen Untersuchungen zur Harmonischen-Bildung jedoch mit KDP und ADP durchgeführt wurden. Als Pumpquellen werden im wesentlichen gütegeschaltete Laser verwendet, jedoch sind Untersuchungen im kontinuierlichen Betrieb ebenfalls möglich. Die verwendeten Leistungsdichten

(z. T. bei Fokussierung erreicht) sind sehr unterschiedlich und liegen bei maximal etwa 100 MW/cm², da bei wesentlich höheren Strahlenbelastungen der Kristall zerstört wird (KDP bei etwa 200 MW/cm², ADP bei 500 MW/cm²). Die Kristalle sind bis zu mehreren Zentimetern lang. Eine effektive Vergrößerung der Kristallänge und damit eine Erhöhung der Intensität der 2. Harmonischen — die besonders wünschenswert erscheint, wenn nur eine relativ leistungsschwache Pumpquelle zur Verfügung steht — sind dadurch möglich, daß die 2. Harmonische mehrfach den Kristall durchläuft. Das läßt sich zum Beispiel durch Einbringen in eine Resonanzstruktur erreichen. Die dadurch bedingte Abhängigkeit der Intensität von den

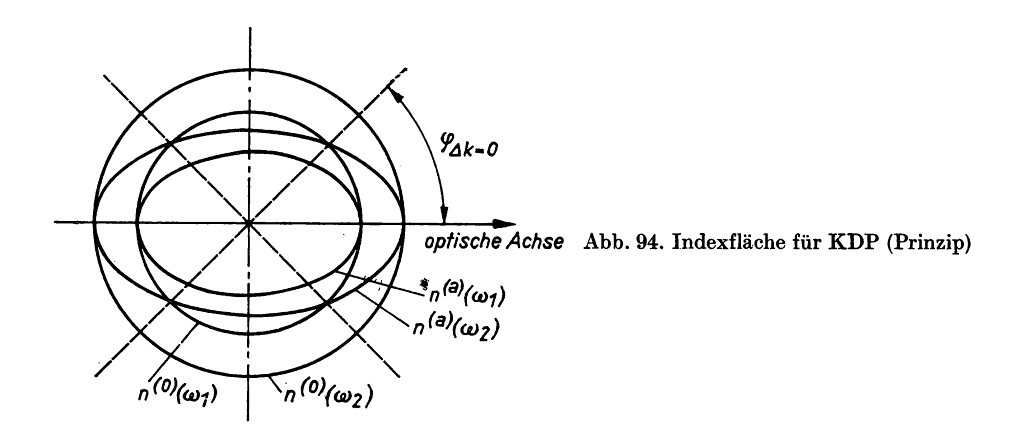


Abb. 94. Indexfläche für KDP (Prinzip)

Parametern des Systems können wir leicht aus den angegebenen Gleichungen berechnen. Wir wollen dieses Verfahren am parametrischen Oszillator (Abschnitt 7.5.5.) demonstrieren, für den ein Resonator tatsächlich sehr wesentlich ist, während die Harmonischen-Erzeugung in den meisten Fällen mit nichtresonanten Wellen durchgeführt wird. Sie besitzt im Prinzip bei vernachlässigter Absorption keine Schwelle, liefert schon bei relativ kleinen Pumpleistungen gut meßbare Intensitäten und läßt auch für die 2. Harmonische Leistungsdichten von einigen MW/cm² erreichen.

So hat die Harmonischen-Erzeugung im optischen Bereich bereits eine weitreichende Anwendung gefunden, einmal als Methode zur Untersuchung der Kristalle selbst (Messung der Nichtlinearität), zur Erzeugung neuer Frequenzen besonders im kurzen Wellenlängenbereich (blau, violett), und zum anderen als intensive, relativ kurzwellige Pumpquelle für den Farbstofflaser und den parametrischen Oszillator. Der letzteren Anordnung, die ebenfalls auf der nichtlinearen Wechselwirkung von Laserlicht und Kristallatomen beruht, wollen wir uns im folgenden zuwenden.

7.5. Optische parametrische Fluoreszenz, Verstärkung und Oszillation

7.5.1. Grundgleichungen

Wir haben uns im vorhergehenden Abschnitt die Harmonischen-Bildung als einfachsten Fall nichtlinearer Wechselwirkung klargemacht, bei der — in der Sprache der Quantenmechanik — drei Photonen beteiligt sind: Zwei Pumpphotonen setzen sich zu einem Photon der 2. Harmonischen zusammen. Die Frequenz der erzeugten Welle ist dementsprechend größer, nämlich genau doppelt so groß wie die Frequenz der eingestrahlten (Pump-)Grundwelle. Desgleichen ist auch der umgekehrte Fall möglich, daß ein Photon der eingestrahlten Welle in 2 Photonen zerfällt. In Analogie zur Harmonischen-Bildung bedeutet das dann, daß die Frequenz der erzeugten Strahlung genau gleich der halben Frequenz der einfallenden Strahlung ist. Wir sprechen in diesem Falle von Subharmonischen-Bildung. Sie tritt als Spezialfall der parametrischen Fluoreszenz, Verstärkung bzw. Oszillation dann auf, wenn ein Photon der eingestrahlten Welle in zwei Photonen genau gleicher Energie zerfällt. Im allgemeinen ist natürlich der Zerfall des ankommenden Photons mit der Frequenz $\frac{\omega_3}{2\pi}$ in beliebige Anteile mit den Frequenzen $\frac{\omega_1}{2\pi}$ und $\frac{\omega_2}{2\pi}$ möglich,

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2. \tag{7,92}$$

Üblicherweise werden die eingestrahlte Welle, welche die Energie für die entstehende Strahlung liefert, als Pumpwelle und die erzeugten Wellen als Signal(ω_1)- bzw. Idler(ω_2)-Welle bezeichnet. Diese Bezeichnungen, wie auch die des Gesamtvorganges als „parametrischer" Prozeß gehen auf die Mikrowellenphysik zurück, bei der diese Art der nichtlinearen Wechselwirkung schon lange zur Verstärkung schwacher Signale benutzt wird. Die bei diesem Prozeß auch entstehende, jedoch in vielen Fällen nicht interessierende Welle ω_2 wird daher auch als Idler-(„unnütze") Welle bezeichnet.

Wir werden sehen, daß sich die parametrischen Prozesse in einem nichtlinearen Kristall bezüglich Intensität, Phasenanpassung u. ä. ganz analog der Harmonischen-Bildung verhalten. Ein gewisser Unterschied besteht lediglich für den Fall der Oszillation darin, daß, im Gegensatz zur Harmonischen-Bildung, eine Schwelle in dem Sinne existiert, daß die parametrische Oszillation erst ab einem bestimmten minimalen Wert für die Pumpleistung einsetzt. Ein kleiner Schwellenwert für die Pumpleistung wird dann einmal erreicht durch die Verwendung von Kristallen mit großer nichtlinearer Suszeptibilität und zum anderen durch die Wahl geeigneter Resonatoranordnungen. Wir kommen hierauf noch zurück und wollen uns vorerst den prinzipiellen Prozeß klarmachen. Wir betrachten dazu eine zu Abb. 87 analoge An-

ordnung: Fällt von links eine intensive Pumpwelle der Frequenz $\frac{\omega_3}{2\pi}$ ein, so bilden sich im nichtlinearen Medium die Signal-Welle $\left(\frac{\omega_1}{2\pi}\right)$ und die Idler-Welle $\left(\frac{\omega_2}{2\pi}\right)$ aus. Ein Pumpphoton zerfällt in ein Signal- und ein Idler-Photon. In gleicher Weise, nämlich ausgehend vom spontanen Zerfall eines Pumpphotons, ist auch das Anschwingen des Oszillators zu verstehen $\left(\text{wenn nicht schon Wellen mit den Frequenzen } \frac{\omega_1}{2\pi} \text{ und evtl. auch } \frac{\omega_2}{2\pi} \text{ eingestrahlt werden}\right)$.

Zur quantitativen Beschreibung haben wir dann Gl. (7,51) für $\lambda = 1$, 2 und 3, wiederum mit $\frac{\partial A_\lambda}{\partial t} = 0$ aufzuschreiben. Bei Berücksichtigung der entsprechenden Polarisationsanteile erhalten wir als Grundgleichungen für die parametrische Wechselwirkung (Verstärkung, Oszillation)

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = \frac{K\omega_1{}^2 \mathrm{i}}{k_1 \cos^2 \alpha_1} A_2{}^* A_3 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k z}, \tag{7,93}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = \frac{K\omega_2{}^2 \mathrm{i}}{k_2 \cos^2 \alpha_2} A_1{}^* A_3 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k z} \tag{7,94}$$

und

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} = \frac{K\omega_3{}^2 \mathrm{i}}{k_3 \cos^2 \alpha_3} A_1 A_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta k z}, \tag{7,95}$$

wobei wir die Kopplungskonstante mit

$$K = \frac{4\pi}{c^2} \sum_{i,j,k} \chi_{ijk} e_i{}^{(1)} e_j{}^{(2)} e_k{}^{(3)} \tag{7,96}$$

abgekürzt und die Bezeichnung

$$\Delta k = k_3 - (k_1 + k_2) \tag{7,97}$$

verwendet haben.

Die Gleichungen sind, wie bei der Harmonischen-Erzeugung, exakt lösbar. Wir erhalten für die umnormierte Intensität der Signal- bzw. Idler-Welle, wenn wir den Ansatz (7,59) und die Substitution entsprechend Gl. (7,60) (mit $\omega_\lambda \to \omega_\lambda{}^2$, $\lambda = 1, 2, 3$) verwenden,

$$u_\lambda{}^2(z) = u_\lambda{}^{02} + u_3{}^{02} - u_{3a}^2 - (u_{3b}^2 - u_{3a}^2)\,\mathrm{sn}^2\left(\sqrt{u_{3c}^2 - u_{3a}^2}\,\frac{z - z_0}{l}, \gamma^2\right), \quad \lambda = 1, 2. \tag{7,98}$$

Für die Pumpwelle ergibt sich

$$u_3{}^2(z) = u_{3a}^2 + (u_{3b}^2 - u_{3a}^2)\,\mathrm{sn}^2\left(\sqrt{u_{3c}^2 - u_{3a}^2}\,\frac{z - z_0}{l}, \gamma^2\right). \tag{7,99}$$

u_λ^{02} bezeichnet die Anfangswerte u_λ^2 ($z = 0$), und die Größen $u_{3a}^2 \leqq u_{3b}^2 \leqq u_{3c}^2$ folgen als Lösungen der kubischen Gleichung für u_3^2,

$$u_3^2(c_1 - u_3^2)(c_2 - u_3^2) - \left(\Gamma - \frac{\Delta S}{2} u_3^2\right)^2 = 0, \tag{7,100}$$

mit

$$\Gamma = u_1^0 u_2^0 u_3^0 \cos\Theta_0 + \frac{\Delta S}{2} u_3^{02}, \tag{7,101}$$

$$\Delta S = \Delta k l,\ \Theta_0 = \varphi_3^0 - (\varphi_1^0 + \varphi_2^0)$$

und

$$l = \frac{c}{K}\left(\frac{k_1\cos^2\alpha_1\, k_2\cos^2\alpha_2\, k_3\cos^2\alpha_3}{2\pi W \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2}\right)^{1/2},$$

wobei W den gesamten Energiefluß in Ausbreitungsrichtung bezeichnet,

$$W = \frac{c^2}{2\pi}\sum_{\lambda=1}^{3}\frac{k_\lambda\cos^2\alpha_\lambda}{\omega_\lambda}\varrho_\lambda^2.$$

Für γ^2 gilt wie in Gl. (7,64)

$$\gamma^2 = \frac{u_{3b}^2 - u_{3a}^2}{u_{3c}^2 - u_{3a}^2}, \tag{7,102}$$

während die Konstanten c_1 und c_2 aus den leicht zu erhaltenden Manley-Rowe-Beziehungen (Manley und Rowe (1959))

$$u_1^2 + u_3^2 = u_1^{02} + u_3^{02} = c_1, \tag{7,103}$$

$$u_2^2 + u_3^2 = u_2^{02} + u_3^{02} = c_2$$

folgen.

Bevor wir uns dem eigentlichen Oszillator zuwenden, verschaffen wir uns einen Überblick über den Verlauf der Lösungen (7,98) und (7,99), welche wiederum wesentlich durch die Größen u_{3a}^2, u_{3b}^2 und u_{3c}^2 bestimmt werden. Ausgehend von den Anfangswerten u_1^{02}, u_2^{02} und u_3^{02} ergibt sich der in Abb. 95 qualitativ dargestellte periodische Verlauf der Intensitäten, wobei die Periodizität dadurch bedingt ist, daß sich im allgemeinen für $\cos\Theta_0 \neq 0$, $\Delta k \neq 0$ die Phasen als Funktion von z ändern. Dies führt dazu, daß einmal Energie von der Pumpwelle an Signal- und Idler-Welle abgegeben oder bei einer um 180° geänderten Phase Energie von der Pumpwelle aufgenommen wird. Wir können auch in diesem Falle wieder von einer Phasenkohärenzlänge L_K sprechen.

Zur Vereinfachung der Diskussion wollen wir im folgenden von der Anfangsphase Θ_0 absehen. Wir haben uns den Einfluß dieser Größen in Abschnitt 7.4.

klargemacht und wissen, daß, ausgehend vom spontanen Zerfall, nur die Wellen mit den richtigen Phasen ($\cos \Theta_0 = 0$) anschwingen werden. Damit verbleibt noch die wesentliche Abhängigkeit von Δk.

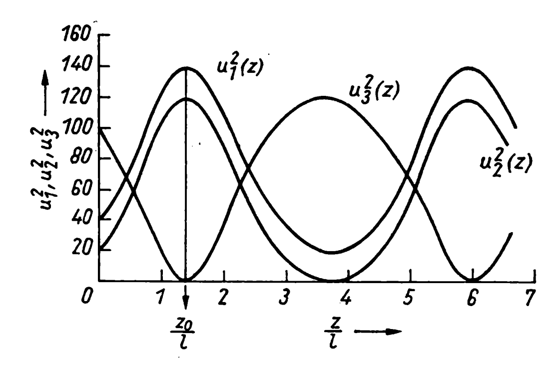


Abb. 95. Abhängigkeit der Intensitäten für Pump-, Signal- und Idler-Welle von der durchstrahlten Kristallänge

Aus Gl. (7,99) folgt, daß für einen Wert $z = z_M$, für den die sn-Funktion verschwindet, die Intensität der Pumpwelle durch

$$u_3{}^2(z_M) = u_{3a}^2 \tag{7,104}$$

und die von Signal- bzw. Idler-Welle durch

$$u_\lambda{}^2(z_M) = u_\lambda{}^{02} + u_3{}^{02} - u_{3a}^2, \quad (\lambda = 1, 2) \tag{7,105}$$

gegeben ist. $u_\lambda{}^2(z_M)$ erreicht damit sein Maximum für

$$u_{3a}^2 = 0, \tag{7,106}$$

während die Intensität der Pumpwelle an dieser Stelle verschwindet. Es ist dies genau die Stelle im Kristall, bei der die relative Phase zwischen den wechselwirkenden Wellen ihr Vorzeichen ändert, so daß für $z > z_M$ nun die Pumpwelle Energie von Signal- und Idler-Welle übernimmt. Dieser Wechsel wiederholt sich, wie schon ausgeführt, periodisch jeweils nach der Länge L_K.

Gl. (7,106) ist aber nach Gl. (7,100) nur zu erfüllen, wenn $\Gamma = 0$ und damit, bei vorausgesetztem $\cos \Theta_0 = 0$,

$$\Delta k = 0 \tag{7,107}$$

gilt[1]), d. h. die Phasenanpassungsbedingung erfüllt ist.

---

[1]) Für $\cos \Theta_0 \neq 0$ und $\Gamma = 0$ folgt, daß $\cos \Theta_0 = -\frac{\Delta S}{2} \frac{u_3{}^0}{u_1{}^0 u_2{}^0}$ sein muß (die „falsche“ Anfangsphase wird mit wachsendem z durch ein $\Delta S \neq 0$ ausgeglichen). Es ist leicht zu zeigen, daß dann der Anstieg der Intensität kleiner ist, das Maximum von $u_\lambda{}^2(z_M)$ also für größere Werte von z_M erreicht wird als für $\cos \Theta_0 = 0$, $\Delta k = 0$, so daß nur die Wechselwirkung maximal ist, für die $\cos \Theta_0 = 0$, $\Delta k = 0$ erfüllt ist.

7.5.2. Die Abstimmbarkeit bei parametrischen Prozessen

Fällt in einen nichtlinearen Kristall eine Welle mit der Frequenz $\frac{\omega_3}{2\pi}$ und dem Wellenzahlvektor $\boldsymbol{k}_3$ ein, so werden bevorzugt die Wellenpaare mit den Frequenzen $\frac{\omega_1}{2\pi}$, $\frac{\omega_2}{2\pi}$ und den Wellenzahlvektoren $\boldsymbol{k}_1$, $\boldsymbol{k}_2$ entstehen, für die

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$

sowie

$$\boldsymbol{k}_3 = \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2 \tag{7,108}$$

gilt.

Gl. (7,108) ist eine Vektorgleichung, so daß diese Beziehung für $\boldsymbol{k}_1 \nparallel \boldsymbol{k}_2$ im Gegensatz zur Harmonischen-Bildung auch dann zu erfüllen ist, wenn die $\boldsymbol{k}$-Vektoren von Pumpwelle und erzeugter Strahlung richtungsmäßig nicht übereinstimmen (Abb. 96). Wir sprechen dann von einer nichtkollinearen Anordnung. Sind alle Wellenzahlvektoren parallel, so nennen wir diese Anordnung — die üblicherweise zumindest beim Oszillator verwendet wird — kollinear.

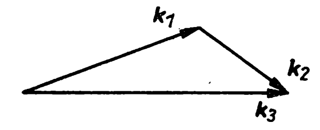


Abb. 96. Wellenzahlvektoren bei nichtkollinearer Wechselwirkung mit $\Delta\boldsymbol{k} = 0$

Mit Gl. (7,87) folgt aus Gl. (7,108) bei kollinearer Wechselwirkung eine Beziehung für die Brechungsindizes n_λ ($\lambda = 1, 2, 3$),

$$\omega_3 n_3 = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2\,, \tag{7,109}$$

wobei wir beachten wollen, daß die Größen n_λ selbst von der Temperatur und vom Winkel φ zwischen der Einstrahlungsrichtung und der optischen Achse abhängen.

Wie wir in Abschnitt 7.4. gezeigt haben, ist es bei der Harmonischen-Bildung in bestimmten Kristallen möglich, die Phasenanpassungsbedingung zu erfüllen, nämlich dann, wenn bei genügend großer Anisotropie die Dispersion relativ klein ist. Das gleiche trifft auch für die Subharmonischen-Bildung zu. Für den letzteren Fall gilt dann, wenn wir die Pumpwelle als außerordentlichen (a) Strahl und die Subharmonische als ordentlichen (o) Strahl betrachten,

$$n_3^{(a)} = n_0^{(o)}\,, \tag{7,110}$$

wobei $n_0^{(o)}$ den Brechungsindex für die Subharmonische $\omega_0 = \frac{\omega_3}{2}$ bezeichnet. Die Gl. (7,110) ist für eine bestimmte Temperatur T_0 bzw. einen bestimmten Winkel φ_0 erfüllt. Für Gl. (7,109) gilt bei der gewählten experimentellen Anordnung

$$\omega_3 n_3^{(a)} = \omega_1 n_1^{(o)} + \omega_2 n_2^{(o)}. \tag{7,111}$$

Die Abhängigkeiten der Brechungsindizes $n_\lambda^{(a,o)}$ von den Abweichungen der Frequenzen $\frac{\omega_1}{2\pi}$ und $\frac{\omega_2}{2\pi}$ von $\frac{\omega_0}{2\pi}$ und von der Temperatur T bzw. vom Winkel φ sind nun, ausgehend von den Werten für T_0 bzw. φ_0 (für die Gl. (7,110) gilt), durch eine Reihenentwicklung zu berechnen.

Betrachten wir die Abstimmung durch Änderung der Temperatur. Die Temperaturabhängigkeit von $n_3^{(a)}$ ist durch

$$n_3^{(a)}(T) = n_3^{(a)}(T_0) + \left(\frac{\partial n_3^{(a)}}{\partial T}\right)_{T_0} \Delta T \tag{7,112}$$

zu erfassen, während die entsprechende Abhängigkeit für $n_\lambda^{(o)}$ einschließlich der Frequenzvariation durch

$$n_\lambda^{(o)} = n_0^{(o)} + \left(\frac{\partial n_0^{(o)}}{\partial T}\right)_{T_0} \Delta T + \left(\frac{\partial n_0^{(o)}}{\partial \omega}\right)_{\omega_0} (\omega_\lambda - \omega_0), \qquad \lambda = 1, 2 \tag{7,113}$$

gegeben ist.

Setzt man diese Ausdrücke in Gl. (7,111) ein, ergibt sich mit $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ eine quadratische Gleichung für ω_1, und diese hat die Lösung

$$\omega_1 = \frac{\omega_3}{2} \pm \sqrt{\omega_3 \frac{\frac{\partial}{\partial T}\left(n_3^{(a)} - n_0^{(o)}\right)}{2\frac{\partial n_0^{(o)}}{\partial \omega}} \Delta T}. \tag{7,114}$$

Ausgehend von der Subharmonischen $\frac{\omega_3}{2}$ ist die Phasenanpassungsbedingung in Abhängigkeit von der Temperatur bei jeweils anderen Frequenzen $\frac{\omega_1}{2\pi}$ $\left(\text{und damit auch } \frac{\omega_2}{2\pi}\right)$ erfüllt, wobei der erreichbare Frequenzbereich mit $\sqrt{\Delta T}$ ansteigt und um so größer ist, je größer die Abhängigkeit der Brechungsindizes von der Temperatur und je kleiner die Dispersion ist. Für $LiNbO_3$ gilt nach Giordmaine und Miller (1965) $\frac{\partial}{\partial T}\left(n_3^{(a)} - n_0^{(o)}\right) = 5{,}7 \cdot 10^{-5}\,(\text{grd})^{-1}$ und $\frac{\partial n_0^{(o)}}{\partial \omega} = 3{,}5 \cdot 10^{-17}\,\text{s}$, so daß bei

einer Pumpfrequenz von $\frac{\omega_3}{2\pi} = 5{,}68 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$ (entsprechend der 2. Harmonischen der Strahlung eines $CaWO_4$:Nd^{3+}-Lasers)

$$\omega_1 = \frac{\omega_3}{2} \pm 5{,}4 \cdot 10^{13} \sqrt{\Delta T} \quad \left[\mathrm{s}\sqrt{\mathrm{grd}}\right]^{-1} \tag{7,115}$$

gilt. Die Abhängigkeit der Wellenlänge von der Temperatur für $LiNbO_3$ zeigt Abb. 97.

Eine andere Möglichkeit, Gl. (7,111) zu erfüllen, besteht darin, die Winkelabhängigkeit der Brechungsindizes zu berücksichtigen (vgl. ACHMANOW u. a. (1966)), woraus folgt, daß in unterschiedlichen Richtungen verschiedene Frequenzen ausgestrahlt werden, wie es beim spontanen parametrischen Prozeß auch beobachtet wird.

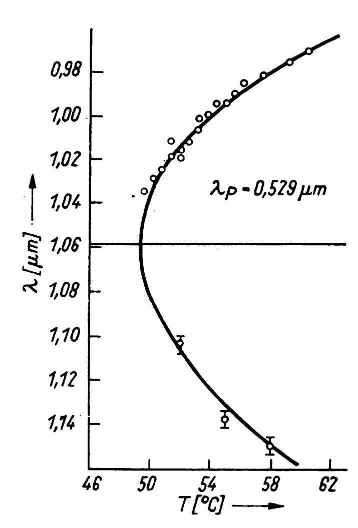


Abb. 97. Abhängigkeit der Wellenlänge der Signal-Welle von der Temperatur (nach GIORDMAINE und MILLER (1965))

Experimentell wurde die Abhängigkeit der Frequenzvariation $\omega_1 - \omega_0$ vom Winkel φ von MILLER und NORDLAND (1967) für $LiNbO_3$ gemessen, wonach in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung $(\omega_1 - \omega_0)^2$ linear mit $\sin^2 \varphi$ anwächst.

Um die Phasenanpassungsbedingung und damit Gl. (7,111) zu erfüllen, ist es also erforderlich, den Brechungsindex auf irgendeine Weise zu ändern, etwa über seine Temperatur- bzw. Winkelabhängigkeit oder auch über elektrooptische Effekte (was experimentell ebenfalls möglich ist, wie wir hier nur erwähnen wollen). Es ergibt sich dann bei festem ω_3, daß Gl. (7,111) für jeweils verschiedene Frequenzpaare ω_1, ω_2 erfüllt ist. Für diese Frequenzpaare ist die Phasenbedingung erfüllt und die Wechselwirkung maximal, so daß auch nur diese Paare bei festem T bzw. φ anschwingen werden. Durch äußere Änderung von T bzw. φ sind damit verschiedene Fre-

quenzen ω_1, ω_2 zu erhalten: Die parametrische Wechselwirkung führt zu einer abstimmbaren Lichtquelle.

Wir haben dabei im vorstehenden eine experimentelle Anordnung vorausgesetzt, bei der die Pumpwelle von links bei $z = 0$ in den Kristall eintritt, während die Intensitäten von Signal- und Idler-Welle entweder als eingestrahlte oder auch als spontan erzeugte Wellen für $z = 0$ vorliegen. Alle drei Wellen durchlaufen dann den Kristall in positiver z-Richtung.

7.5.3. Die optische parametrische Fluoreszenz

Betrachten wir den Fall, daß von außen keine Signal- oder Idler-Welle eingestrahlt wird, so daß $u_1^{02} = u_2^{02} = 0$ oder zumindest — denken wir an eine spontan erzeugte Anfangsamplitude — $u_1^{02} \ll u_3^{02}$ und $u_2^{02} \ll u_3^{02}$ gilt, so bezeichnen wir diesen Prozeß im allgemeinen als parametrische Fluoreszenz. Auf der Grundlage unserer obigen Überlegungen bezüglich der Erfüllung der Phasenanpassungsbedingung ist dann folgendes experimentelles Ergebnis zu erwarten: Die einfallende Strahlung ω_3 erzeugt durch spontanen Zerfall alle möglichen Frequenzpaare ω_1, ω_2 ($\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$) und zwar so, daß die Phasenanpassungsbedingung erfüllt ist. Diese ist aber bei fester Temperatur des Kristalls für ein bestimmtes Frequenzpaar nur bei einem definierten Winkel φ, also bei einer bestimmten Orientierung der optischen Achse des Kristalls zur Einfallsrichtung der Pumpstrahlung erfüllt. Daraus folgt, daß die aus dem Kristall austretende Strahlung z. B. der Signalwelle unterschiedliche Frequenzen bei verschiedenen Winkeln hat. Bezüglich der Phasenanpassungsbedingung bedeutet dies eine nichtkollineare Wechselwirkung. Wegen der Rotationssymmetrie des optisch einachsigen Kristalls treten jeweils gleiche Frequenzen auf einem Kegelmantel auf, so daß — bei genügender Intensität — farbige Ringe sichtbar sein müßten. Das wurde tatsächlich auch experimentell von Klyschko und Krindatsch (1968) beobachtet. Die Autoren verwendeten einen Argon-Laser von 150 mW Leistung als Pumpquelle, durchstrahlten damit einen $LiNbO_3$-Kristall und registrierten photographisch die sich ergebende Strahlung der Signal-Welle. Die Strahlung konnte in einem Frequenzbereich der Signal-Welle von 0,520 µm bis 0,700 µm nachgewiesen werden und zeigte die erwartete Ringstruktur.

Der erste experimentelle Nachweis der abstimmbaren parametrischen Fluoreszenz gelang — wie wir noch erwähnen wollen — Harris, Oshman und Byer (1967). Ein $LiNbO_3$-Kristall (von 1 cm Länge) wurde mit einem kontinuierlichen Ar-Laser ($\lambda = 0{,}488$ µm) gepumpt. Durch Temperaturänderung von 100 °C bis 375 °C konnte eine Variation der Wellenlänge der Signal-Welle zwischen 0,660 µm und 0,540 µm erreicht werden. Die Ausgangsleistung betrug etwa 10^{-12} W.

Eine quantentheoretische Behandlung der parametrischen Fluoreszenz im Rahmen der Störungstheorie wurde von Kleinman (1968) durchgeführt.

7.5.4. Der optische parametrische Verstärker

Wie wir bei unseren allgemeinen Überlegungen gesehen haben, wird beim parametrischen Prozeß Energie von einer als Pumpstrahlung bezeichneten einfallenden Welle auf Signal- und Idler-Welle übertragen. Es liegt nahe, diesen Prozeß zur Verstärkung einer eingestrahlten schwachen Welle, sagen wir der Signal-Welle, zu verwenden und damit ein im Mikrowellenbereich bereits seit langem bekanntes Verfahren auf optische Frequenzen zu übertragen. Wir kommen so zur optischen parametrischen Verstärkung. Neben der Pumpwelle wird also die zu verstärkende Signal-Welle eingestrahlt, während in der Idler-Welle noch keine Intensität vorliegt, da sich diese erst mit einsetzender Wechselwirkung ausbildet. Daher kann für die Anfangsphase wiederum $\cos \Theta_0 = 0$ gesetzt werden. Ebenso wird man zweckmäßigerweise die Kristallorientierung so wählen, daß die Phasenanpassungsbedingung $\Delta k = 0$ erfüllt ist.

Zur theoretischen Beschreibung können wir dann von den Gleichungen (7,98) und (7,99) ausgehen und daraus mit u_3^{02}, $u_1^{02} \neq 0$, $u_2^{02} = 0$ und $\Delta k = 0$ die Intensität der Signal-Welle (sowie von Pump- und Idler-Welle) berechnen. Da die Intensität der Pumpwelle jedoch im allgemeinen viel größer ist als die der Signal-Welle (experimentell liegt dieses Verhältnis vielfach in der Größenordnung von 10^7), können wir die Abnahme der Pumpwelle beim Durchlaufen des Kristalls ganz vernachlässigen, d. h. $A_3 = \text{const}$ setzen. Für diesen Fall läßt sich aber aus unseren Ausgangsgleichungen (7,93) bis (7,95) sofort eine einfache Lösung gewinnen. Dieses, als „parametrische Näherung" bezeichnete Verfahren wird in der nichtlinearen Optik vielfach verwendet.

Wie ohne Rechnung direkt aus den Gleichungen (7,93) und (7,94) zu erkennen ist, steigt das zu verstärkende Signal ausgehend von $P_1^0 = |A_1^0|^2$ exponentiell an. Der die Verstärkung bestimmende Faktor ist dabei um so größer, je größer die Kopplungskonstante K und die Intensität der Pumpwelle $P_3 = |A_3|^2$ ist. Entsprechend nimmt, ausgehend von $P_2^0 = 0$, die Idler-Welle zu. Die Näherungslösung gilt dabei so lange, wie

$$P_1(z),\ P_2(z) \ll P_3(z) \qquad (7{,}116)$$

ist. Für größere Intensitäten P_1, P_2 ist von den allgemeinen Beziehungen (7,98) und (7,99) auszugehen, woraus dann auch wiederum die Periodizität bezüglich z in den Intensitäten von Pump-, Signal- und Idler-Welle folgt (welche allerdings für den Verstärkungsprozeß, bei dem Gl. (7,116) üblicherweise erfüllt ist, von untergeordneter Bedeutung ist).

Als experimentelles Beispiel wollen wir die Verstärkung der 0,633 μm-Linie eines He-Ne-Lasers betrachten (Wang und Racette (1965)). Die Anfangsintensität betrug $P_1^0 \approx 10^{-2}$ W. Als Pumpquelle diente die mit einem gütegeschalteten Rubin-Laser (einer Leistung von 30 MW bei einer Impulsdauer von 30 ns) in einem ADP-

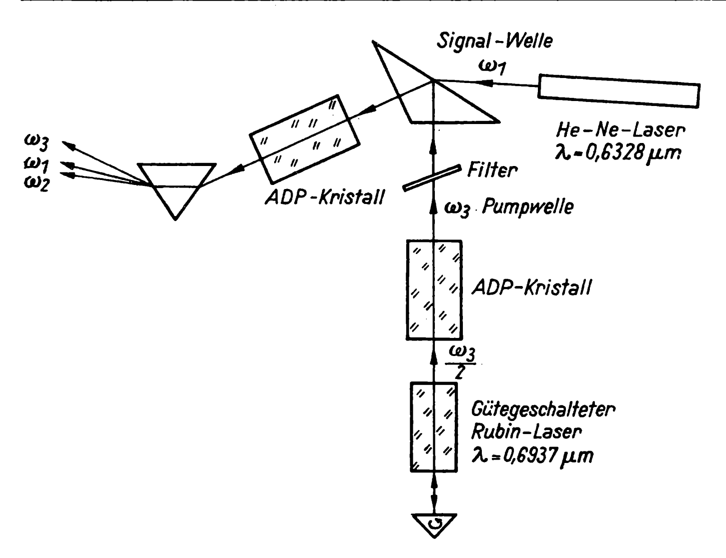


Abb. 98. Experimentelle Anordnung zur parametrischen Verstärkung der 0,633 μm-Linie eines He-Ne-Lasers (nach WANG und RACETTE (1965))

Kristall erzeugte 2. Harmonische. Die Pumpleistung betrug dann 2 MW bei $\lambda = 0{,}347$ μm. Als nichtlinearer Kristall für die Verstärkung wurde ebenfalls ein 8 cm langer ADP-Kristall bei kollinearer Wechselwirkung verwendet. Die experimentelle Anordnung zeigt Abb. 98. Gemessen wurde eine Verstärkung von etwa 18%, die damit etwa um den Faktor 10 unterhalb des theoretisch zu erwartenden Wertes liegt. Diese Diskrepanz ist wahrscheinlich durch die Verluste im Kristall (Absorption) und an seiner Oberfläche (Reflexion) bedingt.

7.5.5. Der optische parametrische Oszillator

Die bisher betrachteten experimentellen Anordnungen — wie auch die entsprechenden theoretischen Überlegungen — zeichnen sich dadurch aus, daß die wechselwirkenden Wellen den Kristall einfach durchlaufen, die Intensität der erzeugten Strahlung also im wesentlichen durch die zur Verfügung stehende Kristallänge bestimmt wird (vgl. hierzu auch Abschnitt 7.4.). Es liegt nun nahe, die Wechselwirkungsdauer dadurch zu erhöhen, daß man, in Analogie zum Laser, den Kristall mehrfach durchlaufen läßt, indem man ihn in einen Resonator einbringt.

Betrachten wir zur näheren Erläuterung einen Ringresonator, wie in Abb. 99 dargestellt. Dieser hat den Vorteil, daß wir auch weiterhin mit laufenden Wellen rechnen können (auf den linearen Oszillator kommen wir noch zurück). Die Pump-

welle ω_3 durchlaufe den Kristall weiterhin nichtresonant. Die Spiegel M_1, M_2, M_3 seien also nur für Signal- und Idler-Welle hochreflektierend. Dabei wollen wir voraussetzen, daß die Spiegel M_1 und M_3 die beiden Wellen mit ω_1 und ω_2 vollständig reflektieren, während der Spiegel M_2 ein endliches Reflexionsvermögen von R_1 bzw. R_2 bei den Frequenzen ω_1 bzw. ω_2 besitzt.

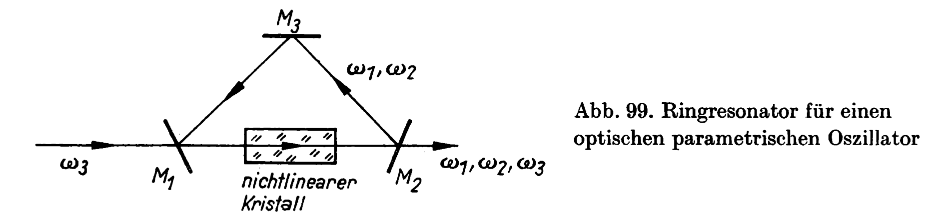


Abb. 99. Ringresonator für einen optischen parametrischen Oszillator

Wie wir oben gesehen haben, durchläuft eine von links einfallende (oder auch am Anfang des Kristalls als Folge des spontanen Zerfalls vorhandene) Signal-Welle den Kristall, wird verstärkt und verläßt bei fehlendem Spiegel M_2 die Anordnung. Der Spiegel M_2 bewirkt nun, daß nur der Bruchteil $(1 - R_1)$ ausgekoppelt wird, während die verbleibende Intensität über die Spiegel M_3 und M_1 erneut in den Kristall gelangt und weiter verstärkt wird. Bei vielfachem Umlauf sind so beträchtliche Intensitäten der Signal-Welle durch Verstärkung zu erzielen.

Diese Anordnung (Achmanow und Chochlow (1962)) führt zu einem Oszillator, wenn die Verstärkung pro Durchlauf größer ist als die vor allem durch die Auskopplung (bei M_2) bedingten Verluste: Unter dieser Voraussetzung erfolgt genau wie beim Laser eine Selbsterregung des Systems und das Anschwingen einer Oszillation. Reicht die Verstärkung pro Durchlauf für eine Selbsterregung aus, dann ist eine von außen einfallende Signal-Welle nicht notwendig, da die erforderliche Anfangsintensität für Signal- und Idler-Welle durch den spontanen Zerfall geliefert wird. Das heißt, der Oszillator schwingt, ausgehend vom spontanen Rauschen, an und ist — erinnern wir an die Ausführungen in Abschnitt 7.5.2. — durch Änderung der Temperatur oder auch der Orientierung des Kristalls relativ zur Pumpwelle in seinen Frequenzen ω_1, ω_2 abstimmbar.

Experimentell wurde der erste optische parametrische Oszillator von Giordmaine und Miller (1965) realisiert. Ein $LiNbO_3$-Kristall wurde mit der 2. Harmonischen der Strahlung eines $CaWO_4{:}Nd^{3+}$-Lasers ($\lambda = 0{,}529\ \mu m$) im Impulsbetrieb bei einer Leistung von 10^5 W gepumpt. Die Abstimmung erfolgte durch Temperaturänderung, wobei eine Variation der Wellenlänge der Signal-Welle von 0,970 µm bis 1,150 µm bei einer Ausgangsleistung von 10^3 W erreicht werden konnte. Die experimentelle Anordnung zeigt Abb. 100. Dieser Aufbau zeichnet sich dadurch aus, daß die Resonatorspiegel direkt auf die Kristalloberflächen aufgebracht wurden. Werden äußere Resonatorspiegel verwendet, so sind zur Vermeidung von zusätzlichen Verlusten die Oberflächen der Kristalle mit Antireflexionsschichten zu versehen.

Daß es beim parametrischen Oszillator entscheidend darauf ankommt, die Verluste der Anordnung möglichst klein zu halten, hat seinen Grund darin, daß — im Gegensatz zu der in Abschnitt 7.4. betrachteten Wechselwirkung — eine Selbsterregung erreicht werden muß: Der Oszillator besitzt bezüglich der Anregungs-(Pump-)Leistung einen Schwellenwert. Um uns die Verhältnisse auch quantitativ klarzumachen, wollen wir uns die theoretischen Grundlagen des parametrischen Oszillators etwas genauer ansehen.

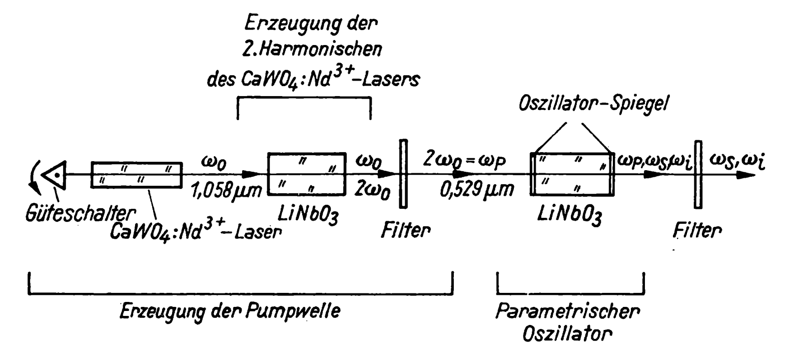


Abb. 100. Optischer parametrischer Oszillator, der mit der 2. Harmonischen eines $CaWO_4:Nd^{3+}$-Lasers gepumpt wird (nach GIORDMAINE und MILLER (1965))

Wir gehen hierzu von den Gleichungen (7,98) und (7,99) aus, können dort $\cos \Theta_0 = 0$ setzen und ebenfalls annehmen, daß die Phasenanpassungsbedingung $\Delta k = 0$ erfüllt ist.

Die Pumpwelle u_3^0 soll den Kristall nichtresonant durchlaufen, während Signal- und Idler-Welle als Eigenschwingungen in einem Resonator angeregt seien. Die Güte des Resonators sei genügend hoch, so daß im eingeschwungenen Zustand

$$u_3^{02} \ll u_1^{02},\ u_2^{02} \tag{7,117}$$

gilt, wobei u_1^{02} und u_2^{02} wie oben die Intensitäten am Anfang des Kristalls bezeichnen. Nehmen wir schließlich noch zur Vereinfachung der Darstellung

$$u_1^{02} = u_2^{02} \tag{7,118}$$

(und damit auch gleiche Güte des Resonators für Signal- und Idler-Welle) an, so folgt aus den Gleichungen (7,100) und (7,103)

$$u_{3a}^2 = 0, \quad u_{3b}^2 = u_{3c}^2 = u_3^{02} + u_1^{02}. \tag{7,119}$$

Damit wird nach Gl. (6,102)

$$\gamma^2 = 1, \tag{7,120}$$

so daß Gl. (7,98) für die Intensität der Signal-Welle unter Benutzung von Gl. (7,68) in

$$u_1^2(z) = (u_3^{02} + u_1^{02}) \left[1 - \tanh^2 \left(\sqrt{u_3^{02} + u_1^{02}} \frac{z - z_0}{l}\right)\right] \tag{7,121}$$

übergeht, während für die Pumpwelle nach Gl. (7,99)

$$u_3^2(z) = (u_3^{02} + u_1^{02}) \tanh^2 \left(\sqrt{u_3^{02} + u_1^{02}} \frac{z - z_0}{l}\right) \tag{7,122}$$

zu schreiben ist.

Die Anfangsbedingung $u_3^2(z = 0) = u_3^{02}$ führt mit Gl. (7,122) zu

$$\frac{u_3^{02}}{u_3^{02} + u_1^{02}} = \tanh^2 \left(\sqrt{u_3^{02} + u_1^{02}} \frac{z_0}{l}\right). \tag{7,123}$$

Wegen Gl. (7,117) ist

$$\frac{u_3^{02}}{u_3^{02} + u_1^{02}} \ll 1, \tag{7,124}$$

so daß wir die tanh-Funktion entwickeln können. Damit ergibt sich in linearer Näherung für z_0

$$z_0 = \frac{u_3^0}{u_3^{02} + u_1^{02}} l. \tag{7,125}$$

Betrachten wir nur Werte $z \leqq 2z_0$ (wir werden sehen, daß dies völlig ausreicht), dann können wir die tanh-Funktion auch in Gl. (7,121) für $z \neq 0$ entwickeln, so daß sich mit z_0 nach Gl. (7,125) ergibt:

$$u_1^2(z) = u_1^{02} + \frac{z}{l} u_1^{02} \left(2u_3^0 - u_1^{02} \frac{z}{l}\right). \tag{7,126}$$

Diese Lösung gilt bis auf die Voraussetzung (7,117) noch recht allgemein. Als Bedingung für den stationären Zustand in einem Ringresonator gemäß Abb. 99 haben wir nun zu verlangen, daß sich die Intensität bei einem vollen Umlauf genau reproduziert, d. h., daß die Verstärkung der Signal- (und Idler-) Welle im Kristall genau die Austrittsverluste am Spiegel M_2 kompensiert (wobei wir von sonstigen Verlusten, z. B. innerhalb des Kristalls, absehen wollen). Mathematisch bedeutet dies, wenn wir die Kristallänge mit L und das Reflexionsvermögen des Spiegels M_2 für die Signal- (und Idler-) Welle mit R bezeichnen,

$$u_1^{02} = R u_1^2(L), \tag{7,127}$$

wobei wir im folgenden die stationäre Intensität der Signal-Welle mit

$$u_1^{02} \equiv (u_1^{st})^2$$

bezeichnen wollen. Setzen wir in Gl. (7,127) den aus Gl. (7,126) folgenden Ausdruck für $u_1^2(L)$ ein, so erhalten wir für $(u_1^{st})^2$

$$(u_1^{st})^2 = \frac{1-R}{R}\,\frac{l^2}{L^2}\left(\frac{2R}{1-R}\,\frac{L}{l}\,u_3^0 - 1\right). \tag{7,128}$$

Hieraus folgt, daß ein stationärer Wert für die Signal-Welle nur dann auftritt, wenn

$$\sigma_R \equiv \frac{2R}{1-R}\,\frac{L}{l}\,u_3^0 > 1 \tag{7,129}$$

ist, d. h., es existiert eine Schwelle für die Pumpenergie. Für den Schwellenwert der Amplitude der Pumpstrahlung ergibt sich

$$u_3^{0\mathrm{Sch}} = \frac{1-R}{2R}\,\frac{l}{L}. \tag{7,130}$$

Wie physikalisch sofort einleuchtet, ist der Schwellenwert um so kleiner, je höher die Güte des Resonators, je länger der Kristall und, wegen $l \sim K^{-1}$, je größer die Nichtlinearität des Kristalls ist. Um die Schwelle möglichst klein zu halten, sollte daher, bei vorgegebener Nichtlinearität, die Kristallänge L groß sein. Andererseits folgt aber aus Gl. (7,128), daß dann die für die Signal-Welle erhaltene Intensität $\left(\text{für } \frac{u_3^0}{u_3^{0\mathrm{Sch}}} \gg 1\right)$ klein wird. Hieraus ergibt sich, daß eine optimale Kristallänge existiert, bei der die Intensität der Signal-Welle maximal wird.

Durch Differenzieren von Gl. (7,128) bezüglich L folgt die optimale Kristallänge L_{op} zu

$$L_{op} = \frac{1-R}{R}\,\frac{l}{u_3^0}. \tag{7,131}$$

Sie wird also um so kleiner, je größer die Pumpintensität und je höher die Güte des Resonators ist. Entsprechend wächst die maximale Intensität der Signalwelle:

$$(u_1^{st})^2_{max} = \frac{R}{1-R}\,u_3^{02}. \tag{7,132}$$

Diese mögliche Optimierung ist schon aus den allgemeinen Beziehungen (7,121) und (7,122) zu entnehmen, wonach für $z = z_0$ die Pumpintensität verschwindet, die Energie also vollständig auf Signal- und Idler-Welle übergegangen ist. Mit z_0 nach Gl. (7,125) gilt aber

$$z_0 = L_{op} = \frac{u_3^0}{(u_1^{st})^2_{max}}\,l, \tag{7,133}$$

und hieraus folgt mit $(u_1^{st})^2_{max}$ nach Gl. (7,132) genau die optimale Kristallänge L_{op} entsprechend Gl. (7,131). Da für $L = L_{op}$ die Pumpintensität verschwindet, muß für den parametrischen Oszillator ein Wirkungsgrad von 100% erreichbar sein. Um dies zu zeigen und um darüber hinaus zu verstehen, daß diese Optimierung sich auch allgemeiner als Funktion der Schwellenüberhöhung σ_R formulieren läßt, wollen wir unsere Ausdrücke etwas umformen.

Mit dem Schwellenwert nach Gl. (7,130) können wir für Gl. (7,128)

$$(u_1^{st})^2 = \frac{1-R}{R}\frac{l^2}{L^2}\left(\frac{u_3^0}{u_3^{0Sch}} - 1\right) = 2u_3^0\frac{l}{L}\frac{u_3^{0Sch}}{u_3^0}\left(\frac{u_3^0}{u_3^{0Sch}} - 1\right) = 2\frac{l}{L}\frac{\sigma_R - 1}{\sigma_R}u_3^0 \tag{7,134}$$

schreiben, wobei wir die Definition von σ_R gemäß Gl. (7.129) verwendet haben. σ_R ist ein Maß dafür, wieweit der Oszillator oberhalb der Schwelle arbeitet, die durch $\sigma_R = 1$ definiert ist. Für die Pumpwelle folgt aus Gl. (7,122) unter Beachtung der Gleichungen (7,125) und (7,128)

$$u_3^2(L) = u_3^{02} - \frac{1-R}{R}(u_1^{st})^2. \tag{7,135}$$

Mit Gl. (7,134) und σ_R gemäß Gl. (7,129) ergibt sich dann

$$u_3^2(L) = u_3^{02}\left(1 - 4\frac{\sigma_R - 1}{\sigma_R^2}\right). \tag{7,136}$$

Hieraus folgt als allgemeinere Optimierungsbedingung, daß die Intensität $u_3^2(L)$ für

$$\sigma_R = 2 \tag{7,137}$$

verschwindet, d. h. für den Fall, daß die Pumpfeldstärke um den Faktor 2 über dem Schwellenwert liegt bzw. der Oszillator mit der vierfachen Schwellenintensität gepumpt wird. Mit $\sigma_R = 2$ ergibt sich dann aus Gl. (7,134) die schon in Gl. (7,132) angegebene maximale Intensität für die Signal-Welle. $\sigma_R = 2$ wird nach Gl. (7,129) bei vorgegebenem R sowie u_3^0 für L_{op} gemäß Gl. (7,131) erreicht bzw. bei beliebigem L für entsprechend gewähltes R oder u_3^0.

Für den Wirkungsgrad als dem Verhältnis der erzeugten, aus dem Resonator austretenden Energie zur eingestrahlten Energie gilt bei einer Kristallänge L allgemein

$$\eta = \frac{\omega_1 u_1^2(L)(1 - R_1) + \omega_2 u_2^2(L)(1 - R_2)}{\omega_3 u_3^{02}}. \tag{7,138}$$

Hieraus folgt mit $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ und — wie oben vorausgesetzt — mit $R_1 = R_2 = R$ und damit auch $(u_1^{st})^2 = (u_2^{st})^2$, wenn wir Gl. (7,127) beachten und $(u_1^{st})^2$ gemäß Gl. (7,134) einsetzen,

$$\eta = 4\frac{\sigma_R - 1}{\sigma_R^2}. \tag{7,139}$$

Die Abhängigkeit des Wirkungsgrades η von der relativen Anregung σ_R des Oszillators ist in Abb. 101 dargestellt und zeigt, wie oben schon erläutert, daß für $\sigma_R = 2$ ein Wirkungsgrad von Eins erreicht wird. Das bedeutet: Die gesamte eingestrahlte Pumpenergie der Frequenz ω_3 wird für $\sigma_R = 2$ in Energie bei den Frequenzen ω_1 und ω_2 (Signal- und Idler-Welle) umgesetzt, wobei bei $\sigma_R = 1$ die selbsterregte Oszillation einsetzt.

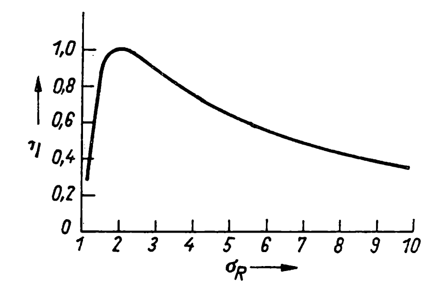


Abb. 101. Abhängigkeit des Wirkungsgrades η von der relativen Anregung σ_R

Fassen wir kurz zusammen:

Wir haben gesehen, daß für eine Anordnung, bei der die Pumpwelle den Kristall einfach durchläuft, während Signal- und Idler-Welle sich in einem Resonator ausbilden, eine (selbsterregte) Oszillation möglich ist, wenn die Pumpleistung eine untere Grenze (Schwelle) überschreitet. Die Schwelle liegt bei um so größeren Leistungen, je geringer die Nichtlinearität und die Länge des Kristalls sowie die Güte des Resonators sind. Prinzipiell läßt sich ein Wirkungsgrad von Eins erzielen. Durch Temperaturänderung oder durch Drehen des Kristalls kann eine Änderung der Oszillatorfrequenz ω_1 (und damit auch von ω_2) erreicht werden, so daß der optische parametrische Oszillator abstimmbar ist. Dies ist eine der wesentlichen Eigenschaften, die seine Bedeutung sowohl für physikalische Untersuchungen als auch für vielfältige Anwendungen begründen.

Ohne weiter auf rechnerische Einzelheiten einzugehen — sie lassen sich unschwer aus den oben angegebenen Beziehungen ableiten — wollen wir schließlich noch einige Besonderheiten des parametrischen Oszillators diskutieren, die seinen Aufbau, speziell die Resonatoranordnung, betreffen und die sowohl für das Verständnis wie für die experimentelle Praxis von Bedeutung sind.

Wir haben bisher vorausgesetzt, daß Signal- und Idler-Welle als Eigenschwingungen in einem Resonator angeregt sind (man spricht dann von einer doppeltresonanten Anordnung), wobei wir für die notwendige Schwellenintensität nach Gl. (7,130)

$$(u_3^{0\mathrm{Sch}})^2 \sim (1 - R)^2$$

erhielten. Wegen $(1 - R) \ll 1$ trägt diese Abhängigkeit von den Verlusten der Resonatoren für Signal- und Idlerwelle ($R_1 = R_2 = R$) wesentlich dazu bei, eine kleine

Schwellenintensität zu erreichen. Allgemein gilt für $R_1 \neq R_2$ und damit $(u_1^{st})^2 \neq (u_2^{st})^2$ — wie am einfachsten mit Hilfe der parametrischen Näherung zu erhalten ist —

$$(u_3^{0Sch})^2 \sim (1 - R_1)(1 - R_2).$$

Das zeigt, daß die notwendige Schwellenintensität für den Fall stark ansteigt, daß nur eine Welle, sagen wir die Signal-Welle, in einem Resonator angeregt ist, während $R_2 = 0$ gilt. Bei einem Reflexionsvermögen von $R_1 = 99\%$ bedingt diese einfach-resonante Anordnung eine Vergrößerung von $(u_3^{0Sch})^2$ um den Faktor 100 gegenüber dem doppeltresonanten Aufbau. Eine nochmalige Vergrößerung um diesen Faktor wäre notwendig, um den Oszillator ganz ohne oder zumindest doch mit einem sehr schlechten Resonator zu betreiben. Es ist klar, daß dafür dann beträchtliche Pumpleistungen erforderlich sind, welche nur im Impulsbetrieb aufzubringen sind und darüber hinaus an die Grenze der optischen Belastbarkeit der Kristalle führen. So wurde auch in den meisten Experimenten der parametrische Oszillator in der doppeltresonanten Anordnung betrieben, und zwar vielfach mit linearen Resonatoren (wie in Abb. 100). Gegenüber den oben betrachteten Ringresonatoren, in denen laufende Wellen angeregt werden, schwingen hier Signal- und Idler-Welle als stehende Wellen. Dies führt zu einer gewissen Modifizierung der Verhältnisse, die wir noch erläutern wollen. Eine stehende Welle können wir zerlegen in eine nach rechts und eine nach links laufende Welle. Da — wie immer vorausgesetzt — auch die Pumpwelle von links nach rechts läuft, ist in dieser Richtung (bei entsprechender Wahl der Kristallorientierung) die Phasenanpassungsbedingung dieser Welle erfüllt, so daß eine Verstärkung (bzw. Erzeugung) von Signal- und Idler-Welle erfolgt. Die rücklaufenden Anteile können sich jedoch ihrerseits im Sinne einer Summenbildung zur Pumpwelle zusammensetzen, so daß in einer doppeltresonanten linearen Anordnung ein Teil der Intensität von Signal- und Idler-Welle durch Rückbildung zu einer am linken Ende des Kristalls austretenden Pumpwelle verlorengeht. Da die rücklaufenden Anteile 50% der Gesamtintensität von Signal- und Idler-Welle ausmachen, ist plausibel, daß damit auch der maximal erreichbare Wirkungsgrad auf die Hälfte des in Gl. (7,139) angegebenen Wertes zurückgeht, also maximal 0,5 beträgt. Zur theoretischen Behandlung ist zusätzlich zu den Gleichungen (7,93) bis (7,95) eine Beziehung für die rücklaufende Pumpwelle aufzuschreiben, so wie dies schon Siegman (1961) angegeben hat (vgl. hierzu auch Brunner, Paul und Bandilla (1971)).

Viele der parametrischen Oszillatoren arbeiten im Impulsbetrieb, wobei als Pumpquellen fast ausschließlich gütegeschaltete Laser verwendet werden, so daß mühelos große Pumpleistungen erreicht werden können. Bei Kristallen mit relativ großer Nichtlinearität ($LiNbO_3$, $Ba_2NaNb_5O_{15}$) ist auch ein kontinuierlicher Betrieb möglich, wie von Smith, Geusic, Levinstein, Singh und van Uitert (1968) oder von Byer, Oshman, Young und Harris (1968) gezeigt wurde. Gepumpt wurde mit der 2. Harmonischen eines YAG-Nd^{3+}- bzw. einem Argon-Laser. Die Pumpleistungen lagen in der Größenordnung von W, die Ausgangsleistungen bei einigen mW. Die Abstimmung erfolgte durch Temperaturänderung.

Das Problem bei der Anregung von parametrischen Oszillatoren besteht heute weniger darin, hohe Pumpleistungen zu erreichen, als vielmehr darin, eine weitgehende optische Zerstörung des Kristalls zu vermeiden. Bei den hohen elektrischen Feldstärken in den Kristallen, wie sie bei großen Pumpleistungen auftreten, werden Brechungsindex-Inhomogenitäten (vielfach auch mit einem Begriff aus der englischsprachigen Literatur als „optical damage" bezeichnet) erzeugt, welche den Kristall optisch unbrauchbar werden lassen. Diese Inhomogenitäten können einmal, z. B. bei $LiNbO_3$, bei nicht zu hoher Belastung durch Erwärmen des Kristalls teilweise vermieden bzw. wieder beseitigt werden. Andererseits wird versucht, nichtlineare Kristalle zu züchten, die resistent gegenüber hohen Strahlungsbelastungen sind (z. B. $Ba_2NaNb_5O_{15}$) bzw. hohe optische Strahlungsbelastungen überhaupt zu vermeiden, also mit möglichst niedriger Schwellenleistung zur Anregung parametrischer Oszillatoren auszukommen.

Daher besteht eine wesentliche Aufgabe, besonders im Hinblick auf einen kontinuierlichen Betrieb, darin, eine gegenüber Gl. (7,130) verminderte Schwellenleistung zu erreichen.

Hierzu liegt es nahe — vergegenwärtigen wir uns den oben erläuterten Einfluß eines Resonators — auch die Pumpwelle in einem Resonator anzuregen. Das bedeutet mathematisch, daß wir die Bedingung (7,127) auch für die Pumpwelle zu stellen haben. Einfacher ist es allerdings — und das ist die übliche Behandlung für den dreifachresonanten Fall —, auf die Ausgangsgleichungen (7,51) zurückzugehen. Als Folge der Resonanzeigenschaften aller drei Wellen ist dann bei genügend guten Resonatoren die z-Abhängigkeit zu vernachlässigen.

Wir wollen auf die Rechnung nicht eingehen (vgl. YARIV und LOUISELL (1966), BRUNNER (1972)) und notieren nur die wesentlichsten Ergebnisse: Einmal zeigt sich, daß der Schwellenwert neben $(1 - R_1)$ und $(1 - R_2)$ auch proportional zur Transmission $(1 - R_3)$ des Resonators für die Pumpwelle ist, so daß für genügend kleines $(1 - R_3)$ ein relativ kleiner Schwellenwert zu erreichen ist. Zum anderen ist es jedoch nicht möglich, alle in der Pumpquelle (Laser) zur Verfügung stehende Energie in den Resonator für die Pumpwelle einzukoppeln, so daß auch der Wirkungsgrad relativ klein bleibt und maximal nur 25% beträgt.

Eine dreifachresonante Anordnung, die diesen Nachteil vermeidet und welche auch experimentell bereits realisiert wurde, stellt der sogenannte „innere parametrische Oszillator" dar. Hierbei wird der Kristall direkt in den Resonator des Pumplasers gesetzt, so daß die hohe Feldstärke im Laser selbst für die Wechselwirkung zur Verfügung steht.

Die experimentelle Anordnung, wie sie von AMMANN, YARBOROUGH, OSHMAN und MONTGOMERY (1970) verwendet wurde, zeigt Abb. 102. Die Anregung erfolgte mit einem gütegeschalteten YAG-Nd^{3+}-Laser. Als nichtlinearer Kristall wurde $LiNbO_3$ verwendet. Die Abstimmung erfolgte durch Temperaturänderung. Gemessen wurde eine Ausgangsleistung von 210 mW bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1{,}96\ \mu m$ für die Signal-Welle.

Wir haben im vorstehenden mit Ausnahme der parametrischen Fluoreszenz sowohl bei der Behandlung der Abstimmbarkeit der parametrischen Prozesse wie auch bei der Darstellung der experimentellen Beispiele kollineare Wechselwirkungen betrachtet, d. h. Wechselwirkungen, bei denen die $\boldsymbol{k}$-Vektoren der beteiligten drei Wellen parallel verlaufen. Da die Phasenanpassungsbedingung verlangt, daß der Summenvektor dreier Vektoren verschwindet, ist diese natürlich auch zu erfüllen,

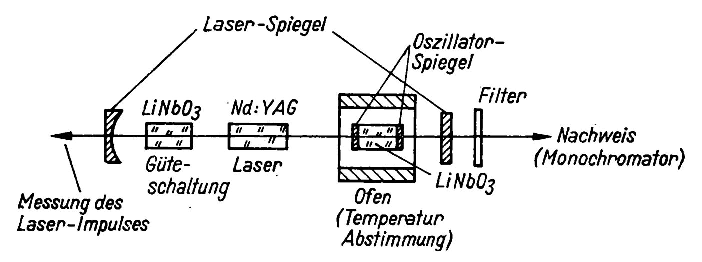


Abb. 102. Der innere parametrische Oszillator (nach Ammann, Yarborough, Oshman und Montgomery (1970))

wenn die $\boldsymbol{k}$-Vektoren der beteiligten Wellen nicht parallel sind. Wir sprechen dann von nichtkollinearer Wechselwirkung (Abb. 96). Sie besitzt den Vorteil, daß z. B. in einem doppeltresonanten Aufbau die Spiegel für die einzelnen Wellen räumlich zu trennen sind, so daß keine Forderung bezüglich des Durchlaßvermögens der Spiegel für die jeweils andere Welle zu stellen ist. Nachteilig ist allerdings, daß wegen des Auseinanderlaufens der Wellen der Wechselwirkungsbereich im Kristall relativ klein ist, so daß die notwendige Schwellenleistung hoch liegt und auch eine Fokussierung keine wesentlichen Vorteile bringt.

In den meisten experimentellen Anordnungen wird daher die Erfüllung der Phasenanpassungsbedingung in einer kollinearen Wechselwirkung bevorzugt.

Die Eigenschaften der beim parametrischen Prozeß erzeugten Strahlung sind im Idealfall ganz analog zu denen des Lasers, vorausgesetzt, daß auch die Pumpstrahlung von einem Laser geliefert wird. Es zeigt sich nämlich (vgl. z. B. Brunner (1972)), daß die Amplituden- und Phasenfluktuationen der Pumpstrahlung weitgehend auf die erzeugte Strahlung übertragen werden und die dem nichtlinearen Prozeß inhärenten Fluktuationen dagegen zu vernachlässigen sind. Hinzu kommt allerdings, daß auch Eigenschwingungen angeregt werden können, die die Phasenanpassungsbedingung nicht ideal erfüllen, was effektiv zu einer beträchtlichen Linienverbreiterung für die erzeugte Strahlung führt.

Als Besonderheit erwähnen wir schließlich noch die sogenannte „Cluster-Bildung", die bei doppeltresonanten Oszillatoren auftritt und dadurch bedingt ist, daß sowohl Signal- wie auch Idler-Welle resonant angeregt werden, was nur bei bestimmten diskreten Frequenzpaaren möglich ist. Dieser Effekt kann in einer einfachresonanten Anordnung vermieden werden.

7.5.6. Weitere nichtlineare Effekte 2. Ordnung

Wie wir bei der Berechnung der Polarisation in der 2. Ordnung bezüglich der elektrischen Feldstärke gesehen haben, treten neben den oben ausführlich behandelten Prozessen der Harmonischen-Bildung sowie der parametrischen Wechselwirkung auch Terme auf, welche die Summen- und Differenzbildung der Frequenzen von zwei Strahlungsfeldern beschreiben.

Betrachten wir zunächst die Bildung der Summenfrequenz $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$, die als Umkehrung der parametrischen Fluoreszenz aufzufassen ist. Dementsprechend ist eine theoretische Beschreibung mit den in Abschnitt 7.5.1. angegebenen allgemeinen Lösungen einfach durch eine der Summenbildung angepaßte Anfangsbedingung möglich, so daß wir darauf nicht näher einzugehen brauchen, zumal wir uns das Prinzip der nichtlinearen Wechselwirkung hinreichend klargemacht haben. So wollen wir hier lediglich auf einige experimentelle Besonderheiten und auf Literaturstellen hinweisen, in denen über die erfolgreiche Erzeugung von Summenfrequenzen berichtet wird.

In den nichtlinearen Kristall werden zwei Strahlungsfelder mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 eingestrahlt. Die nichtlineare Wechselwirkung führt dann zu der Summenfrequenz ω_3 mit einer Intensität, die maximal ist — wir erinnern hier an die Diskussion der parametrischen Wechselwirkung im vorigen Abschnitt —, wenn die Phasenanpassungsbedingung $\Delta k = 0$ erfüllt ist. Da der Prozeß von $u_3{}^{02} = 0$ ausgeht, ist auch die Bedingung für die Anfangsphasen, $\cos \Theta_0 = 0$, erfüllt, die Summenfrequenz wird mit der „richtigen Phase" erzeugt. Experimentell wurde die Summenbildung mit Hilfe der Strahlung eines Rubin-Lasers und eines $CaWO_4:Nd^{3+}$-Lasers von Miller und Savage (1962) demonstriert, wobei als Kristalle KDP und ADP verwendet wurden. Die beiden zu mischenden Strahlen werden mit Hilfe eines halbdurchlässigen Spiegels überlagert und auf den nichtlinearen Kristall fokussiert. Die Erzeugung der 2. und der höheren Harmonischen mit einem relativ hohen Wirkungsgrad durch sukzessive Summenbildung bei Anregung mit einem intensiven Neodym-Laser demonstrierten Achmanow, Kowrigin, Piskarskas und Chochlow (1965). Die Autoren erreichten in KDP mit einer Leistung von 150 MW/cm² für die Grundwelle ω ($\lambda = 1{,}06\,\mu$m) eine Intensität für die 2. Harmonische von 50 MW/cm², durch Summenbildung $2\omega + \omega = 3\omega$ dann für die 3. Harmonische 8 MW/cm² und durch nochmalige Summenbildung $2\omega + 2\omega = 4\omega$ für die 4. Harmonische 3 MW/cm².

Dieses Beispiel zeigt, wie die Summenfrequenzbildung die Erzeugung neuer Frequenzen in einem weiten Frequenzbereich, insbesondere in Richtung kürzerer Wellenlängen, ermöglicht. Die besondere Bedeutung der Summenbildung liegt darin, daß es durch Mischung einer im sichtbaren Bereich liegenden (intensiven) Strahlung mit einer Infrarot-Strahlung möglich ist, eine im sichtbaren Bereich liegende Summenfrequenz zu erhalten, welche direkte Aussagen über die Intensität der Infrarot-Welle gestattet. Auf diese Weise läßt sich die im Infraroten relativ

schwierige Messung in den meßtechnisch leichter zugänglichen sichtbaren Bereich transformieren. Man nennt diese Methode der Messung von infraroten Signalen durch Summenbildung auch „up-conversion".

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Differenzfrequenzbildung $\omega_3 - \omega_1 = \omega_2$, die vielfach auch als Frequenzkonversion bzw. Frequenzumsetzung bezeichnet wird. Die Auswahl von einem der möglichen Prozesse — Summen- oder Differenzfrequenzbildung bzw. auch anderer nichtlinearer Prozesse — erfolgt durch die Phasenanpassungsbedingung.

Speziell mit der Differenzbildung ist es möglich, bei genügend eng benachbarten Frequenzen ω_3 und ω_1 der eingestrahlten Wellen eine relativ langwellige Strahlung bis weit hinein ins Infrarote (bzw. sogar Submillimetergebiet) zu erzeugen. Hierin liegt, in Ergänzung zur Erzeugung neuer Frequenzen durch Summenbildung, in erster Linie die Bedeutung derartiger Untersuchungen.

Als Beispiel für experimentelle Untersuchungen zur Differenzfrequenzbildung erwähnen wir Wang und Racette (1965), welche die 2. Harmonische eines Rubin-Lasers (von 30 MW) und die Strahlung eines He-Ne-Lasers (von 10^{-2} W) in einem ADP-Kristall mischten. Die Intensität der erhaltenen Differenzfrequenz betrug 10^{-3} W (vgl. Abb. 98).

Die Behandlung der nichtlinearen Effekte 2. Ordnung wollen wir mit einer allgemeinen Bemerkung abschließen, die uns für das Verständnis der bisher behandelten Prozesse nicht ganz unwesentlich erscheint. Wir haben bei der Berechnung der Polarisation gesehen, daß nichtlineare Effekte 2. Ordnung in einem Medium immer dann möglich sind, wenn keine Inversionssymmetrie vorliegt. Dies ist bei einer Reihe von Kristallen der Fall, und diese haben wir daher im vorstehenden auch ausschließlich betrachtet. Flüssigkeiten und Gase sind bezüglich der Wechselwirkung zwischen dem Valenzelektron und dem (restlichen) einzelnen Atom bzw. Molekül inversionssymmetrisch (die Wechselwirkung zwischen den Molekülen ist vernachlässigbar klein), so daß nichtlineare Effekte 2. Ordnung nicht möglich sind. Es gibt jedoch eine Reihe von Molekülen, die keine Inversionssymmetrie besitzen, nämlich die sogenannten optisch aktiven Stoffe, welche die Polarisationsebene des Lichtes drehen und eine Links- oder Rechts-Schraubenstruktur besitzen (z. B. Zucker). Bei diesen Stoffen sind — wenn auch mit relativ kleiner Intensität — nichtlineare Effekte 2. Ordnung möglich, jedoch als Folge der freien Drehbarkeit der Moleküle in Flüssigkeiten oder Gasen nur nichtkollinear. Hieraus folgt, daß in optisch aktiven Flüssigkeiten zwar Summenbildung (mit zwei verschiedenen Frequenzen), jedoch keine Harmonischen-Bildung (welche trivialerweise kollinear ist) möglich ist. Experimentell wurde die Summenbildung in optisch aktiven Flüssigkeiten von Rentzepis, Giordmaine und Wecht (1966) nachgewiesen. Eine theoretische Behandlung nichtlinearer optischer Effekte in Flüssigkeiten gibt Giordmaine (1965).

7.6. Nichtlineare Effekte 3. Ordnung

7.6.1. Überblick

Wir knüpfen an unsere obigen Überlegungen an und erinnern an die Entwicklung der Polarisation nach Potenzen der elektrischen Feldstärke. Danach tritt in jedem Fall ein zur dritten Potenz der Feldstärke proportionaler Term auf, unabhängig davon, ob das Medium Inversionssymmetrie besitzt oder nicht. Nichtlineare Effekte 3. Ordnung sind daher sowohl in Festkörpern, speziell Kristallen, als auch in Flüssigkeiten und Gasen möglich. Hierin liegt ein gewisser Vorteil, da man experimentell nicht unbedingt auf nicht immer leicht herstellbare Kristalle angewiesen ist, sondern die Untersuchungen auch an einfachen Stoffen, wie Kochsalz (NaCl) in fester oder gelöster Form, sowie an einer Vielzahl von Lösungen durchführen kann. Allerdings ist die kubische Suszeptibilität wesentlich kleiner als die quadratische, so daß die Wechselwirkung und damit die zu erreichenden Intensitäten relativ klein sind. Hierin dürfte auch der Grund dafür liegen, daß reine Elektroneneffekte, wie wir sie bisher ausschließlich betrachtet haben (Harmonischen-Bildung, parametrische Prozesse), in der 3. Ordnung sowohl theoretisch als auch experimentell relativ wenig untersucht wurden. Es handelt sich hierbei um Prozesse, an denen vier Strahlungsfelder beteiligt sind oder, um im Photonenbild zu sprechen, um Vierphotonenprozesse. Den Charakter der Wechselwirkungen haben wir uns schon bei der Diskussion der Polarisation klargemacht, so daß wir uns an dieser Stelle kurz fassen können, zumal sich die Verallgemeinerung der nichtlinearen Wechselwirkung 2. Ordnung auf höhere Ordnungen völlig zwanglos ausführen läßt.

Zu den kubisch nichtlinearen Elektroneneffekten gehört u. a. die Bildung der 3. Harmonischen, die auch schon vielfach experimentell nachgewiesen wurde (vgl. z. B. Maker und Terhune (1965)). Das gleiche gilt auch für die parametrische Vierphotonen-Fluoreszenz, bei der zwei Pumpphotonen die Energie für je ein Signal- und Idler-Photon liefern. Die theoretische Beschreibung verläuft ganz analog der von uns ausführlich betrachteten Wechselwirkung 2. Ordnung bei Beteiligung von drei Photonen.

Auch ein parametrischer 4-Photonen-Oszillator ist theoretisch denkbar, jedoch scheint eine experimentelle Realisierung als Folge der doch recht geringen Wechselwirkung bei Prozessen 3. Ordnung fraglich. Die experimentellen Anordnungen zur Untersuchung von Effekten 3. Ordnung sind ganz analog zu den oben bei der Behandlung quadratischer Effekte dargestellten, so daß wir darauf nicht einzugehen brauchen. Wesentlich ist auch hier die Erfüllung der Phasenanpassungsbedingung.

Während sich also bei den (Elektronen-)Effekten 3. Ordnung über die schon von der 2. Ordnung her bekannten Prozesse hinaus nichts prinzipiell Neues ergibt, kommen wir allgemein bei der Betrachtung eines bezüglich der Feldstärke kubischen

Terms in der Polarisation zu Effekten, bei denen neben der Wechselwirkung mit den Elektronen auch die mit den Molekül- oder Gitterschwingungen bzw. mit Atomübergängen in Betracht kommt. Wir gelangen so zu der stimulierten Raman- und der Brillouin-Streuung sowie zur 2-Photonen-Absorption. Diesen Effekten gehört im allgemeinen das Interesse bei der Untersuchung von Effekten 3. Ordnung, da sie einmal wesentlich intensiver als die reinen Elektronen-Effekte sind und zum anderen eine Reihe von Aussagen über Materialeigenschaften gestatten.

Wir wollen damit beginnen, uns das physikalische Prinzip der Wechselwirkung von zwei (bzw. drei) Strahlungsfeldern bei gleichzeitigem atomaren Übergang klarzumachen, und betrachten dabei zunächst die stimulierte Raman-Streuung.

7.6.2. Stimulierte Raman-Streuung

Es handelt sich hierbei um einen Prozeß, bei dem in das nichtlineare Medium (wie wir schon wissen, kann das ein Festkörper, eine Flüssigkeit oder auch ein Gas sein) eine Welle der Frequenz ω_P eingestrahlt wird — wir wollen sie wieder die Pumpwelle nennen —, während ein Strahlungsfeld mit einer Frequenz ω_S erhalten wird. Die der Differenz der Frequenzen $\omega_M = |\omega_P - \omega_S|$ entsprechende Energie wird dabei von den einzelnen Molekülen des Mediums absorbiert oder auch geliefert. Wir kennen diesen Prozeß als spontanen Raman-Effekt und bezeichnen die erhaltene Strahlung für $\omega_P > \omega_S$ als Stokes-Linie, für $\omega_P < \omega_S$ als Anti-Stokes-Linie. (Entsprechend kann ein Teil der Pumpstrahlung auch die Gesamtheit der Atome oder Moleküle, also Gitterschwingungen anregen. Im Quantenbild bedeutet dies, daß optische oder akustische Phononen absorbiert oder emittiert werden. Der Effekt unter Beteiligung von Phononen ist unter dem Namen Brillouin-Streuung bekannt.)

Beim spontanen Prozeß ist die Polarisation bekanntlich proportional zur elektrischen Feldstärke, so daß auch die Intensität der Stokes-Linie linear mit der Intensität der Pumpstrahlung anwächst.

Bei der Untersuchung des Raman-Effektes mit einem intensiven gütegesteuerten Laser als Pumplichtquelle stellte man nun an der Streustrahlung eine Reihe von Eigenschaften fest, welche nicht mit den Vorstellungen vom spontanen Raman-Effekt zu erklären waren (siehe Suschtschinskij (1969)). Hierzu gehört vor allem ein starker, vielfach sprunghafter Anstieg der Intensität der Stokes-Strahlung von einer bestimmten Pumpintensität an im Gegensatz zum linearen Anstieg bei der spontanen Raman-Streuung. Hinzu kommt, daß im Spektrum der Streustrahlung nicht nur die Stokes-Welle bzw. Anti-Stokes-Welle $\omega_{S,AS} = \omega_P \mp \omega_M$ (ω_M Molekül-Schwingungsfrequenz) auftritt, sondern eine Vielzahl der mit den n-ten Harmonischen von ω_M gebildeten Strahlungsfrequenzen $\omega_{S,AS} = \omega_P \mp n\omega_M$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$). Dies deutet darauf hin, daß es sich um einen induzierten Effekt handelt, bei dem die Stokes-Welle selbst wieder als Pumpwelle wirkt und damit die Frequenzen $\omega_S{}^{(2)} = \omega_S{}^{(1)} - \omega_M = \omega_S - 2\omega_M$,

$\omega_S^{(3)} = \omega_S^{(2)} - \omega_M = \omega_S - 3\omega_M$ usw. erzeugt. Ebenso ist der nichtlineare Intensitätsanstieg als Folge von induzierter Emission zu verstehen. Daß diese tatsächlich vorliegt, zeigt auch die Interferenzfähigkeit der gestreuten Strahlung, welche beim spontanen Raman-Effekt nicht gegeben ist.

Wesentlich ist, und das wollen wir festhalten, daß es sich bei der stimulierten Raman-Streuung um die Änderung des Molekül- (oder Gitter-)Zustandes handelt und daß dabei zwei (bzw. auch mehr) Strahlungsfelder beteiligt sind.

Wir wollen uns vorerst klarmachen, daß derartige Effekte tatsächlich nur in der 3. Ordnung bezüglich der Feldstärke zu beschreiben sind (was zunächst verwundert, da wir bereits in der 2. Ordnung die Wechselwirkung von drei Wellen beschreiben konnten). Es ist dies eine Frage der notwendigen Anregung eines atomaren Systems.

Wir betrachten hierzu die Ausgangsgleichung (7,51) für das Strahlungsfeld zur Beschreibung nichtlinearer Effekte, welche wir für die Pumpwelle ω_P und die erzeugte Stokes-Welle ω_S für den (zeitlich) stationären Zustand in der Form

$$ik_P \cos^2 \alpha_P \frac{\partial A_P}{\partial z} e^{i(k_P z - \omega_P t)} = -\frac{2\pi\omega_P^2}{c^2} \boldsymbol{P}_{\text{nl}}^{(-\omega_P)} \boldsymbol{e}^{(P)}, \qquad (7{,}140)$$

$$ik_S \cos^2 \alpha_S \frac{\partial A_S}{\partial z} e^{i(k_S z - \omega_S t)} = -\frac{2\pi\omega_S^2}{c^2} \boldsymbol{P}_{\text{nl}}^{(-\omega_S)} \boldsymbol{e}^{(S)} \qquad (7{,}141)$$

schreiben wollen, wobei $\omega_P = \omega_S + \omega_M$, mit $\frac{\omega_M}{2\pi}$ als Molekülübergangsfrequenz, gilt. Betrachten wir nun die erste dieser Gleichungen, so haben wir für die Polarisation den Anteil zu setzen, welcher mit $e^{-i\omega_P t}$ schwingt. Ein derartiger Term wird einmal in der ersten Ordnung ($\sim \boldsymbol{E}$) erhalten. Dieser lineare Anteil beschreibt die elastische Rayleigh-Streuung und den spontanen Raman-Effekt und kommt daher in unserem Zusammenhang nicht in Betracht. Bei einem quadratischen Term ($\sim \boldsymbol{EE}$) ist es nicht möglich, einen mit ω_P schwingenden Polarisationsanteil zu erhalten, wenn die elektrische Feldstärke nur die Frequenzen ω_P und ω_S enthält: Es gibt nur die Möglichkeiten 0, $\omega_P + \omega_S$ und $\omega_P - \omega_S = \omega_M$. Anders ist es in der 3. Ordnung, wo wir durch $\omega_P + \omega_S - \omega_S = \omega_P$ den „richtigen" Polarisationsanteil erhalten. Die gleiche Folgerung gilt auch, wie leicht einzusehen ist, für die 2-Photonen-Absorption.

Damit können wir festhalten: Die Beschreibung von Effekten, bei denen die Wechselwirkung von Strahlungsfeldern mit einem sich energetisch ändernden Atom- (Molekül- oder Gitter-)System betrachtet wird, führt auf eine nichtlineare Wechselwirkung 3. Ordnung.

Eine der wesentlichsten Aufgaben bei der Behandlung der stimulierten Raman-Streuung besteht nun in der Berechnung der Polarisation unter dem Einfluß der Strahlungsfelder bei Berücksichtigung der Anregung von Molekülschwingungen. Wegen der notwendigen Berücksichtigung von atomaren Übergängen scheint eine quantentheoretische oder zumindest semiklassische Behandlung erforderlich zu sein. Die Rechnung ist, zumindest für eine näherungsweise Lösung, nicht sehr schwierig,

aber doch relativ aufwendig, so daß wir diesbezüglich auf spezielle Abhandlungen verweisen (SHEN und BLOEMBERGEN (1965), SCHUBERT und WILHELMI (1971), PAUL (1973)). Als Grundgleichungen für die stimulierte Raman-Streuung ergeben sich schließlich aus den Gleichungen (7,140) und (7,141) (bei Vernachlässigung einer Anti-Stokes-Welle) nach vereinfachter Rechnung die Beziehungen

$$\frac{\partial A_P}{\partial z} = -\frac{2\pi\omega_P^2}{k_P c^2 \cos^2 \alpha_P} \frac{\alpha_1^2 N_M}{\omega_M M \Gamma} |A_S|^2 A_P, \tag{7,142}$$

$$\frac{\partial A_S}{\partial z} = \frac{2\pi\omega_S^2}{k_S c^2 \cos^2 \alpha_S} \frac{\alpha_1^2 N_M}{\omega_M M \Gamma} |A_P|^2 A_S. \tag{7,143}$$

Dabei wurde vorausgesetzt, daß das Dipolmoment des Moleküls proportional zur Feldstärke $\boldsymbol{E}$ ist,

$$\boldsymbol{p}_M = \alpha \boldsymbol{E}, \tag{7,144}$$

und der Proportionalitätsfaktor α nach PLACZEK (1934) von der Auslenkung x aus dem Gleichgewichts-Kernabstand in der Form

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 x \tag{7,145}$$

abhängt. Γ ist ein Maß für die Dämpfung der Schwingung, M bezeichnet die reduzierte Masse des schwingenden Atom-Systems und N_M die Dichte der Moleküle.

Bemerkenswert ist, daß im Gegensatz zu den bisher betrachteten nichtlinearen Effekten die Abhängigkeit von den Wellenzahlvektoren herausfällt und damit auch keine Phasenanpassungsbedingung zu erfüllen ist.

Wir können Gl. (7,143) integrieren und erhalten dann als Ausdruck der Verstärkung für die Stokes-Welle

$$A_S(z) = A_S^0 e^{\xi_S \int_0^z |A_P(z')|^2 dz'} \tag{7,146}$$

mit

$$\xi_S = \frac{2\pi\omega_S^2}{k_S c^2 \cos^2 \alpha_S} \frac{\alpha_1^2 N_M}{\omega_M M \Gamma},$$

d. h., die Intensität der Stokes-Welle steigt exponentiell mit der Intensität der eingestrahlten Welle an. Ganz entsprechend folgt aus Gl. (7,142) für die Pumpwelle eine exponentielle Schwächung mit wachsender Intensität der Stokes-Welle und zunehmender durchstrahlter Schichtdicke. Die Energie der Pumpwelle wird in die Stokes-Welle und die Molekülanregung umgesetzt.

Während die Intensität der Stokes-Welle beim spontanen Raman-Effekt als linearem Prozeß linear mit der Pumpintensität ansteigt, zeichnet sich der Einsatz oder besser das Überwiegen der stimulierten Raman-Streuung durch einen exponentiellen Anstieg aus, so wie es experimentell teilweise auch beobachtet wird. In den

meisten Experimenten jedoch existiert eine stark ausgeprägte Schwelle in dem Sinne, daß die stimulierte Raman-Streuung mit einem steilen Anstieg der Intensität einsetzt. Der Grund dafür liegt im Einsetzen der Selbstfokussierung mit ihrem typischen Schwellencharakter — wir kommen in Abschnitt 7.7. hierauf noch zu sprechen —, wodurch eine lokale Vergrößerung der Pumpintensität und damit auch der Stokes-Strahlung, abweichend von der oben abgeleiteten einfachen exponentiellen Abhängigkeit, bewirkt wird.

Sehen wir uns noch einmal die Gleichungen (7,142) und (7,143) speziell im Hinblick auf die bei den zuvor diskutierten nichtlinearen Prozessen so wesentliche Phasenanpassungsbedingung an. Wir erkennen, daß — wie schon erwähnt — die Abhängigkeit sowohl von den Anfangsphasen wie auch von der Differenz der Wellenzahlvektoren $\Delta \boldsymbol{k}$ nicht auftritt, so daß die Phasenkohärenzlänge nicht beschränkt ist. Eine Erzeugung bzw. Verstärkung findet auf der gesamten Kristallänge statt.

Tatsächlich wird jedoch vielfach gleichzeitig die Anti-Stokes-Welle

$$\omega_{\mathrm{AS}} = \omega_{\mathrm{P}} + \omega_{\mathrm{M}} \tag{7,147}$$

erzeugt, so daß die Wechselwirkung von drei Strahlungsfeldern zu berücksichtigen ist. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn die Moleküle zu Beginn des Prozesses schon z. T. angeregt sind. Zum anderen werden im Laufe der Erzeugung der Stokes-Welle die Moleküle angeregt, so daß, bei genügender Intensität der Pumpwelle, auch eine Anti-Stokes-Welle erzeugt werden kann. Maximale Verstärkung für die Anti-Stokes-Welle (und entsprechender Schwächung für die Stokes-Welle) tritt dann jedoch über die gesamte Wechselwirkungslänge nur bei erfüllter Phasenanpassungsbedingung

$$\Delta \boldsymbol{k} = 2\boldsymbol{k}_{\mathrm{P}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{S}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{AS}} = 0 \tag{7,148}$$

auf. Diese Beziehung gilt allgemein vektoriell und ist als Folge der Dispersion normalerweise kollinear nicht zu erfüllen, sondern nur, wenn Stokes- und Anti-Stokes-Welle einen gewissen, von der Wellenlänge abhängigen, Winkel bilden. Daraus folgt, daß die Anti-Stokes-Welle in Form von (farbigen) Ringen beobachtet wird. Sie tritt dann auf — daran wollen wir noch einmal erinnern —, wenn die einfallende Pumpintensität genügend stark ist, so daß eine intensive Stokes-Strahlung zur Anregung der Moleküle führt oder, anders ausgedrückt, einen Polarisationsanteil $\omega_{\mathrm{P}} + \omega_{\mathrm{M}} = \omega_{\mathrm{AS}}$ erzeugt.

Fassen wir kurz zusammen:

Die stimulierte Raman-Streuung als nichtlinearer Effekt 3. Ordnung zeichnet sich gegenüber dem spontanen Raman-Prozeß dadurch aus, daß die Intensität der Stokes-Welle exponentiell (bei Einsetzen der Selbstfokussierung auch sprunghaft) mit der Pumpintensität ansteigt und auch die Harmonischen der Molekülschwingungsfrequenz $n\omega_{\mathrm{M}}$ zu Stokes-Wellen $\omega_{\mathrm{P}} - n\omega_{\mathrm{M}}$ führen. Die Intensität der Stokes-Welle ist sowohl von den Phasen als auch den Wellenzahlvektoren unabhängig. Bei sehr starker Anregung und damit intensiver Stokes-Welle führt die damit verbundene

Anregung der Moleküle zur gleichzeitigen Erzeugung einer Anti-Stokes-Welle. Die Wechselwirkung zwischen beiden Wellen hängt dann auch von den Phasen- und Wellenzahl-Differenzen $\Delta\varphi$ und $\Delta \boldsymbol{k}$ ab. Sie ist bei erfüllter Phasenanpassungsbedingung maximal. Für $\Delta \boldsymbol{k} \neq 0$ erhalten wir in Abhängigkeit von der durchstrahlten Dicke z des Mediums eine für Stokes- und Anti-Stokes-Welle gegenläufige Periodizität der Intensitäten.

Die experimentellen Untersuchungen werden vielfach an Flüssigkeiten (Alkohol, Aceton, Nitrobenzol u. a.), aber auch an Festkörpern und Gasen durchgeführt. Die stimulierte Raman-Streuung ergibt als Folge der für die Stokes-Strahlung zu erhaltenden relativ großen Intensität die Möglichkeit, sie als Methode zur Erzeugung neuer Frequenzen zu verwenden. Man spricht in diesem Zusammenhang vielfach auch vom Raman-Laser. Als Pumplichtquellen werden wegen der notwendigen hohen Pumpleistungsdichten bis zu 10^{11} W/cm^2 gütegesteuerte Laser verwendet.

7.6.3. Stimulierte Brillouin-Streuung

Wie wir gesehen haben, tritt der induzierte Effekt bei der Raman-Streuung auf wenn in dem atomaren System sowohl einzelne Moleküle (in Flüssigkeiten oder Gasen) als auch das Medium als Ganzes in Form von Gitterschwingungen angeregt werden. Die Gitterschwingungen liegen dabei bei Frequenzen von etwa 10^{11} Hz, so daß — quantenmechanisch gesprochen — die Absorption und Emission von optischen Phononen vorliegt.

Es ist klar, daß dieser Prozeß frequenzmäßig hinsichtlich der Elementaranregungen nicht begrenzt ist, also auch für die wesentlich kleineren Frequenzen, wie sie den akustischen Phononen entsprechen, auftreten sollte. Die Streuung von Licht bei gleichzeitiger Absorption oder Emission von akustischen Phononen nennen wir Brillouin-Streuung. Bei genügender Intensität der Pumpwelle sollte analog zur Raman-Streuung auch eine stimulierte Brillouin-Streuung auftreten, und zwar mit einem Frequenzunterschied zwischen Pump- und erzeugter Stokes-Welle, der durch die Frequenz von 10^8 bis 10^{10} Hz der akustischen Gitterschwingungen gegeben ist.

Experimentell nachgewiesen wurde die stimulierte Brillouin-Streuung erstmals von Chiao, Townes und Stoicheff (1964) mit einer Anordnung, wie sie schematisch in Abb. 103 dargestellt ist. Während bei der stimulierten Raman-Streuung für den Fall, daß keine Anti-Stokes-Welle mit erzeugt wird, die Phasenanpassungsbedingung immer erfüllbar ist, ergibt eine detailliertere theoretische Behandlung, daß die Phasenanpassungsbedingung für die stimulierte Brillouin-Streuung in Vorwärtsrichtung nicht zu erfüllen ist. Die (richtungsabhängige) Frequenzverschiebung für die Stokes-Welle ist maximal bei Rückwärtsstreuung. Daraus erklärt sich die besondere experi-

mentelle Anordnung. Der Laserstrahl trifft fokussiert (wobei Leistungsdichten von 10^{11} W/cm^2 erreicht werden) auf das streuende Medium, das in diesem Falle ein Kristall ist. Die rückwärts austretende Streustrahlung gelangt dann einmal über den Teilerspiegel zusammen mit der Pumpstrahlung in den Frequenzanalysator (Fabry-Perot-Interferometer) und das Nachweissystem (Photoplatte). Zum anderen

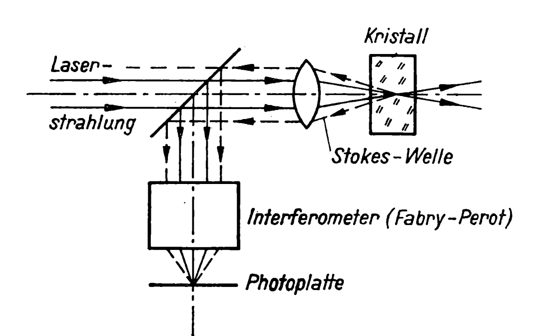


Abb. 103. Experimentelle Anordnung zum Nachweis der Brillouin-Streuung (nach CHIAO, TOWNES und STOICHEFF (1964))

durchdringt ein Teil der Stokes-Welle den Spiegel und gelangt zurück in den Laser. Sie wird dort verstärkt und gelangt wieder auf den Kristall, wo sie jetzt ebenfalls als Pumpwelle wirkt und damit eine 2. Stokes-Welle mit der Frequenz $\omega_S^{(2)} = \omega_S^{(1)} - \omega_G = \omega_P - 2\omega_G$ erzeugt. Dieser Prozeß setzt sich bei genügender Intensität bzw. Verstärkung in der Anregung auch höherer Harmonischer der Gitterschwingungen fort, ganz ähnlich wie es schon von den Experimenten zur stimulierten Raman-Streuung her bekannt ist.

Anti-Stokes-Wellen wurden bei der stimulierten Brillouin-Streuung noch nicht beobachtet. Das hat seinen Grund darin, daß die im wesentlichen in entgegengesetzten Richtungen laufenden Pump- und Stokes-Wellen eine Polarisation für die Anti-Stokes-Welle erzeugen, die keine Phasenanpassung erlaubt, so daß die Intensität der Anti-Stokes-Welle extrem klein bleibt.

Die theoretische Beschreibung, auf die wir hier nicht eingehen wollen, erfolgt ganz analog der Darstellung des stimulierten Raman-Effektes in Festkörpern mit dem Unterschied, daß die optischen Gitterschwingungen durch die niederfrequenteren akustischen Gitterschwingungen zu ersetzen sind. Phänomenologisch lassen sich bei einer klassischen Behandlung die akustischen Gitterschwingungen als Druckschwankungen darstellen, welche die Dielektrizitätskonstante und damit die Polarisation des Mediums beeinflussen und so zur Aussendung elektromagnetischer Strahlung führen. Ausgehend von der thermischen Anregung des Gitters, erhalten wir die übliche Brillouin-Streuung. Wird durch die Einstrahlung einer starken elektromagnetischen Welle eine Polarisation des gesamten Mediums und damit eine Druckwelle in ihm erzeugt, so kommen wir zur stimulierten Brillouin-Streuung.

Experimentell bedeutungsvoll erscheint die stimulierte Brillouin-Streuung speziell im Hinblick darauf, daß es mit ihrer Hilfe — wie im Falle der stimulierten Raman-Streuung — möglich ist, eine Reihe von Materialkonstanten zu messen.

Wir haben bisher nichtlineare Prozesse bis zur 3. Ordnung bezüglich der Feldstärkeabhängigkeit der Polarisation betrachtet, was die Wechselwirkung von maximal vier Strahlungsfeldern, also die Untersuchung bis zu 4-Photonen-Prozessen erlaubte. Prinzipiell ist natürlich die Weiterführung zu höheren nichtlinearen Ordnungen möglich, doch nehmen die Suszeptibilitäten mit zunehmender Ordnung sehr schnell ab und sind so klein, daß experimentelle Effekte in diesem Bereich im allgemeinen als kaum nachweisbar erscheinen. So liegen auch nur ganz vereinzelt experimentelle Befunde vor, die auf eine Wechselwirkung von mehr als vier Photonen hindeuten. Wir wollen in diesem Zusammenhang lediglich auf die Annahme von GOLD und BEBB (1965) verweisen, derzufolge der „Zündmechanismus" bei der im Fokus eines Laserstrahls erzeugten Ionisation durch Elektronen bedingt ist, die durch eine Viel-Photonen-Absorption (bis zu 14 bei He) ausgelöst werden.

7.7. Selbstfokussierung von Licht

Wir wollen uns schließlich noch kurz einem recht interessanten Problem der nichtlinearen Optik zuwenden, welches in seinen Grundzügen physikalisch unmittelbar einleuchtet, jedoch in seinen Feinheiten bis heute noch nicht befriedigend geklärt ist. Es handelt sich hierbei um die Selbstfokussierung von Lichtstrahlen, welche als nichtlinearer Effekt dann auftritt, wenn wir nicht mehr — wie bisher — das intensive Strahlungsfeld als unbegrenzte ebene Welle betrachten, sondern berücksichtigen, daß die Intensität über den Strahlquerschnitt nicht konstant ist. Um das Prinzip zu verstehen, wollen wir daran erinnern, daß die Wurzel aus der Dielektrizitätskonstanten ε den Brechungsindex n bestimmt. Als Folge der Nichtlinearität von ε hängt damit auch n nichtlinear von der elektrischen Feldstärke ab, so daß wir — im Sinne einer Entwicklung — für den Brechungsindex

$$n = n_0 + n_2|E|^2 \tag{7,149}$$

ansetzen können, wobei wir nur das in unserem Zusammenhang interessierende Glied der niedrigsten Ordnung bezüglich E berücksichtigt haben (der lineare Term in E liefert, wie sich unschwer zeigen läßt, keinen Effekt und kann außer Betracht bleiben). Setzen wir eine gaußförmige Verteilung der Feldstärke über den Querschnitt voraus,

$$E \sim \mathrm{e}^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}, \tag{7,150}$$

mit a als Maß für den Strahldurchmesser, so ist klar, daß der Brechungsindex auf der Strahlachse maximal, in den Randbereichen dagegen minimal ist. Nehmen wir die Tatsache hinzu, daß Licht stets in das optisch dichtere Medium hinein gebrochen wird, dann folgt daraus, daß sich ein Lichtbündel immer enger einschnüren wird, sich also selbst fokussiert. Auf der anderen Seite allerdings wissen wir, daß ein Lichtstrahl mit einem endlichen Strahldurchmesser als Folge der Beugung divergiert, wobei der Beugungseffekt um so größer ist, je kleiner der Strahldurchmesser ist. Eine Selbstfokussierung wird also nur dann eintreten, wenn der fokussierende Effekt der Brechungsindexänderung den der Zerstreuung durch Beugung überwiegt. Hieraus folgt, bedingt durch die Intensitätsabhängigkeit des Brechungsindex, daß für das Einsetzen der Selbstfokussierung eine Schwelle für die notwendige Leistung existiert. Eine einfache Abschätzung der Schwellenleistung liefert (Chiao, Garmire und Townes (1964))

$$P_{\text{Sch}} = \frac{5{,}76\lambda^2 c}{32\pi^3 n_2}, \tag{7,151}$$

wobei bemerkenswert ist, daß P_{Sch} nicht vom Strahldurchmesser $2a$ abhängt. Die Abhängigkeit von der Wellenlänge λ ist Ausdruck des Einflusses der Beugung auf den Effekt. Die Schwellenleistungen liegen in Abhängigkeit vom durchstrahlten Medium zwischen 10 und 100 kW (für CS_2 ist $P_{\text{Sch}} \approx 15$ kW, für Benzol gilt $P_{\text{Sch}} \approx 76$ kW). Wird also in ein nichtlineares Medium eine Leistung $P > P_{\text{Sch}}$ eingestrahlt, so beginnt sich der Strahl einzuschnüren. Dieser Prozeß setzt sich so lange fort, bis nach einer durchstrahlten Länge l_F der Strahldurchmesser $2a$ so klein ist, daß der zugehörige Divergenzwinkel der Beugung genau mit dem Brechungswinkel übereinstimmt. Der

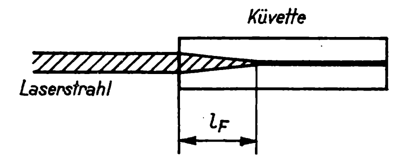


Abb. 104. Selbstfokussierung eines Lichtstrahles

minimal erreichbare Strahldurchmesser wird also nach einer Länge l_F, vgl. Abb. 104, die wir als Fokussierungslänge bezeichnen, erreicht. Sie ist bei einer radialen Gauß-Verteilung gemäß Gl. (7,150) durch (Wang (1966))

$$l_F = \frac{n_0 a^2 \sqrt{\dfrac{c}{n_2}}}{4\left(\sqrt{P} - \sqrt{P_{\text{Sch}}}\right)} \tag{7,152}$$

gegeben, nimmt also mit wachsender Schwellenüberhöhung $\left(\sqrt{P} - \sqrt{P_{\text{Sch}}}\right)$ ab. Für die Fokussierungslänge ergeben sich hieraus mit einer Eingangsleistung in der Größenordnung von MW Werte zwischen 10 und 100 cm, je nach dem durchstrahlten

Medium. Die nach der Selbstfokussierung vorliegenden Strahldurchmesser liegen bei einigen 10^{-3} cm.

Soweit scheint das physikalische Prinzip der Selbstfokussierung prinzipiell klar zu sein. Eingehendere experimentelle Untersuchungen zeigen jedoch eine Reihe von Besonderheiten, die mit den oben dargelegten einfachen Vorstellungen nicht ohne weiteres zu verstehen sind. So zeigte sich, daß der nach der Selbstfokussierung erhaltene Strahl keine in sich homogene Struktur besitzt, sondern aus einzelnen, endlich langen Lichtfäden (auch Filamente genannt) von Durchmessern in der Größenordnung von 10^{-4} cm besteht (vgl. LUGOWOI und PROCHOROW (1968)). Die Leistungsdichten in den Filamenten sind recht hoch und erreichen Werte bis zu 10^{11} W/cm^2 Es ist klar, daß bei diesen hohen Leistungsdichten nichtlineare Effekte stark ausgeprägt sind, was z. B. den sprunghaften Anstieg der stimulierten Raman-Streuung nach Überschreiten der Selbstfokussierungsschwelle erklärt. Dies wurde auch experimentell weitgehend bestätigt, indem man eine direkte Korrelation zwischen der (mittleren) Zahl der Filamente im Querschnitt und der Intensität der Stokes-Strahlung feststellte. Als besonders seltsam erscheint nun allerdings, daß die Zahl der Filamente — und damit die Stokes-Intensität — eine periodische Abhängigkeit bezüglich der Temperatur zeigt. Die Periode hängt vom Medium ab und beträgt nur etwa 1 Grad. Innerhalb dieser Periode kann sich die Stokes-Intensität um drei Größenordnungen ändern. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Thermospektren. Interessant ist, daß bei nur einem Filament die periodische Temperaturabhängigkeit verschwindet, wenn als Anregungslichtquelle ein Einmodenlaser verwendet wird, was darauf hindeutet, daß die Thermospektren in einem gewissen Zusammenhang mit der Moden-Wechselwirkung stehen könnten. Eine Erklärung für diesen Effekt steht bis heute noch aus.

8. Anwendungen des Lasers

8.1. Einführung

Im vorstehenden Kapitel haben wir den Laser als Anregungslichtquelle in der Nichtlinearen Optik und damit ein typisches Beispiel für die Anwendung des Lasers in der physikalischen Forschung kennengelernt. Auch im Zusammenhang mit dem gütegesteuerten Laser haben wir gesehen, wie der Laser als Bestandteil einer umfangreicheren Anordnung für spezielle Zwecke, etwa zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse, eingesetzt wird. Darüber hinaus ließen jedoch die besonderen Eigenschaften der Laserstrahlung schon frühzeitig verschiedene technische Anwendungen als aussichtsreich erscheinen, für die besonders die hohe Energiedichte und die weitgehende zeitliche und räumliche Kohärenz der Strahlung von Bedeutung sind.

Die große räumliche Kohärenz der Strahlung ermöglicht ja bekanntlich eine nahezu ideale Bündelung, so daß die an sich schon hohe Energiedichte auf kleinste räumliche Bereiche konzentriert werden kann. Da sich auf diese Weise sowohl im Impuls- als auch im kontinuierlichen Betrieb extrem hohe Energiedichten erreichen lassen, lag es nahe, mit Hilfe der fokussierten Laserstrahlung Materialien zum Schmelzen zu bringen. Tatsächlich gehörte auch die Materialbearbeitung zu den ersten technischen Anwendungen der Laser, wobei sowohl das Schneiden von Metallen und von nichtmetallischen Werkstoffen wie Stoff, Papier, Holz u. ä. als auch das Schweißen von Metallen möglich ist. Da dieses Verfahren schon heute große Bedeutung besitzt, die in der Zukunft sicher noch zunehmen wird, werden wir hierauf im folgenden etwas ausführlicher eingehen, während eine Reihe weiterer Anwendungen der hohen Energiedichte der Strahlung — wir denken hierbei besonders an den medizinischen und biologischen Bereich — nur kurz gestreift werden sollen.

Als weitere wesentliche Eigenschaft der Laserstrahlung hinsichtlich einer technischen Ausnutzung betrachten wir die große zeitliche Kohärenz, also die Monochromasie der Strahlung. Gerade diese Eigenschaft haben wir in Verbindung mit der Amplitudenstabilität als ein typisches Merkmal der Laserstrahlung im Vergleich zur thermischen Strahlung erkannt und daraus geschlossen, daß der Laser eine Lichtquelle darstellt, die auch im optischen Bereich eine Strahlung aussendet, wie wir sie von den klassischen Strahlungsquellen im Rundfunk- oder Mikrowellenbereich her

kennen. Somit sollte auch die Laserstrahlung wie Rundfunk- oder Mikrowellen für die Nachrichtenübertragung eingesetzt werden können. Dabei steht wegen der im Vergleich zu Mikrowellen etwa 10^5mal höheren Frequenz im Prinzip eine um den gleichen Faktor größere Bandbreite für die Übertragung zur Verfügung. So sollten sich beispielsweise bei einer Trägerfrequenz im optischen Bereich von 10^{14} Hz etwa 10^7 Fernsehkanäle (einer Bandbreite von 10^7 Hz) oder 10^{10} Fernsprechkanäle (einer Bandbreite von 10^4 Hz) unterbringen lassen. Allerdings stellt die — prinzipiell mögliche — volle Ausnutzung dieser Kapazität technische Anforderungen, die zur Zeit bei weitem noch nicht beherrscht werden. Eine Reihe bereits betriebener Versuchsstrecken arbeitet daher nur mit wenigen Übertragungskanälen. Hinzu kommt als weitere Schwierigkeit das Problem der störungsfreien Fortpflanzung des Lichtes, welches heute ein wesentlicher Forschungsgegenstand bei der Untersuchung der Nachrichtenübertragung mittels Laserlicht ist.

Mit der extrem geringen Linienbreite des Lasers ist ferner die Möglichkeit gegeben, eine äußerst frequenzstabile Strahlung zu erzeugen, wodurch weitere Anwendungsgebiete des Lasers erschlossen werden. Hierzu gehören einmal die Spektroskopie, insbesondere die sogenannte hochauflösende Spektroskopie, und zum anderen die Metrologie, die z. B. durch den Einsatz des Lasers eine exaktere Definition des Längen- und auch des Frequenz-(Zeit-)Standards ermöglicht.

Schließlich wollen wir noch ein bedeutsames Gebiet näher betrachten, das den komplexen Charakter der Nutzung der Lasereigenschaften besonders deutlich demonstriert: Die Holographie, deren Prinzip schon seit vielen Jahren bekannt war, hat erst durch den Einsatz des Lasers die praktische Bedeutung erlangt, die sie heute schon besitzt. So existieren bereits eine ganze Reihe von Anwendungsmöglichkeiten der Holographie in den verschiedensten Bereichen von Wissenschaft und Technik.

Daneben gibt es noch eine Vielzahl weiterer Anwendungen der Laser, die die hohe Intensität, die idealen Kohärenzeigenschaften der Laserstrahlung oder auch die Möglichkeit der Erzeugung kurzer und ultrakurzer Impulse mittels Laser ausnutzen. Wir erwähnen hier nur die Möglichkeit der Entfernungsmessung mittels Laserlichtimpulsen, die Messung von Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten mit dem Lasergyroskop, den Einsatz von Laserbauelementen in Rechenmaschinen und nicht zuletzt die recht erfolgreichen Untersuchungen zur lasergesteuerten Kernfusion. Wir werden die letztgenannten Anwendungsbereiche nur kurz streifen (siehe auch Junge (1967), Filippow u. a. (1967)), wollen aber die zuvor angeführten Verfahren, die uns als besonders typisch für die Anwendung des Lasers erscheinen, etwas näher betrachten. Dabei werden wir auch bei diesen ausgewählten Beispielen mehr Wert auf das Prinzip des jeweiligen Verfahrens als auf konkrete Einzelheiten der speziellen technischen Varianten legen.

8.2. Optische Nachrichtenübertragung

8.2.1. Einleitung

Schon vor der Erfindung des Lasers gab es zahlreiche Bemühungen, den optischen Spektralbereich zur Übertragung von Nachrichten zu nutzen. Mit der Entwicklung des Lasers wurden solche Anstrengungen vielfältig fortgesetzt und verstärkt, da die Strahlung des Lasers mit ihren guten Kohärenzeigenschaften, bei hoher Frequenz und kleiner Linienbreite, zur Übertragung von Nachrichten besonders gut geeignet sein sollte.

Anlaß zu solchen Untersuchungen war die Überbelegung der Kanäle der konventionellen Nachrichtenübertragung und damit der Wunsch, die hohe Trägerfrequenz des Lichtes auszunutzen, die eine hohe Modulationsbandbreite mit großem Nachrichtenfluß, also neue und breitere Frequenzbänder in Aussicht stellte. Auch die gute Bündelungsfähigkeit von Licht, beispielsweise gegenüber Mikrowellen, hat hierzu beigetragen.

Tatsächlich waren auch die theoretischen Arbeiten in der ersten Hälfte der 60er Jahre in der Mehrzahl solche, in welchen die Modulation und Demodulation von Laserlicht mit hohen Modulationsfrequenzen betrachtet wurde. Für eine praktische Anwendung der Nachrichtenübertragung mittels Laserstrahlung rückte in den letzten Jahren jedoch immer mehr das Problem der Ausbreitung des Lichtes in den Vordergrund. Dabei zeigte sich, daß die Fortleitung des Laserlichts in der Atmosphäre weder im Freien noch in geschlossenen Röhren erfolgversprechend war, wenn die hohe Übertragungssicherheit, wie sie kommerzielle Zwecke erfordern, bei vertretbarem Aufwand erreicht werden sollte. Die Entwicklung geht daher für eine Nutzung auf der Erde seit einigen Jahren dahin, optisch durchlässige Fasern ähnlich dem konventionellen Kupferkabel zu verlegen. Augenblicklich wird dabei nicht so sehr die hohe mögliche Modulationsbandbreite des Laserlichts als entscheidend angesehen, sondern vielmehr eine ökonomisch tragfähige Lösung gesucht. Dabei erscheint die parallele Verlegung vieler Adern optischer Fasern mit der häufigen Möglichkeit einer Ein- und Auskopplung innerhalb der Strecke als eine zweckmäßige Lösung, die an vorhandene Systeme anpaßbar ist. Lichtquellen und Empfänger werden dabei voraussichtlich Halbleiterbauelemente mit all den Vorteilen einer Integrationsmöglichkeit in Verstärker moderner Bauart sein. Später werden wohl auch neuartige Vermittlungsverfahren zwischen den Teilnehmern eines solchen Netzes eingesetzt werden können, so daß die Vorteile dieses neuartigen Systems voll wirksam würden.

Werden geringere Forderungen an die Streckensicherheit gestellt, so ist auch eine Übertragung durch die Atmosphäre für Strecken von wenigen Kilometern Länge zu verwirklichen.

Auch bei Nachrichtenverbindungen Erde—Weltraum und innerhalb des Weltraumes selbst sind brauchbare Lösungen erkennbar.

Den Überlegungen und labormäßigen Aufbauten kommt die Entwicklung verschiedener Lasertypen innerhalb anderer Forschungsrichtungen ebenso zugute wie viele ältere Arbeiten auf dem Gebiete der Optik und Optoelektronik.

Je nach dem Grad ihrer Nutzung haben die verschiedenen hieraus abgeleiteten Bauelemente und Baugruppen einen unterschiedlichen Reifegrad erreicht, der jedoch in den meisten Fällen zur Zeit den Anforderungen für einen kommerziellen Einsatz noch nicht genügt.

Betrachten wir im folgenden — ohne auf konstruktive Besonderheiten einzugehen — die Eigenheiten der Nachrichtenübertragung mittels Laserlicht etwas näher.

8.2.2. Übertragungsmedien

Ein zentrales Problem bei der Nachrichtenübertragung ist die Übertragung der (nachrichtentragenden) Welle vom Sender zum Empfänger. Die Übertragung wird wesentlich beeinflußt durch die Streuung und Absorption im Übertragungsmedium sowie durch die Möglichkeit, die Welle zielgerichtet zu bündeln oder sie — analog der drahtgebundenen Übertragung elektromagnetischer Wellen — in optischen Leitern zu führen. Im Hinblick auf die Bündelungsfähigkeit ist das Licht, speziell das Laserlicht mit seinem hohen Kohärenzgrad, schon von der geometrisch-optischen Seite her besonders günstig.

Ein Maß für die Bündelungsfähigkeit ist der sogenannte Antennengewinn, welcher durch $\frac{D^2}{\lambda^2}$ gegeben ist, wenn wir mit D den Antennen- bzw. (bei Lichtwellen) den Optik-Durchmesser und mit λ die Wellenlänge bezeichnen. Daraus folgt, daß sich auf Grund der kleineren Wellenlänge Lichtwellen wesentlich besser bündeln lassen als Radio- oder Mikrowellen und so ein beträchtlich höherer Antennengewinn zu erreichen ist.

Vergleichen wir eine Mikrowellenverbindung mit $D = 3$ m und $\lambda = 3$ cm mit einer optischen Verbindung von $D = 10$ cm und $\lambda = 1$ µm, so sehen wir, daß das optische System trotz der wesentlich kleineren Antenne einen um 6 Größenordnungen höheren Antennengewinn besitzt. Aus der besseren Bündelung aber folgen geringere Verluste, da ein größerer Teil der abgestrahlten Energie auch tatsächlich auf die Empfangsoptik fällt.

Dieser Vorteil kann innerhalb der Erdatmosphäre allerdings nur zum Teil, zweifellos aber etwa im Weltraum vollständig genutzt werden.

Beim Einsatz des Lasers zur Nachrichtenübermittelung unter irdischen Verhältnissen erscheint als zentrales Problem die Übertragung von Licht mit großer Streckensicherheit, also möglichst geringen Ausfallzeiten, wie es bei einer Nachrichtenübertragung zu fordern ist. Die Erfahrung aus dem täglichen Leben, daß sich sichtbares Licht in der Regel innerhalb der Erdatmosphäre recht gut ausbreitet, hält nämlich

hinsichtlich anderer Wellenlängen einer genaueren Prüfung nicht stand. Es zeigt sich, daß nur schmale Wellenlängenbereiche existieren, die eine geringe Absorption besitzen, sogenannte Fenster, außerhalb derer eine starke Absorption durch Bestandteile der Luft, wie CO_2, O_2, H_2O, auftritt (Abb. 105). Die wichtigsten Bereiche mit geringer Absorption liegen bei 0,4 bis 1,2 µm, um 2 µm, 4 µm und bei 8 bis 12 µm.

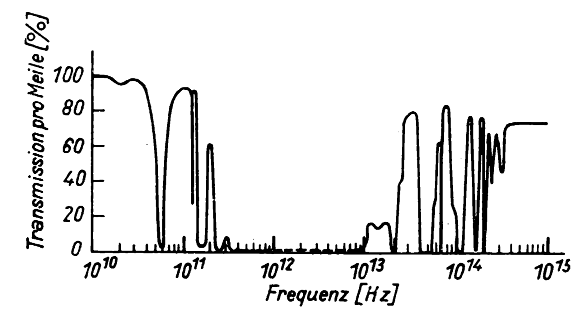


Abb. 105. Transmission der Atmosphäre als Funktion der Frequenz vom Mikrowellenbereich bis zum Sichtbaren

Die in Abb. 105 angegebenen Werte für die Transmission gelten jedoch auch nur unter den günstigen Bedingungen einer „sauberen" Atmosphäre. Jede Streuung von Licht, hervorgerufen durch Staub, Dunst, Nebel, Regen oder Schneefall verringert ihre Durchlässigkeit erheblich. Berücksichtigt man dabei aber, daß die Rayleigh-Streuung für Teilchen, die sehr klein gegen die Wellenlänge des Lichtes sind, proportional zu λ^{-4} ist, so besteht immerhin die Hoffnung, mit größeren Wellenlängen (innerhalb optischer Fenster) eine genügende Durchlässigkeit zu erreichen. Tatsächlich zeigt sich auch experimentell, daß mit größeren Wellenlängen eine bessere Durchdringung von Dunst zu erzielen ist. Bei Nebel, also für größere Tröpfchendurchmesser, ist der Unterschied für die Ausbreitung von Strahlen mit einer Wellenlänge von z. B. 1 µm und 10 µm allerdings unbedeutend. So ist strenggenommen in der Erdatmosphäre auch innerhalb der optischen Fenster keine sichere optische Verbindung möglich, zumal weitere störende Einflüsse, wie z. B. die Ablenkung der Lichtstrahlen in der Atmosphäre infolge unterschiedlicher Brechungsindizes (bedingt durch Turbulenzen, Temperaturschwankungen u. a.), hinzukommen. Häufig lassen sich die zuletztgenannten Einflüsse jedoch durch geeignete Auswahl der optischen Systeme, z. B. durch Strahlaufweitung am Sender oder Anbringen mehrerer Empfänger und geeignete Wahl der Modulationsfrequenzen, einschränken. Abbildung 106 zeigt Meßwerte der Lichtdämpfung von mehrmonatigen Messungen über eine Strecke von 2,5 km. Man erkennt das starke Anwachsen der zu kompensierenden Dämpfung

[1]) Die Unterschreitungshäufigkeit (als Funktion der Dämpfung) gibt an, in wieviel Prozent der Sendezeit eine vorgegebene Dämpfung der Übertragungsstrecke unterschritten wird, die Verbindung also erhalten bleibt. Die Dämpfung wird dabei in dB/km (Dezibel pro Kilometer) angegeben, wobei x dB/km bedeutet, daß die Intensität auf einer Strecke von 1 km um den Faktor $10^{x/10}$ gedämpft wird.

mit abnehmender Sichtweite sowie mit erhöhten Forderungen nach einer größeren durch die Unterschreitungshäufigkeit[1]) gekennzeichneten Streckensicherheit. So wird eine Dämpfung von 30 dB/km[1]) nur in etwa 99% aller Fälle unterschritten werden, was bedeutet, daß in diesem Falle bei einer geforderten Streckensicherheit von 99% Sender und Empfänger so ausgelegt sein müssen, daß bei einer möglichen Dämpfung

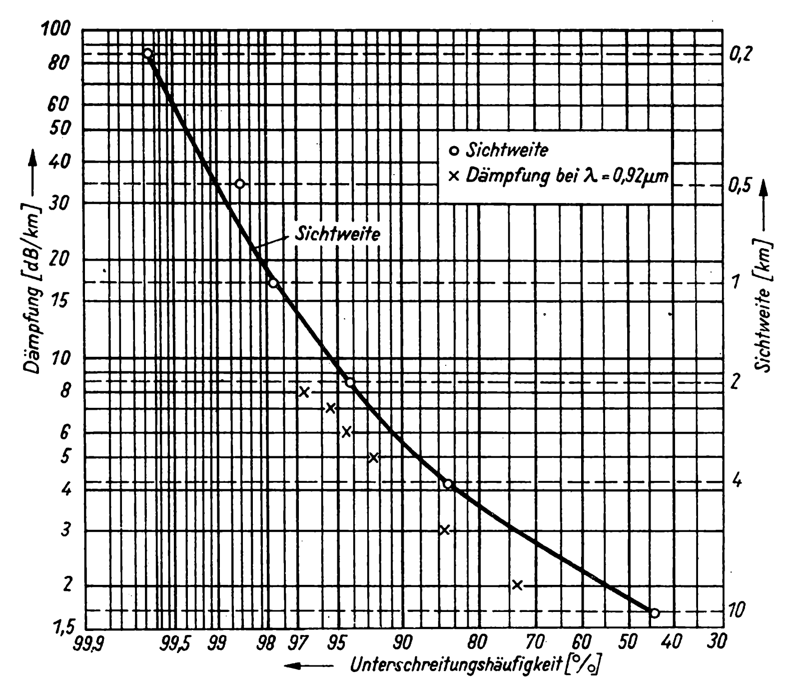


Abb. 106. Häufigkeit der Unterschreitung der Lichtdämpfung für eine bestimmte Meßstrecke von 2,5 km in der Atmosphäre (nach KUBE (1971))

von 30 dB/km die Strecke noch funktionsfähig bleibt. Man erkennt, daß die zu überwindende Dämpfung und damit der Aufwand ganz beträchtlich ansteigen, wenn eine noch höhere Streckensicherheit verlangt wird.

Auch eine Erhöhung der Sendeleistung in vernünftigen Grenzen ergibt — wie sich zeigt — keine wesentliche Verbesserung und damit keine befriedigende Lösung, und so muß bei einer im allgemeinen zu fordernden Streckensicherheit von mehr als 99% nach anderen Wegen für die Übertragung gesucht werden.

Einer dieser Lösungsversuche schließt den veränderlichen, störenden Einfluß der Erdatmosphäre dadurch aus, daß das Licht in einer definierten Atmosphäre

[1]) Fußnote siehe Seite 294!

(Gase mit geringer Absorption) innerhalb von Röhren geführt wird, wobei Linsen- und Spiegelsysteme für eine wiederholte Bündelung und Umlenkung der Strahlen sorgen. Wenn auch eine Rohrverlegung an sich vielleicht nicht aufwendig ist, so erfordern doch die optischen Elemente eine so genaue Justierung, daß eine breitere Anwendung sehr erschwert wird. Beispielsweise besitzt ein von GOUBAU (1966) angegebener Linsenleiter, bestehend aus 10 Linsen mit einer Brennweite von jeweils ca. 50 m, bei einem Abstand zwischen zwei Linsen von 97 m und einem Linsendurchmesser von 22,6 mm eine Dämpfung von immerhin nur 1 dB/km. Jedoch ist ein solches System gegenüber Temperaturschwankungen innerhalb des Rohres außerordentlich empfindlich. Eine wesentlich geringere Störanfälligkeit erhält man bei Bündelung des Lichtes durch Ausnutzung von Brechungsindexänderungen, welche durch eine definierte Temperaturverteilung über den Durchmesser eines Rohres in sogenannten Gaslinsen — mit allerdings erheblichem Aufwand — im Prinzip in der Weise zu erreichen sind, daß die Mantelfläche des Rohres gekühlt, die Achse dagegen geheizt wird.

Wesentliche Fortschritte deuteten sich erst an, als es mit der Glasfaser gelang, Licht über größere Entfernungen fortzuleiten. Die Glasfaseroptik nutzt die wiederholte Totalreflexion an einem Übergang von einem optisch dichteren Medium (Kern, Brechungsindex n_K) zu einem optisch dünneren Medium (Mantel, Brechungsindex $n_M < n_K$), also zu einem solchen mit einem kleineren Brechungsindex, aus, wobei die Fasern einen Durchmesser von etwa 10 µm bis 100 µm besitzen (Abb. 107). Hierbei erfahren jedoch Strahlen mit verschiedenen Einfallswinkeln σ verschieden viele Reflexionen und durchlaufen daher verschieden lange Wege, so daß eine Verzerrung der Phasen bzw. der Impulsflanken eines Signals eintritt. Darüber hinaus besitzt die klassische Faseroptik Dämpfungen um 1000 dB/km. Werden die Verunreinigungen in den Fasermaterialien, insbesondere durch Schwermetallionen, in ihrem Anteil auf weniger als 10^{-8} gesenkt, so lassen sich Dämpfungen um 10 dB/km erreichen. Weitere Verluste ruft die Streuung durch Kristallite hervor, die beim Kühlungsprozeß entstehen und deren Vermeidung eine Dämpfung von nur einigen dB/km ermöglichen würde, welche dann nur noch durch Dichteschwankungen innerhalb des Fasermaterials verursacht wird. Im Labor kommt man bereits heute in die Nähe dieser Werte. Die verschieden großen Laufzeiten für Strahlen unter verschiedenem Einfallswinkel bleiben jedoch erhalten und ergeben Laufzeitdifferenzen von vielen ns/km. So würden sich bei einem Unterschied der Brechungsindizes zwischen Kern und Mantel von etwa 1% Differenzen von 50 ns/km ergeben, wenn man extreme Bedingungen, nämlich Strahlen unter größtem, noch Totalreflexion erlaubendem

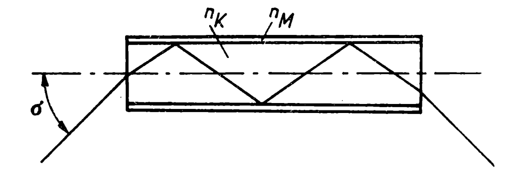


Abb. 107. Prinzip der Faseroptik.
n_K Brechungsindex des Faserkerns,
n_M Brechungsindex des Fasermantels,
σ Einfallswinkel

Einfallswinkel, und Strahlen in der Seele der Faser, vergleicht. Die Tatsache, daß eine Faser in der Praxis nicht völlig gerade verlegt sein wird, mindert die Differenz und trägt zu etwas günstigeren Bedingungen, d. h. zu kürzeren übertragbaren Impulsen bzw. höheren Grenzfrequenzen bei.

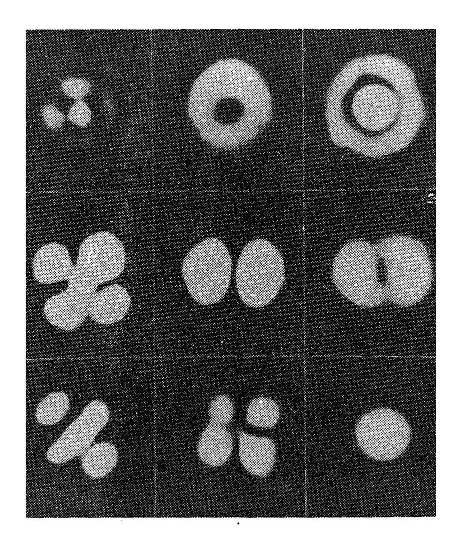
Ein besonders günstiges Verhalten zeigt die sogenannte Gradientenfaser, die in gewisser Weise hinsichtlich der Lichtleitung den oben erwähnten Gaslinsen entspricht. Sie besteht aus einer Glasfaser, deren Brechungsindex durch geeignete Verfahren in definierter Weise verändert wird. Die Gradientenfaser hat einen Brechungsindex, der von der Mitte der Faser zum Rand hin abnimmt, wobei die entsprechende Abhängigkeit durch

$$n(r) = n_0 \left(1 - K \frac{r^2}{a^2}\right), \quad r < a \tag{8,1}$$

gegeben ist. Dabei bezeichnen a den Faserradius, K den prozentualen Unterschied zwischen den Brechungsindizes im Zentrum und am Umfang der Faser und n_0 den Brechungsindex des Ausgangsmaterials. Zweckmäßigerweise umgibt man die Faser noch mit absorbierendem Material, so daß dort keine Störungen (z. B. Streuungen an Unregelmäßigkeiten der Oberfläche) entstehen können. Gegenüber der üblichen Faseroptik ergeben sich damit Vorteile. So können etwa mögliche Verluste bei der häufigen Totalreflexion vermieden werden, da die Strahlen als Folge des variablen Brechungsindex innerhalb der Faser umgelenkt werden. Zum anderen verringern sich die Laufzeitdifferenzen, da weiter nach außen laufende Strahlen einen geringeren Brechungsindex vorfinden und deshalb ihren längeren Weg durch eine höhere Geschwindigkeit ausgleichen können. Für $n_0 = 1{,}5$ und $K = 1\%$ erhält man so nur eine Laufzeitdifferenz von etwa 0,75 ns/km und dementsprechend eine obere Grenzfrequenz von rund 0,7 GHz bei 1 km Faserlänge.

Ein weiterer wissenschaftlicher Fortschritt wurde erzielt, indem es gelang, sehr dünne Fasern aus zwei Komponenten herzustellen, die eine Fortleitung in nur einer Wellenleitermode ermöglichen. Eine Wellenleitermode ist dabei durch eine bestimmte Feldstärkeverteilung über den Querschnitt zu kennzeichnen (vgl. Abb. 108). In einer solchen Einmodenfaser bestehen besonders günstige Voraussetzungen für eine breitbandige Übertragung, da Laufzeitdifferenzen zwischen verschiedenen Strahlen nicht auftreten können. Es bleiben noch Laufzeitunterschiede für verschiedene, wenn auch eng benachbarte (durch die Linienbreite der Lichtquelle gegebene) Lichtfrequenzen infolge der Dispersion des Fasermediums. Bei Lasern liegen die dadurch verursachten Laufzeitdifferenzen jedoch meist weit unter den oben beschriebenen. Lediglich für Lumineszenzdioden mit ihrer größeren Linienbreite erreichen sie einige ns/km. Auch die Modulation führt zu neuen Frequenzen in der Umgebung der Laserlinie und damit als Folge der Dispersion zu Laufzeitunterschieden, die jedoch wesentlich geringer sind. Die Einmodenfasern haben einen Kerndurchmesser von wenigen Wellenlängen und einen Manteldurchmesser von einigen 10 μm. Abbildung 108 zeigt Modenbilder von solchen sehr dünnen Fasern.

In den letzten Jahren ist ferner vo
nit Flüssigkeitskern herzustellen. Au
eringe Werte für die Dämpfung erzie
Eine serienmäßige Herstellung von
usten gibt es jedoch noch nicht. Tech
nit etwa 100 μm relativ dicke Vielmo
en von einigen 10^8 Hz erreichbar s
Bereich erscheinen nur mit der um de
er zu handhabenden Einmodenfaser



Fassen wir die Trägermedien für die
so kommen im wesentlichen die relati
einzurichtende Rohranordnungen mit
Betracht, wobei allerdings auch die
Grenzfrequenz relativ kompliziert is
erscheint für Laserlicht unproblematis
die Vielmodenfaser die in absehbarer

8.2.3. Lichtquellen und Empfänger

Wir betrachten nun die Lichtquelle
besonders geeignet sind, in Übertrag
Zu diesen Kenngrößen gehören Leuc

die Modulierbarkeit. Obwohl im Prinzip die Nachrichtenübertragung auch mit der Strahlung konventioneller Lichtquellen möglich ist und mit diesen auch schon verschiedentlich Versuchsstrecken betrieben werden — insbesondere wird die GaAs-Lumineszenzdiode als Strahlungsquelle eingesetzt —, kommen für einen erfolgversprechenden Einsatz vorwiegend Laserlichtquellen in Betracht. Diese besitzen neben den bekannten und für eine Nachrichtenübertragung besonders günstigen Strahlungseigenschaften noch die Vorteile, daß sich das Streulicht fremder Quellen bei der Freiraumübertragung leicht abtrennen läßt und daß die Einkopplung in dünne Fasern auf einfache Weise möglich ist.

Von der Vielzahl der in den letzten Jahren entwickelten Lasertypen kommen dabei schon allein im Hinblick auf einen genügend hohen Wirkungsgrad nur wenige in eine engere Wahl. Eine weitere Grundvoraussetzung ist die Möglichkeit, den Laser im kontinuierlichen Gleichlicht- bzw. Impulsbetrieb betreiben zu können, und so kommen im wesentlichen nur der He-Ne-Laser, der GaAs-Injektionslaser, der YAG-Laser und der CO_2-Laser in Betracht.

Während der He-Ne-Laser als der am besten beherrschte Lasertyp für die Nachrichtenübertragung in Frage kommt, ist beim CO_2-Laser besonders die große Strahlungsleistung und die im Infraroten liegende Wellenlänge von Interesse, bei der, wie wir oben gesehen haben, die Absorption und Streuung bei Übertragungen innerhalb der Atmosphäre relativ klein ist. Der YAG-Laser eignet sich mit seiner großen Linienbreite besonders zur quasistationären Impulserzeugung und der dann möglichen Informationsübertragung durch Puls-Codierung, auf die wir im folgenden Abschnitt noch zurückkommen werden. Der Injektionslaser schließlich zeichnet sich durch seine für den Einsatz in komplexen Übertragungssystemen vorteilhafte kompakte Bauweise und Kleinheit und vor allem durch seine einfache Modulierbarkeit über den Anregungsstrom aus. Dabei sind Modulationsfrequenzen bis zu 10^{10} Hz möglich, die im allgemeinen — auch mit größerem Aufwand — für die anderen Laser kaum erreicht werden.

Solche hohen Frequenzen müssen dann mit entsprechenden Empfängern nachgewiesen werden. So kommen Photo-Sekundärelektronen-Vervielfacher mit einer Grenzfrequenz von 10^9 Hz für das Sichtbare und das nahe Infrarot sowie auf Grund ihrer hohen Empfindlichkeit Halbleiterdioden (Grenzfrequenz 10^{10} Hz), besonders die Silizium-Avalanchediode[1]) für das nahe Infrarot und speziell dotierte Germanium- oder besser Quecksilber-Cadmium-Tellurid-Empfänger für den 10 μm-Bereich in Frage.

Auch spezielle Bolometer und pyroelektrische Empfänger können im IR-Bereich insbesondere bei niedrigen Modulationsfrequenzen benutzt werden.

Ehe wir uns den kompletten Nachrichtenübertragungsstrecken zuwenden, wollen wir noch etwas ausführlicher die Fragen der Modulation und Demodulation behan-

[1]) Avalanche (engl.) = Lawine. In diesen Dioden erfolgt die Vervielfachung der Elektronen innerhalb des Halbleiters durch Lawinenbildung.

deln, die, wie bei den üblichen elektronischen Systemen, auch bei der Übertragung mittels Licht u. a. das erreichbare Signal/Rausch-Verhältnis mitbestimmen und damit eine entscheidende Rolle für die übertragbare Information spielen.

8.2.4. Modulation, Demodulation und Rauschen

Es liegt nahe, bei der Modulation und Demodulation von Laserlicht den in der elektronischen Nachrichtenübertragung üblichen Verfahren zu folgen, da auch im optischen Bereich das Aufprägen einer Information auf die Lichtwelle prinzipiell durch Veränderung aller Größen erfolgen kann, die den Zustand der Welle beschreiben, also etwa Amplitude, Frequenz, Phase und Polarisation. Besondere Bedeutung hat z. B. die Modulation der Amplitude erlangt, die meist durch Veränderung des Polarisationszustandes und Durchgang des Strahles durch ein Polarisationsfilter bewirkt wird. Lediglich bei Lumineszenz- und Laserdioden (vgl. Abschnitt 4.5.2.) erfolgt eine unmittelbare Modulation der Intensität über den Anregungsstrom.

Im allgemeinen jedoch wird das Licht mittels der bekannten elektrooptischen Effekte moduliert. Bringt man eine entsprechende Vorrichtung im Resonanzraum eines Lasers an, so ermöglicht dies eine Steuerung der Güte des Resonators, wie sie etwa auch zur Erzeugung von kurzen Impulsen hoher Leistung benutzt wird (vgl. Abschnitt 4.7.). Wir sprechen in diesem Falle von innerer Modulation, bei der man zwar relativ geringe Steuerleistungen benötigt, bei der aber die Einschwingbedingungen des Resonators zu berücksichtigen sind. Bei der sogenannten Auskoppelmodulation kann dieser Nachteil weitgehend vermieden werden, da hierbei die Intensität im Resonator nur geringfügig bzw. überhaupt nicht moduliert wird. Das Licht eines Gleichlichtlasers kann jedoch auch völlig außerhalb des Resonanzraumes durch die oben erwähnten elektrooptischen Effekte moduliert werden, wobei allerdings höhere Steuerleistungen erforderlich sind.

Eine besonders vorteilhafte Methode ist die auch in der Elektronik bekannte Impulsmodulation, bei der beispielsweise die Amplitude zwischen Null und einem festen Wert verändert wird und der Abstand oder die Breite der Impulse die Information enthalten. Schwankungen der Dämpfung und damit der Amplitude haben dann am Empfänger in gewissen Grenzen keinen nachteiligen Einfluß. Darüber hinaus ergeben sich gewisse Vorteile gegenüber Störeinflüssen, wobei Stör- und Rauschquellen im optischen Bereich allerdings teilweise durchaus andere als etwa im Radiofrequenzbereich sind. Wir kommen hierauf noch zurück.

Mit der Möglichkeit der Modensynchronisation (vgl. Abschnitt 4.7.3.) hat sich eine besonders günstige Art einer Impulsmodulation im optischen Bereich ergeben, die außerdem dem Bemühen um hohe Impulsleistungen entgegenkommt, da nahezu die gesamte Energie des Lasers hierbei in einer regelmäßigen Folge von Lichtimpulsen abgegeben wird. Die Impulslänge beträgt z. B. bei Verwendung eines

YAG-Lasers etwa 30 ps, der Abstand meist einige ns. Das Aufprägen der Information kann dann in der Weise erfolgen, daß von dieser im Resonanzraum entstehenden Impulsfolge bestimmte Impulse — außerhalb des Resonanzraumes — mit elektrooptischen Mitteln unterdrückt werden, so daß Impulszüge mit definiert fehlenden Impulsen, also mit einer bestimmten Information versehen, vom Sender abgestrahlt werden.

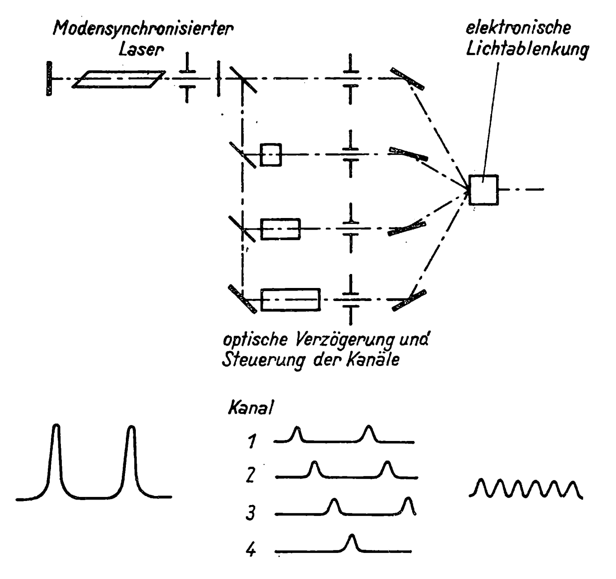


Abb. 109. Optisches Zeitmultiplex-Verfahren durch Aufteilung und optische Verzögerung. Im unteren Teil der Abbildung sind die den verschiedenen Abschnitten zugeordneten Impulsbilder dargestellt

Eine Steigerung des Informationsflusses ist hierbei noch mit Hilfe des sogenannten Zeitmultiplex-Verfahrens (Kinsel (1970)) möglich, bei dem man (vgl. Abb. 109) den Lichtweg am Sender aufteilt, die Strahlen nach Durchlaufen verschieden langer optischer Wege in optischen Verzögerungsleitungen einzeln moduliert und mittels einer elektronischen Lichtablenkung wieder zu einem Strahl zusammensetzt, der dann ausgestrahlt wird. Dadurch können in eine Folge von ps-Impulsen, die einen Abstand von ns besitzen, weitere ps-Impulse, zeitlich verschoben, eingefügt werden, so daß weitere Kanäle entstehen. Auf der Empfangsseite müssen dann die den verschiedenen Kanälen zugeordneten Impulsgruppen wieder im richtigen Rhythmus zerlegt werden. In jedem einzelnen Kanal könnten so bei der Modulation und Demodulation die Grenzen der bekannten Mikrowellentechnik ausgeschöpft, insgesamt also überschritten werden.

Tatsächlich werden die Grenzen heute aber bereits durch den Modulationskristall und seine Steuerelektronik bestimmt. Doch selbst mit einer dicht besetzten Folge von Impulsen mit 30 ps Länge und 30 ps Abstand, wie sie bei einer Freiraumübertragung unter bestimmten Bedingungen möglich wäre, ergibt sich nur eine hinsichtlich der ausgenutzten Bandbreite geringe Inanspruchnahme der zur Verfügung stehenden Trägerfrequenz. Wir können nämlich der 30-ps-Impulsfolge eine Grundfrequenz von etwa 30 GHz zuordnen, die also nur den 10^{-4}ten Teil einer Trägerfrequenz von annähernd $3 \cdot 10^{14}$ Hz ausmacht.

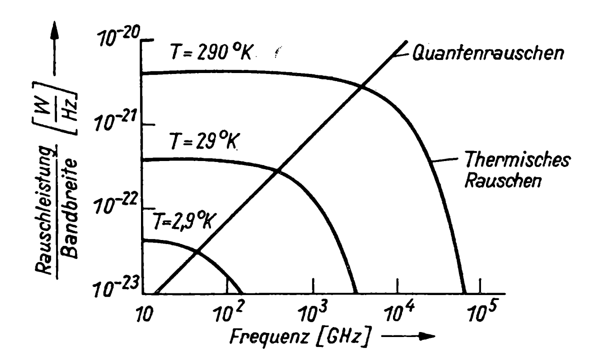


Abb. 110. Rauschspektren für thermisches und Quantenrauschen

Bei der Freiraumübertragung, insbesondere bei recht geringen Intensitäten am Empfänger, könnten die Empfangsbedingungen erheblich verbessert werden, wenn die Modulationsfrequenz der aktiven Modensynchronisation aus den ankommenden Signalen zurückgewonnen bzw. getrennt zum Empfänger übertragen wird. (Hierbei würde dann lediglich die Folgefrequenz der Impulse und sonst keine weitere Information übermittelt werden.) Damit ergibt sich aber die Möglichkeit, eine Photonenzähltechnik einzuführen, die besonders dann von Vorteil ist und ein großes Signal/Rausch-Verhältnis ergibt, wenn der Zeitpunkt, zu dem ein Signal eintreffen kann, und seine Dauer bekannt sind. Am Empfänger befindet sich eine elektrooptische oder elektronische Vorrichtung, welche den Lichtempfänger stets dann und nur dann öffnet, wenn ein Impuls der modensynchronisierten Folge zu erwarten ist. Man zählt dann die Photonen, genauer die durch sie ausgelösten Elektronen, und erhält einen durch das Rauschen gegebenen Wert, falls kein Signal eintrifft, und einen durch das Rauschen und das Signal gegebenen Wert, falls ein Signal eintrifft. Damit lassen sich äußere Rauscheinflüsse (etwa aus dem Hintergrund oder der Umgebung des Senders) weitaus besser als mit normalen Photoempfängeranordnungen eliminieren, was für eine Laser-Nachrichtenübertragung von großer Bedeutung ist. Mit der gegenüber Radiofrequenzen wesentlich höheren Frequenz des Nachrichtenträgers Licht steigt nämlich auch das Rauschen an. In Abb. 110 sind die Rauschspektren des thermischen und des für Licht entscheidenden Quantenrauschens dargestellt. Gegenüber der thermischen Rauschleistung P_{th}, für die im Grenzfall $h\nu \ll kT$,

$P_{th} \approx kTB$ mit B als Bandbreite gilt, wächst das Quantenrauschen P_q im optischen Bereich ($h\nu \gg kT$) gemäß $P_q \approx h\nu B$ mit der Frequenz. Es ergeben sich also wesentlich höhere Rauschleistungen. Für sichtbares Licht z. B. beträgt die äquivalente Rauschtemperatur etwa 20000 K.

Wenn schon das Rauschen des Lichtes so hoch ist, können wir mit der Photonenzähltechnik wenigstens alle unerwünschten Rauscheinflüsse, die von außen in den Übertragungskanal gelangen, weitgehend unterdrücken und damit falsche Informationen vermeiden, indem wir zu sehr kurzen Impulsen übergehen. Abbildung 111 zeigt die

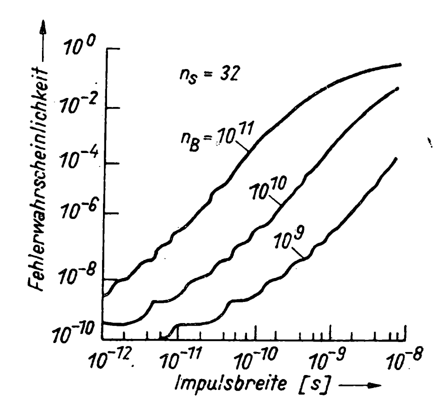


Abb. 111. Fehlerwahrscheinlichkeit als Funktion der Impulsbreite für $n_S = 32$ Signalphotoelektronen pro Impuls mit einer Störung, gegeben durch $n_B = 10^{11}$, 10^{10} und 10^9 Photoelektronen pro Sekunde (nach KINSEL (1970))

Fehlerwahrscheinlichkeit für verschiedene Impulsbreiten, woran wir erkennen, daß mit kleinen Impulsbreiten sehr geringe Fehlerwahrscheinlichkeiten erhalten werden können. Wir verfügen heute allerdings noch nicht über genügend schnelle Schaltungen, um die Vorteile der sehr kurzen Impulse voll ausschöpfen zu können. Im optischen Bereich ist die Impulsmodulation und entsprechende Demodulation jedoch zweifellos die den Eigenschaften der Strahlung angemessene Methode.

Aus der Forschung sind weitere Verfahren hierzu bekannt geworden, die in der einen oder anderen Weise Vorteile bringen. Als besonders günstig für die Tastung von Halbleiterlasern erscheint beispielsweise wegen der möglichst niedrig zu haltenden thermischen Belastung die sogenannte Puls-Intervall-Modulation Hier wird die zeitliche Lage eines Impulses innerhalb einer möglichen Vielfalt von N Intervallen genutzt, so daß mit einem Impuls, je nach seiner Lage, mehrere, nämlich ${}_2\log N$ bit übertragen werden können. Mit wachsendem N wächst zwar auch die Fehlerrate an, jedoch ist nur eine geringe Erhöhung der Zahl der Signal-Elektronen pro Impuls erforderlich, um die ursprüngliche niedrige Fehlerrate zu erhalten.

Generell hat man natürlich darauf zu achten, daß Rauscheinflüsse möglichst klein bleiben. Hierzu gehört auch, störendes Licht fernzuhalten. So kann beispielsweise bei der Freiraumübertragung auch Licht aus dem Hintergrund des Senders in den Empfänger gelangen. Man schränkt deshalb den Öffnungswinkel des Empfängers durch optische Abbildung und Blenden soweit wie möglich ein und beschränkt auch das

in den Empfänger gelangende Spektrum durch selektive Elemente. Bei einer kabelähnlichen Übertragung gibt es diese Art der Rauscheinflüsse nicht, was zu den Vorteilen dieser Art von Verbindungen zählt.

Neben den Modulationsverfahren wird die Güte einer Nachrichtenübertragung weitgehend auch von der Empfangstechnik bestimmt, auf die wir im folgenden noch kurz eingehen wollen. Hierzu erinnern wir daran, daß in der Elektronik der sogenannte Geradeaus-Empfang rasch durch den Überlagerungs-Empfang (Heterodyn-Empfang) verdrängt worden ist. So wurden auch im optischen Bereich entsprechende Überlegungen angestellt und Versuche zum Überlagerungs-Empfang durchgeführt. Entsprechend dem Grundprinzip ist am Empfangsort ein sogenannter Lokaloszillator erforderlich, dessen (optische) Frequenz mit der Frequenz des übertragenen Strahls gemischt eine Zwischenfrequenz ergibt, die dann demoduliert wird.

Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß bereits mit dem eigentlichen Nachweisvorgang, dem Auslösen von Photoelektronen, eine Verstärkung wirksam wird. Auf die Photokathode fallen Wellen des Lokaloszillators mit der Amplitude E_L und der Signal-Welle mit der Amplitude E_S, ergeben also eine elektrische Feldstärke

$$E = E_L \cos \omega_L t + E_S \cos \omega_S t. \qquad (8,2)$$

Der Elektronenstrom folgt dem über eine Lichtperiode gemittelten Quadrat der Feldstärke,

$$\overline{E^2} = \frac{1}{2} E_L^2 + E_L E_S \cos(\omega_L - \omega_S) t + \frac{1}{2} E_S^2. \qquad (8,3)$$

Der erste und der dritte Term der rechten Seite ergeben einen Gleichstrom-Anteil, während der eigentlich interessierende zeitabhängige mittlere Term in seiner Größe von der Amplitude des Lokaloszillators abhängig ist und mit dieser anwächst. Darüber hinaus wird auch das Signal/Rausch-Verhältnis mit steigender Leistung des Lokaloszillators gegenüber der Signalleistung günstiger. Es erreicht maximal den doppelten Wert des Signal/Rausch-Verhältnisses für den normalen Empfang ohne Überlagerung.

Der Aufwand beim Überlagerungs-Empfang ist jedoch recht erheblich, zumal zusätzlich eine Reihe von Bedingungen einzuhalten ist. Insbesondere ist ein Lokaloszillator mit hoher Frequenzstabilität erforderlich, der darüber hinaus bei einer Bewegung zwischen Sender und Empfänger — etwa bei einem Einsatz zwischen sich bewegenden Objekten im Weltraum — eine Frequenznachstimmung zum Ausgleich des Doppler-Effektes ermöglichen muß.

Deshalb werden trotz der angegebenen Vorteile die Anwendungen des optischen Heterodyn-Empfangs, wenn überhaupt, dann nur noch für ganz spezielle Aufgaben diskutiert, zumal zwei im Elektronik-Bereich genutzte Vorteile des Überlagerungs-Empfangs im optischen Bereich ohnehin nicht genutzt werden. Dies sind die hohe Abstimmschärfe durch zahlreiche Abstimmkreise, von denen nur wenige bei der

Senderwahl verändert werden müssen, und die Vermeidung einer Selbsterregung durch zu hohe Verstärkung bei nur einer Frequenz.

Daraus folgt, daß der Empfang bei der Nachrichtenübertragung mittels Licht in den meisten Fällen ein Geradeaus-Empfang sein wird.

8.2.5. Übertragungssysteme

Aus der Fülle der denkbaren optischen Übertragungssysteme für Nachrichten kommen nur ganz wenige in Betracht, die den anspruchsvollen Kriterien der Anwendung in der Nachrichtentechnik, wie hohe Lebensdauer der Bauelemente und hohe Streckensicherheit, entsprechen.

Für besondere Zwecke ist eine Übertragung im Weltraum möglich, bei der je nach Aufgabenstellung verschiedene Kombinationen Sender—Empfänger eingesetzt werden können. So wurden bereits z. T. erfolgreiche Versuche durchgeführt, Nachrichtenverbindungen mittels Laserlicht zwischen Raumschiffen oder auch zwischen Raumschiff und Erdstation zu realisieren. Das Problem besteht hierbei in erster Linie nicht in der Störanfälligkeit des Übertragungsmediums, sondern in der Notwendigkeit einer exakten Ortung und Nachführung von Sender und Empfänger, so daß im allgemeinen Verbindungen nur für relativ kurze Zeiten (einige Minuten) aufrechterhalten werden konnten.

Ebenfalls nur bei Verzicht auf eine ständige Einsatzbereitschaft ist eine Übertragung innerhalb der Erdatmosphäre möglich, während — wie angestrebt — eine sichere Verbindung nur in der definierten Atmosphäre abgeschlossener Röhren oder in optischen Fasern als realisierbar erscheint.

Keine dieser Varianten ist aber zur Zeit in einem Entwicklungsstadium, das einen breiteren Einsatz ermöglichte. In einigen Jahren dürfte wahrscheinlich für kommerzielle Zwecke die Verbindung eines Halbleiter-Injektionslasers (oder zunächst einer GaAs-Lumineszenzdiode) als Sender, einer Silizium-Avalanchediode als Empfänger und einer Glasfaser als Übertragungsstrecke einsetzbar sein. Wir wollen abschätzen, was mit einem solchen System zu erreichen ist, und gehen dabei von den schon heute im Labor vereinzelt erzielten Ergebnissen aus.

Wir setzen voraus, daß ein speziell für diesen Zweck hergestellter und günstig an eine optische Einmodenfaser angepaßter GaAs-Laser in diese Faser abstrahle. Die Ankopplung des Lasers an die Faser ist mit einem Verlust von 3 dB möglich. Die Faser habe eine Länge von 1,5 km, so daß wir mit einer weiteren Dämpfung von 30 dB und bei der Ankopplung zum Empfänger von nochmals 1 dB rechnen müssen. Bei einer Nachweisgrenze des Empfängers von einigen μW bedeutet das, daß eine Ausgangsleistung des Lasers von einigen mW zu verlangen ist. Am Empfängerausgang werde ein durch die Nachweisgrenze des Empfängers bestimmtes Signal/Rausch-Verhältnis von 30 dB erreicht, das für den Fall, daß das Signal ausgekop-

pelt und elektronisch weitergeführt werden soll, zur Verstärkung oder aber, falls es in eine weitere optische Strecke eingespeist werden soll, zur Impuls-Regenerierung ausreicht. Dabei können etwa 10^9 bit/s (das entspricht einer Grenzfrequenz von ungefähr $2 \cdot 10^8$ Hz) maximal übertragen werden, was bedeutet, daß 15000 bis 20000 Sprechkanäle unterzubringen sind. 10 bis 20 solcher Fasern ergeben erst ein Kabel von weniger als 10 mm Durchmesser und würden somit mehr als 100000 Kanäle enthalten. Solche Teilstrecken von z. B. 1,5 km Länge können in größerer Zahl aufeinander folgen und sind durch sogenannte „Repeater" verbunden, die jeweils aus Empfängerdiode, Verstärker und Impulsformer sowie Sendediode bestehen.

Diese Variante ist jedoch zur Zeit schon deshalb noch nicht einsetzbar, weil die Lebensdauer des GaAs-Injektionslasers bei Zimmertemperatur und bei dem erforderlichen Tastverhältnis zu niedrig ist und auch die Herstellung der Fasern nur in wenigen Laboratorien in Stücken unzureichender Länge beherrscht wird.

Verzichten wir auf die hohe Streckensicherheit, was sicher vielfach berechtigt ist, so ist auch innerhalb der Erdatmosphäre eine Laser-Nachrichtenverbindung zumindest über kurze Strecken bereits heute einsetzbar und wurde auch schon an verschiedenen Stellen realisiert. Diese Verbindung besteht üblicherweise aus einer GaAs-Lumineszenzdiode mit einer Sende-Optik, einer Silizium-Empfängerdiode mit Empfangs-Optik und wird mit einer Amplituden- bzw. Impulsmodulation betrieben. Für einen Sprechkanal ergeben sich ca. 2 km, für eine Video-Übertragung 0,5 km Reichweite bei einer Streckensicherheit von etwa 95%. Eine solche Verbindung kann auch zur Erweiterung anderer stabiler Kanäle, also zum Auffangen eines gelegentlich auftretenden Spitzenbedarfs dienen. Für dringende Verbindungen stehen dann, falls notwendig, immer noch Kanäle zur Verfügung, die nicht dem Einfluß der Atmosphäre unterliegen.

In Japan wird beispielsweise eine Versuchsstrecke über 14 km erprobt, wobei diese Strecke mit 3 Relaisstationen überbrückt wird. Dabei werden Informationsraten von mehr als 10^8 bit/s bei einer Streckensicherheit von 99% mit allerdings hohem technischen Aufwand erreicht.

Geht man mit der Reichweite wesentlich zurück, so ergeben sich natürlich geringere Störungen durch die Atmosphäre. Bei Entfernungen unter 100 m sind Verbindungen von Haus zu Haus in Großstädten diskutiert und erprobt worden, etwa zwischen EDV-Anlagen oder zwischen Redaktion und Druckerei einer Zeitung.

Ganz andere Aspekte für eine Nachrichtenverbindung mittels Licht ergeben sich natürlich, wenn wir anstelle der hohen möglichen Modulationsbandbreite die gute Bündelung des Laserlichts als wichtiges Kriterium für eine Nachrichtenübertragung etwa im Weltraum nutzen wollen. Auch hierzu sind verschiedene Vorschläge gemacht worden, doch wollen wir hierauf ebensowenig näher eingehen wie auf die vielfach diskutierten und teilweise schon im Versuchsbetrieb realisierten militärtechnisch orientierten Anwendungen für Laser-Nachrichtenverbindungen.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß bei einem Einsatz des Lasers zur Nachrichtenübertragung im größeren Rahmen zunächst nicht die Superbreitband-

Übertragung, die anfangs so stimulierend auf diesen Anwendungsbereich wirkte, ausgenutzt wird, sondern daß wahrscheinlich die der drahtgebundenen Technik in gewisser Weise verwandte Laser-Lichtverbindung mittels Glasfaser mit nicht sehr hoher Kanalzahl pro Faser eingesetzt werden wird. Der Vorteil dieser Verbindung scheint neben der großen Streckensicherheit u. a. gerade darin zu liegen, daß hier der Preis pro Kanal und Kilometer schon bei geringerer Kanalzahl als bei den üblichen elektronischen Verfahren verhältnismäßig niedrig ist und daß die zugehörigen Verstärker und die Verzweigungen des Netzes, also Zu- und Abgänge mit relativ gut beherrschten Mitteln realisierbar sind.

In der Zukunft kann man damit rechnen, daß dieses System, das zunächst an das rein elektronische Netz paßt, derart weiterentwickelt wird, daß man auch spezifische Vermittlungsverfahren findet. Hierzu sind ebenfalls schon verschiedene Vorschläge gemacht worden, auf die wir aber in diesem Rahmen nicht näher eingehen können.

8.3. Materialbearbeitung

8.3.1. Einleitung

Eine der ersten industriellen Anwendungen des Lasers wurde seit Anfang der 60er Jahre in der Bearbeitung, im Trennen und Fügen von Materialien gesehen. Auf Grund der hohen Energiedichte erschien das Laserlicht von Anfang an hierfür als besonders geeignet, vor allem wenn wir noch berücksichtigen, daß sich das emittierte Licht eines Lasers mittels einer Optik auf eine Fläche bündeln läßt, deren Durchmesser nur wenige Lichtwellenlängen ausmacht, so daß die gesamte Energie lokal wirksam wird.

In den ersten Jahren waren es die Impuls-Festkörperlaser, die vorwiegend zum Bohren von Löchern in hartem oder hochschmelzendem Material benutzt wurden. Ende der 60er Jahre wurde auch der Dauerstrich-Gaslaser in die Materialbearbeitung, insbesondere zum Trennen, eingeführt, dem neuerdings in einigen Anwendungen der Dauerstrich-Festkörperlaser zur Seite tritt.

Daneben werden (wenn auch in erheblich geringerem Umfang) noch andere Lasertypen mit speziellen Eigenschaften benutzt, teils wegen des vorteilhaften Impulsbetriebes mit hoher Folgefrequenz, teils wegen der mit verschiedenen Lasern erreichbaren besonders kurzen Wellenlängen, mit denen sich dann geringere Schnittbreiten und damit schmalere Erwärmungszonen erreichen lassen.

8.3.2. Grundlagen

Wie wir bereits wissen, kann die Strahlung eines Lasers eine große Energiedichte besitzen. Darüber hinaus erlaubt die hohe räumliche Kohärenz des Laserlichts eine gute Bündelung. Wird das Licht eines Lasers (bei Beschränkung auf eine Transversalmode) auf eine sammelnde Optik gerichtet, so wird es im Brennpunkt auf eine Fläche mit dem Durchmesser $d = 2{,}44 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D}$ gebündelt. Eine Verringerung der Brennweite f bei Beibehaltung des Durchmessers D des Laserstrahles führt schließlich zu dem (beugungs-) theoretisch kleinstmöglichen Brennfleckdurchmesser von ca. 1 bis 2 Wellenlängen, so daß damit extrem hohe Energiedichten zu erzielen sind, die ausreichen, um auch schwer schmelzende Materialien zu verdampfen. Praktisch erreicht man diese Extremwerte zwar nur mit Mühe, jedoch begnügt man sich auch im allgemeinen mit Durchmessern für den Brennfleck von einigen Wellenlängen, schon um die Optik — wegen der auftretenden hohen Lichtstärke — nicht zu kompliziert werden zu lassen, zumal die Gefahr einer Beschädigung der Linsen bei hohen Feldstärken besteht. (Kittflächen werden hierbei weitgehend vermieden, da sie besonders gefährdet sind.)

Eine genauere Betrachtung zeigt, daß — infolge der Beugung — um das Zentrum des Brennflecks herum noch nach außen rasch schwächer werdende Kreisringe beleuchtet werden können. Da bereits in den ersten Ring nur ein geringer Teil der Energie gelangt, der sich darüber hinaus auf eine größere Fläche verteilt, spielt dies bei der Materialbearbeitung mittels Laser keine Rolle.

Trifft Licht auf das Material auf, so laufen in sehr kurzer Zeit verschiedene Vorgänge ab, die die Einwirkung des Lichtes erheblich beeinflussen.

Zunächst müssen wir berücksichtigen, daß ein großer Teil des ankommenden Lichtes von dem zu bearbeitenden Material reflektiert wird. Da bei Metallen die Reflexion im langwelligen Infrarot besonders groß ist, wird für die Metallbearbeitung demnach ein kurzwelliger Laser zweckmäßig sein. Auch kann durch Aufrauhen oder Oxydieren der Oberfläche die Reflexion verringert werden. In jedem Falle sollte man nach Möglichkeit die Wellenlänge des Lasers der gestellten Aufgabe anpassen, insbesondere also auch dem zu bearbeitenden Material.

Unmittelbar nach Beginn der Einwirkung auf das Material können infolge der Temperaturerhöhung jedoch schon weitgehend veränderte Bedingungen vorliegen, nämlich dann, wenn beispielsweise Material verdampft oder ein Plasma entsteht und so neue optische Eigenschaften wirksam werden. Auch ein infolge des verdampften oder ausgeworfenen flüssigen Materials entstehender Krater erhöht die Absorption bei einer weiteren Einstrahlung. Es gibt deshalb auch deutliche Unterschiede zwischen einer verhältnismäßig langsamen Erwärmung bis zur Aufschmelzung, wie sie beim Schweißen benötigt wird, und rascher intensiver Erhitzung zum Beseitigen des Materials beim Trennen, wobei insbesondere eine Änderung des Aggregat-

zustandes zu komplizierten und teilweise unübersichtlichen Bedingungen führt. So ändern sich die Temperaturen außerordentlich schnell, wobei für dT/dt Werte von mehr als 10^{10} K/s erreicht werden. Auch die Druckerhöhung infolge der raschen Aufheizung beeinflußt den Siedevorgang.

Da andererseits die Eindringtiefe des Lichtes bei für die Strahlung undurchlässigen Stoffen, vor allem bei Metallen, außerordentlich klein ist, wird man häufig eine beträchtliche Erwärmung der Oberfläche erhalten, von der aus dann ein Wärmetransport durch Wärmeleitung stattfindet. Bei genügend starker Einstrahlung werden jedoch nacheinander verschiedene Tiefenbereiche des Materials zum Verdampfen gebracht, wobei sich der kegelförmige Verlauf der Lichtstrahlen oberhalb und unterhalb des Brennpunktes bemerkbar machen kann.

Zwar ist es im Prinzip durchaus möglich, die Probleme der Wärmeleitung und Aufheizung mit Hilfe der bekannten Wärmeleitungsgleichungen näherungsweise mathematisch zu behandeln. Es ist jedoch zweckmäßig, in Abhängigkeit von den Daten des Lasers und der Optik sowohl den Aufheiz- und Schmelzvorgang als auch die Kraterform experimentell zu bestimmen, da die einzelnen Vorgänge in ihrem komplexen Zusammenwirken nicht vollständig mathematisch erfaßt werden können. In entsprechende Berechnungen gehen zahlreiche wärmephysikalische Größen, wie Wärmeleitfähigkeit, spezifische Wärme, Schmelz- und Verdampfungswärme, Schmelz- und Siedepunkt, sowie Kennwerte der Laseranlage, wie Wellenlänge, Energiedichte über den Querschnitt des Brennflecks und Form, Dauer und Energie des Impulses, ein. Darüber hinaus sind hydrodynamische und gasdynamische Vorgänge zu berücksichtigen.

Es erweist sich jedoch als durchaus möglich, mit speziellen, weitgehend optimierbaren Parametern des verwendeten Lasers, wie etwa Impulsform und Leistungsdichte, sowie in Abhängigkeit von den zu bearbeitenden Materialien definierte und reproduzierbare Ergebnisse hinsichtlich des Schmelzvorgangs und damit der Form, z. B. der Schnittflächen, zu erzielen. Stellt man so beispielsweise die Parameter des Lasers, wie Modenstruktur und Leistung, in ausreichend definierter Weise ein, so lassen sich nahezu kreisförmige Bohrungen oder auch Bohrungen mit nahezu zylindrischem Verlauf sowie saubere Bohr- oder Schnittränder ohne Beschädigung des umgebenden Materials herstellen. In der Praxis erreicht man jedoch nicht immer die Güte einer Bearbeitung mit einem formgebenden Werkzeug. Man vermeidet aber dessen Abnutzung, verbunden mit einer Nachstellung bzw. einer Reparatur, oder verschafft sich erst überhaupt die Möglichkeit einer Bearbeitung, wie beispielsweise bei extrem harten Materialien.

8.3.3. Laser für die Materialbearbeitung

Von den uns bekannten Lasern kommen für die Materialbearbeitung nur solche mit verhältnismäßig hoher Leistung bzw. hoher Energie in Betracht. Dies sind von den Festkörperlasern der Rubin- bzw. Nd-Glas-Impulslaser und der YAG-Dauerstrich-

laser und von den Gaslasern der CO_2-Impuls- und der CO_2-Dauerstrichlaser. Für spezielle Anwendungen kann auch der Ar-Ionen-Laser eingesetzt werden, dessen kleinster Brennfleckdurchmesser auf Grund der gegenüber dem CO_2-Laser kleineren Wellenlänge rund 20mal kleiner und dessen Leistung pro Flächeneinheit entsprechend um den Faktor 400 größer ist als die eines CO_2-Lasers gleicher Leistung.

Mit den Impuls-Festkörperlasern sind heute Impulsenergien von einigen Ws bei Folgefrequenzen von mehreren Hz für die Materialbearbeitung üblich. Spezielle Anlagen können 50 bis 100 Ws in größeren Abständen erzeugen. Die Emissionszeit kann, wie es für Schweißaufgaben häufig zweckmäßig ist, durch Einschaltung von Drosseln in den Pumplampenstromkreis verlängert werden.

Im kontinuierlichen Betrieb wird als Festkörperlaser der YAG-Laser eingesetzt, der im allgemeinen einige 10 W Dauerstrichleistung abgibt, während man im Labor bereits mehrere 100 W erreicht hat.

Der Einsatz dieser Laser wird entscheidend durch die Zuverlässigkeit aller Bauelemente bestimmt, wobei besonders die Anregungslichtquellen der optisch gepumpten Festkörperlaser eine wesentliche Rolle spielen.

Demgegenüber ist der CO_2-Laser weniger empfindlich, bei dem das Gasgemisch laufend neu zugeführt und durch eine Pumpe aus dem Laser wieder entfernt wird. Dabei geht allerdings das notwendigerweise beigemischte Helium (vgl. Abschnitt 4.4.4.) verloren, so daß verhältnismäßig hohe Kosten entstehen können. Es ist dann günstiger, das Gasgemisch umzuwälzen, also fortlaufend zu benutzen. Damit geht natürlich der besonders einfache Aufbau verloren, da Veränderungen und Verunreinigungen des Gasgemisches kontinuierlich beseitigt werden müssen. CO_2-Laser im kontinuierlichen Betrieb mit Leistungen von mehreren 100 W sind bereits handelsüblich, während im Labor schon Leistungen von einigen kW erreicht wurden. Mit CO_2-TEA-Lasern (Abschnitt 4.4.4.) lassen sich Impulse von einigen 100 kW bis zu mehreren MW Leistung bei einer Folgefrequenz von einigen 10 Hz erzeugen.

Kommerzielle Argon-Laser erreichen heute bereits einige W (über alle Linien). Sie stehen hinsichtlich der Materialbearbeitung in Konkurrenz zu dem YAG-Laser, der mit Frequenzverdopplung im gleichen Spektralbereich emittiert.

8.3.4. Einige Anwendungsbeispiele

Heute werden Laser-Materialbearbeitungsgeräte bereits in verschiedenen Industriezweigen benutzt.

Der Impuls-Festkörperlaser (Rubin, Nd-Glas, YAG: Nd^{3+}) hat sich in erster Linie beim Bohren von Ziehdiamanten für die Fertigung dünner Drähte oder von Lagersteinen aus Rubin für die Uhrenproduktion bewährt. Die Bearbeitung erfolgt dabei in wesentlich kürzerer Zeit, als es bei den genannten Stoffen wegen ihrer großen Härte bisher möglich war.

Weiterhin gibt es Bemühungen, bei der Herstellung von elektronischen Bauelementen sehr kleine Flächen kurzzeitig mittels Laserlicht zu erhitzen, um auf diese Weise das Material lokal abzutragen oder im Hinblick auf eine Verbindung zu schmelzen. So werden auch Halbleiterscheiben, aus denen eine Vielzahl von Transistoren hergestellt werden, mittels einer größeren Zahl von Impulsen angeritzt, um sie dann brechen zu können. Auch das Kontaktieren von Mikrobauelementen wird bereits durchgeführt, wie auch das Verschweißen von Drähten, beispielsweise bei speziellen Thermoelementen, erfolgreich erprobt wurde. Wie schon erwähnt, hat man beim Schweißen längere Impulsdauern zu wählen, damit das Material auch tatsächlich aufschmelzen kann.

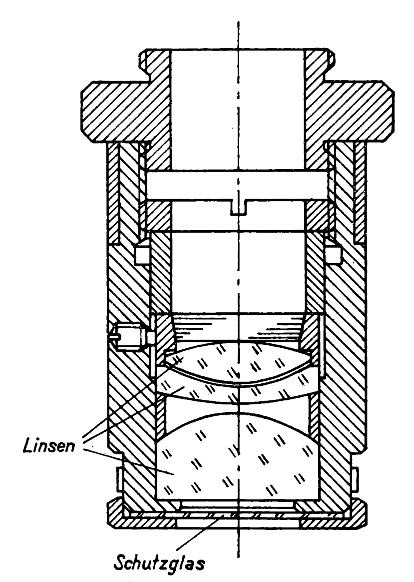


Abb. 112. Schnittdarstellung einer speziellen Optik zur Materialbearbeitung
(Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie (ZOS) der Akademie der Wissenschaften der DDR)

Die Werkstücke werden in der Regel unter einem Mikroskop in die richtige Lage gebracht, wobei häufig auch die spezielle Laseroptik so ausgelegt ist, daß sie eine visuelle Beobachtung ermöglicht. Zu ihrem Schutz vor verdampfendem oder verspritzendem Material befindet sich meist ein leicht auszuwechselndes Schutzglas vor der Optik (Abb. 112).

Die Dauerstrich-Gaslaser finden dagegen ihre Anwendung vor allem beim Schneiden von dünnen flächenhaften Stoffen, wie Papier, Karton, Textilien und auch Eisenblechen. Der Vorteil besteht einmal darin, daß kein mechanischer Verschleiß des „Schneidwerkzeuges“ erfolgt, und zum anderen darin, daß nun auch komplizierte Schnittformen, wie z. B. spitze Winkel, auf einfache Weise realisiert werden können, was mit herkömmlichen Mitteln recht aufwendig ist. Abbildung 113 zeigt

Schnitte in Holz, bei denen besonders die Schärfe und Parallelität der Schnittkanten beachtenswert sind.

Im Wellenlängenbereich des CO_2-Lasers, also bei 10 μm, kann die Optik natürlich nicht aus optischem Glas hergestellt werden, da dieses die Strahlung völlig absorbieren würde. Als optische Medien eignen sich hier beispielsweise Natriumchlorid

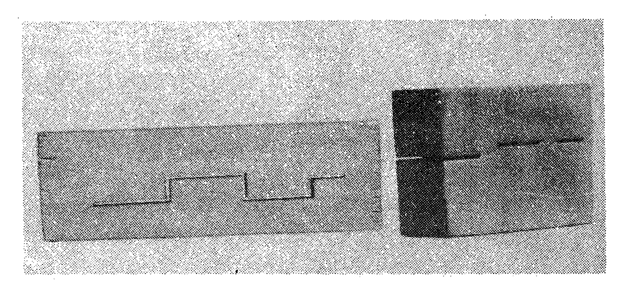


Abb. 113. Schnitte in Holz mit einem 150-W-CO_2-Laser mit einer Schnittgeschwindigkeit von 15 und 35 cm/min und Preßluft von 3 at (Zentralinstitut für Schweißtechnik, Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie der Akademie der Wissenschaften der DDR)

und Germanium. Abbildung 114 zeigt eine Ge-Optik. Wir sehen die Anschlüsse für ein flüssiges Kühlmittel zur Abführung der Wärme von den Linsen und für einen Gasstrom, der die Optik einerseits vor Teilchen aus dem Bearbeitungsvorgang schützt und andererseits den Trennvorgang bei richtiger Wahl des Gases wesentlich effektiver macht. Beim Trennen von Eisenblech arbeitet man beispielsweise mit einem geeignet dosierten Sauerstoffstrom.

Neben den oben aufgeführten Anwendungen gibt es zahlreiche Einzelfälle, in denen die besonderen Eigenschaften der Laserstrahlung in der Materialbearbeitung vorteilhaft genutzt werden können, so etwa beim Schweißen von Material mit hohem Schmelzpunkt, wie Titan, oder bei einer Materialbearbeitung durch einen Glasmantel hindurch, etwa beim Abgleich spezieller hochstabiler oder sehr hochohmiger Wider-

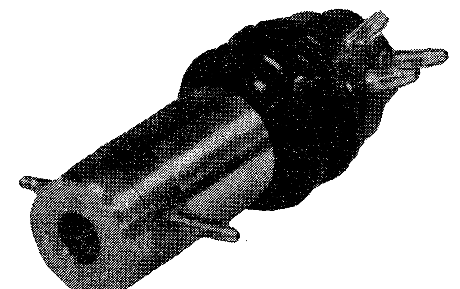


Abb. 114. Gekühltes System von Ge-Linsen für CO_2-Laser-Materialbearbeitung Typ CD 4, Brennfleckdurchmesser 70 μm (Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie der Akademie der Wissenschaften der DDR)

stände. Wir wollen auf weitere Einzelfälle der Materialbearbeitung in der Technik nicht eingehen, zumal zu den augenblicklich genutzten Verfahren laufend neue Anwendungen hinzukommen. Stets wird aber aus den bekannten und neuartigen anwendbaren Verfahren das ökonomisch tragfähige ausgewählt werden, wobei es sicher ist, daß der Laser in immer breiteren Bereichen zur Materialbearbeitung eingesetzt werden wird.

8.4. Anwendungen frequenzstabiler Laser

Obgleich der Einsatz von Laserlichtquellen mit hoher Stabilität der Frequenz bzw. der Wellenlänge noch nicht zu den Hauptanwendungsbereichen des Lasers gehört, ist eine Diskussion der mit dieser Problematik verbundenen Gesichtspunkte im Rahmen unserer Darstellung von Bedeutung, da bei dieser Anwendung typische Eigenschaften und Potenzen der neuen Lichtquelle ausgenutzt werden, die zu neuen Möglichkeiten in der Metrologie und Spektroskopie führen.

8.4.1. Ursache für Instabilitäten der Laserfrequenz

Wie wir bereits mehrfach festgestellt haben, besitzen Laser im Einmodenbetrieb ein sehr schmales Frequenzspektrum. Die genaue Lage der Laserfrequenz wird dabei durch den Spiegelabstand des Resonators bestimmt, da die Linienbreite des Resonators im allgemeinen wesentlich schmaler als das Verstärkungsprofil der Atomlinie ist. Die durch makroskopische Änderungen der Resonatorlänge verursachten Frequenzschwankungen sind daher bei einem frei laufenden, nicht stabilisierten Laser bedeutend größer als die dem Lasersystem inhärenten, beispielsweise durch die spontane Emission der Atome bedingten, Fluktuationen von Phase und Frequenz. Wir werden im weiteren die wesentlichen Ursachen für die Schwankungen der Resonatorfrequenz sowie einige Möglichkeiten zu ihrer Beseitigung diskutieren. Hierbei denken wir zuerst an die Frequenzstabilisierung von Gaslasern, werden aber an den geeigneten Stellen darauf hinweisen, wie einzelne Methoden auch auf andere Lasertypen angewendet werden können.

Man unterscheidet beim Laser Kurzzeit- und Langzeitschwankungen der Frequenz, je nachdem, ob die Änderungen der Frequenz sehr schnell erfolgen oder sich als Drift über größere Zeiträume bemerkbar machen.

Die Kurzzeitschwankungen der Laserfrequenz, die bekanntlich im wesentlichen die Kohärenzlänge des Laserlichtes bestimmen (vgl. Kapitel 5.), werden in erster Linie durch mechanische Störungen des Resonatoraufbaus verursacht. Ferner können Schwankungen in der Anregung des Lasersystems (z. B. Stromschwankungen der Gasentladung) sowie schnelle Druck- bzw. Dichteänderungen innerhalb und

außerhalb des Lasermediums zu kurzzeitigen Schwankungen der optischen Resonatorlänge und damit der Laserfrequenz führen.

Die langsamen Frequenzänderungen sind dagegen vorwiegend thermischen Ursprungs. So kann die Frequenz des Lasers insbesondere bei Änderungen der Umgebungstemperatur über beträchtliche Bereiche driften.

Um eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Frequenzschwankungen zu gewinnen, erinnern wir uns, daß für einen im Sichtbaren betriebenen Laser, dessen Resonatorlänge beispielsweise 50 cm beträgt, eine Längenänderung von 10^{-4} μm zu einer Frequenzänderung von etwa 100 kHz führt. Nimmt man nun an, daß die Resonanzstruktur aus Quarzglas mit dem relativ niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1} besteht, folgt die gleiche Frequenzänderung für eine Änderung der Umgebungstemperatur von nur $4 \cdot 10^{-4}$ grd. Die Laserfrequenz hängt also sehr empfindlich von äußeren Störungen ab, und wir sehen zugleich, welcher Anstrengungen es bedarf, die Schwankungen der Frequenz auf Werte von obiger Größenordnung zu beschränken.

Zur Kennzeichnung der Frequenzstabilität eines Lasers verwendet man im allgemeinen das Verhältnis von Laserfrequenz zu mittlerer Frequenzabweichung, $S = \nu/\Delta\nu$. Diesem Zahlenwert ist immer die Zeit hinzuzufügen, für die eine bestimmte Stabilität erhalten werden kann. Dabei unterscheidet man entsprechend obiger Einführung zwischen Kurzzeitstabilitäten, die häufig für Zeiten kleiner als 1 s, und Langzeitstabilitäten, die für größere Zeiten angegeben werden. Vielfach verwendet man in der Literatur zur Bewertung der Stabilität auch den reziproken Wert der obigen Definition, nämlich $\Delta\nu/\nu$, in Verbindung mit der Zeitangabe.

Die relative Frequenzabweichung während der gesamten Betriebsdauer, beim Auswechseln einzelner Teile bzw. bei einem Neuaufbau des Lasers bestimmt die Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz. Diese ist natürlich von besonderer Bedeutung, wenn man an einen Einsatz des Lasers als Längen- oder Zeitstandard denkt.

8.4.2. Methoden der Frequenzstabilisierung

Die ersten zur Erhöhung der Frequenzstabilität von Lasern angewendeten Verfahren waren durch das Bemühen gekennzeichnet, den Einfluß der zuvor diskutierten äußeren Störgrößen auf die Laserfrequenz durch geeignete Maßnahmen so klein wie möglich zu halten. So erreicht man durch einen möglichst stabilen und starren Laseraufbau auf einer massiven, erschütterungsfreien Grundplatte eine gute Isolation gegen mechanische Störeinflüsse. Eine Abschirmung des Lasers durch ein geeignetes Gehäuse reduziert sowohl den Einfluß von akustischen Störungen als auch von elektrischen bzw. magnetischen Störfeldern. Dabei ist bei Verwendung äußerer Resonatorspiegel zusätzlich darauf zu achten, daß der Raum zwischen aktivem Lasermaterial und Laserspiegel gut abgedichtet ist, damit an dieser Stelle keine Luftturbulenzen auftreten.

Große Sorgfalt ist einer ausreichenden thermischen Stabilität des Lasers zu widmen. So verwendet man für den Resonatoraufbau Materialien mit möglichst geringem thermischen Ausdehnungskoeffizienten (z. B. Quarz, Invar) und bringt häufig den ganzen Aufbau zusätzlich in ein temperaturstabilisiertes Gehäuse. Experimentelle Erfahrungen zeigen, daß man mit diesen Methoden der passiven Stabilisierung ohne allzu großen Aufwand Stabilitätswerte von etwa 10^7 für Zeiten von der Größenordnung einiger Stunden erzielen kann. Die angedeuteten Maßnahmen haben nicht nur Bedeutung für den Aufbau von Lasern mit geringen Ansprüchen an die Stabilität der Frequenz, sie sind darüber hinaus Voraussetzung für die im folgenden zu diskutierenden, weitergehenden Methoden der aktiven Stabilisierung. Da die bei der aktiven Stabilisierung zur Erzielung einer höheren Stabilität verwendeten elektronischen Regelsysteme eine begrenzte Regelgeschwindigkeit und einen endlichen Regelbereich besitzen, ist die Einschränkung der Frequenzschwankungen durch Methoden der passiven Stabilisierung in gewissem Umfang für jeden frequenzstabilisierten Laser unerläßlich.

Den verschiedenen Verfahren zur aktiven Stabilisierung der Laserfrequenz ist gemeinsam, daß in dem verfügbaren Spektralbereich des Lasers ein bestimmter ausgezeichneter Frequenzwert fixiert und als Bezugspunkt für ein elektronisches Regelsystem benutzt wird. Als Fixpunkt wird meist das Zentrum eines möglichst scharfen relativen Maximums (bzw. Minimums) — vielfach auch als „peak" (bzw. „dip") bezeichnet — im Spektrum der ausgesandten Laserstrahlung gewählt. Man benutzt das Zentrum des Intensitätspeaks, um von eventuellen Änderungen der Form dieses Peaks und der Laserintensität unabhängig zu sein.

Das Prinzip der Stabilisierung sieht dann folgendermaßen aus. Man moduliert die Laserfrequenz oder die Lage der Bezugsfrequenz mit einem geeigneten Wobbelsignal, dessen Frequenz beispielsweise einige kHz beträgt. Die Intensität des Laserstrahls enthält dann einen mit der Modulationsfrequenz schwingenden Anteil, dessen Amplitude ein Maß für den Abstand der Laserfrequenz vom Bezugspunkt ist und dessen Phase (bezogen auf das modulierende Signal) die Richtung der Abweichung anzeigt. Dieser Intensitätsanteil wird in ein elektrisches Signal umgewandelt, das dann direkt zur piezoelektrischen Steuerung der Resonatorlänge und damit der Laserfrequenz verwendet wird. Man kann ganz allgemein feststellen, daß es beim augenblicklichen Stand der experimentellen Technik gelingt, die Laserfrequenz für lange Zeiten in einem Frequenzbereich zu halten, der etwa zwei Größenordnungen kleiner als die Breite des für die Stabilisierung verwendeten Intensitätspeaks ist.

Die verschiedenen Verfahren der aktiven Stabilisierung unterscheiden sich nun im wesentlichen dadurch, welchen Peak man für die Stabilisierung ausnutzt bzw. auf welche Weise man einen für diesen Zweck geeigneten Peak erzeugt. Die charakteristischen Merkmale einiger der zur Zeit verwendeten Methoden sollen kurz skizziert werden.

Ein der Mikrowellentechnik entlehntes Verfahren beruht auf der Verwendung

eines Resonators hoher Güte, dessen Resonanzlinienbreite kleiner als 10 MHz sein kann und der sich außerhalb des Laserresonanzraumes befindet. Die Resonanzfrequenz wird durch elektrostriktive Änderung des Spiegelabstands moduliert. Der mit der Modulationsfrequenz schwingende Anteil der Intensität des den Resonator durchlaufenden Strahls ist proportional der Abweichung der Laserfrequenz von der Zentrumsfrequenz des Bezugsresonators und kann zur Steuerung eines elektronischen Regelsystems verwendet werden.

Äußere Resonatoren können kompakter aufgebaut werden als der Laserresonator selbst. Sie lassen sich ferner besser thermisch isolieren, da sie nicht wie der Laser eine störende Wärmequelle in Form des aktiven Lasermaterials enthalten. So wurde beispielsweise von TANAKA (1972) berichtet, daß durch Einbringen des Resonators in eine Küvette, deren Temperatur auf den Tripelpunkt von Diphenyläther stabilisiert wurde, eine Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz von 10^8 erreicht werden konnte. Die mit der Methode des äußeren Resonators erhaltenen Stabilitätswerte sind für viele Anwendungen durchaus ausreichend. Darüber hinaus hat dieses Verfahren den Vorteil, daß der stabilisierte Laser eine große Kohärenzlänge besitzt, da nicht die Laserfrequenz selbst, sondern die äußere Resonanzfrequenz zur Gewinnung des Regelsignals moduliert wird. Der wesentlichste Vorteil der Stabilisierung mittels eines solchen passiven Resonators besteht jedoch darin, daß sich diese Methode für beliebige Wellenlängen eignet und — bei Verwendung entsprechend breitbandiger Spiegel — für beträchtliche Wellenlängenbereiche ohne irgendwelche Veränderungen angewendet werden kann.

Für kommerzielle frequenzstabilisierte He-Ne-Gaslaser wird gegenwärtig vorwiegend die auf dem „Lamb-dip" beruhende Methode ausgenutzt, da dieses Verfahren relativ einfach zu handhaben und die erreichte Stabilität für viele Anwendungen ausreichend ist. Wir haben die Entstehung dieses „dips" bereits an mehreren Stellen erläutert und erinnern hier nur an das Ergebnis: Beim Durchstimmen der Frequenz über den laserfähigen Spektralbereich kann die Ausgangsleistung eines Einmoden-Gaslasers unter geeigneten Bedingungen im Zentrum des gaußförmigen Profils eine Einsattelung, den Lamb-dip, aufweisen. Die Breite dieses „dips" entspricht der homogenen Linienbreite des Laserübergangs, seine Lage ist durch die Zentrumsfrequenz dieses Übergangs festgelegt. Das Zentrum des Lamb-dips wird nun als Bezugspunkt für die elektronische Regelung benutzt. In diesem Fall wird zur Gewinnung des Regelsignals die Laserfrequenz selbst durch piezoelektrische Änderung der Resonatorlänge moduliert. Das hat den Nachteil, daß die Laserfrequenz entsprechend dem gewählten Wobbelhub um einige MHz periodisch schwankt, so daß die Kohärenzlänge eines auf den Lamb-dip stabilisierten Lasers nicht größer als einige 10 m ist. Für einen He-Ne-Laser beträgt die homogene Linienbreite und damit die Breite des Lamb-dips etwa 100 MHz. Durch die elektronische Stabilisierung wird entsprechend obiger Feststellung der Zentrumswert der modulierten Laserfrequenz auf einige MHz konstant gehalten, so daß beispielsweise für die sichtbare Wellenlänge 0,633 μm eine Langzeitstabilität besser als 10^8 erreicht werden kann.

Fragt man nach den Werten für die Reproduzierbarkeit der Frequenz, die man mit der Methode der Stabilisierung auf den Lamb-dip erreichen kann, so stößt man auf Einschränkungen, die diesem und anderen Verfahren gemeinsam sind, die sich ebenfalls auf Atomfrequenzen im aktiven Lasermedium selbst beziehen. Diese negativen Einflüsse sind dadurch bedingt, daß die Lage des Zentrums der Laserlinie von den Parametern des Laserplasmas im Gasentladungsrohr abhängt. So beeinflussen beispielsweise die jeweils im Entladungsrohr vorliegenden Feldstärkewerte das Spektrum der Laseratome. Ferner hängt die Lage der Laserlinien recht empfindlich vom Druck im Entladungsrohr ab. Wenn man berücksichtigt, daß sich die Atomlinien um mehr als 10 MHz bei 1 Torr Druckänderung verschieben können, so wird deutlich, mit welcher Genauigkeit man ein Laserrohr füllen und wie konstant der Druck im Rohr über größere Zeiträume sein muß, damit sich Werte für die Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz ergeben, die mit dem oben angegebenen Wert von 10^8 vergleichbar sind.

Diese Einschränkungen gelten, wie gesagt, für alle Verfahren, die zur Stabilisierung der Frequenz — was das naheliegendste ist — Effekte im aktiven Lasermedium selbst ausnutzen. Dazu gehört beispielsweise auch die Ausnutzung von Konkurrenzeffekten im Laser, über die in Abschnitt 4.4.4. kurz berichtet wurde und die noch schmalere Peaks als den Lamb-dip liefern (siehe z. B. Basow u. a. (1971)). Alle diese Verfahren sind daher wenig geeignet, wenn es auf hohe Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz ankommt.

Für die Stabilisierung von Lasern mit hoher Reproduzierbarkeit der Frequenz bietet sich ein anderes Verfahren an, das auf dem sogenannten „inversen Lamb-dip" beruht. Der inverse Lamb-dip erklärt sich in analoger Weise wie der normale Lamb-dip. Er ist wie dieser ein Sättigungseffekt und tritt bei der nichtlinearen Absorption einer stehenden Lichtwelle ausreichender Intensität in Gasen auf. Wenn die Absorption so groß ist, daß die ohne Feld vorhandene Besetzung der Niveaus der absorbierenden Atome merklich verändert wird, erscheint in der Absorptionskurve, die ebenfalls eine dopplerverbreiterte inhomogene Linie darstellt, im Zentrum bei $\omega = \omega_A$ eine Einsattelung. Dieser „dip" in der Absorptionskurve erklärt sich aus dem dem Verstärkungsfall analogen Sachverhalt, daß außerhalb des Zentrums der Absorptionslinie (bei $\omega \neq \omega_A$) zwei Gruppen von Atomen, die entgegengesetzte Geschwindigkeitskomponenten in Ausbreitungsrichtung der Strahlung besitzen, mit der Strahlung wechselwirken, im Falle $\omega = \omega_A$ aber nur eine Atomgruppe, nämlich die mit der Geschwindigkeitskomponente Null. Bringt man daher eine gasgefüllte Absorptionszelle in den Resonator eines Lasers ein, dessen Strahlungsfrequenz innerhalb einer Absorptionslinie des Gases liegt, so werden die Strahlungsverluste im Resonator bei Übereinstimmung der Laserfrequenz mit dem Zentrum der Absorptionslinie ein Minimum, die Intensität der Strahlung an dieser Stelle also ein relatives Maximum aufweisen. In Abb. 115 ist zur Veranschaulichung dieses Sachverhalts das Schema der entsprechenden experimentellen Anordnung dargestellt.

Wenn man die Laserfrequenz mit Hilfe der Piezokeramik (P) durchstimmt,

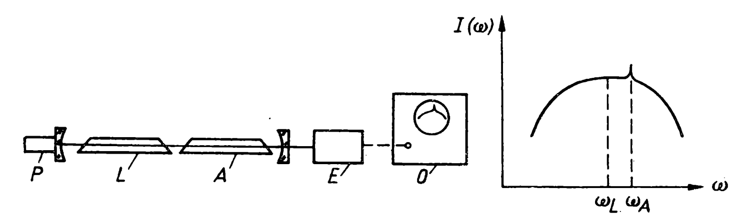


Abb. 115. Laser mit Absorptionszelle innerhalb des Resonators

weist das mit Hilfe des Empfängers (E) auf dem Oszillographen (O) dargestellte Intensitätsspektrum $I(\omega)$ die im rechten Teil der Abbildung skizzierte Struktur auf. In diesem Fall stimmt die Zentrumsfrequenz ω_L des Lasermediums (L) nicht mit dem Zentrum ω_A der Absorptionslinie (A) überein. Die Breite des Intensitätspeaks entspricht der homogenen Linienbreite des Absorptionsübergangs. Die relative Höhe des Peaks ist in erster Linie vom erreichten Sättigungsgrad abhängig.

Die Vorteile einer Stabilisierung auf einen solchen Absorptionspeak liegen auf der Hand:

1. Die stabilisierte Laserfrequenz ist von sich ändernden Parametern des verstärkenden Lasermediums (z. B. Druckänderungen) nahezu unabhängig.
2. Der Gasdruck in der Absorptionszelle kann so weit herabgesetzt werden, daß die Druckverbreiterung und Druckverschiebung der Absorptionslinie, die durch Stöße während der Wechselwirkungszeit mit dem Strahlungsfeld hervorgerufen werden, vernachlässigt werden können. Bei etwa 10^{-2} Torr finden praktisch keine Atomstöße während der Wechselwirkungszeit mehr statt, die freie Weglänge ist größer als der Strahldurchmesser.

   Die homogene Linienbreite der Absorptionsübergänge und damit die Breite der Intensitätspeaks kann so auf Werte herabgesetzt werden, die allein durch die spontanen Zerfallsraten der Atomniveaus und die Wechselwirkungsdauer von Atomen und Strahlungsfeld begrenzt werden.
3. Ferner kann man für die Absorption solche Atome oder Moleküle wählen, bei denen der betreffende Übergang vom Grundzustand oder einem in der Nähe des Grundzustandes liegenden, thermisch gut besetzten Zustand ausgeht. Dadurch entfallen die Anregung des absorbierenden Gases und damit zusätzliche Störfaktoren.

In den letzten Jahren sind eine ganze Reihe von Gasen auf ihre Eignung als nichtlineare Absorber für die Frequenzstabilisierung untersucht worden. Dabei zeigte sich, daß insbesondere einige molekulare Gase auf Grund ihrer relativ langlebigen Rotationszustände und der daraus resultierenden geringen homogenen Linienbreite recht günstige Voraussetzungen für die Frequenzstabilisierung bieten. Ein besonders günstiges Gas ist das Methan, das eine Absorptionslinie bei der Wellenlänge 3,39 µm des He-Ne-Lasers besitzt. Dieses Gas weist auf Grund der hohen Symmetrie des

CH_4-Moleküls eine extrem niedrige Druckverschiebung der Absorptionslinie auf. Die Breite des inversen Lamb-dips läßt sich auf weniger als 100 kHz herabsetzen, so daß sich Werte von 10^{11} für die Reproduzierbarkeit der Frequenz mit bekannten Mitteln erreichen lassen (vgl. Barger und Hall (1969)). Von einigen Autoren (z. B. Bagajew, Baklanow und Tschebotajew (1972)) wurde sogar berichtet, daß sie Werte besser als 10^{12} erzielen konnten. Auf diese Weise können mit einem auf die Methan-Linie stabilisierten He-Ne-Laser Frequenzgenauigkeiten realisiert werden, die denen von konventionellen Mikrowellenstandards entsprechen (vgl. Kapitel 3.). Diese Variante bietet sich daher für eine Einführung des Lasers als Zeit- bzw. Längenstandard an. Hierauf kommen wir unten noch zu sprechen. Wir wollen zuvor noch einige Überlegungen einschieben, wie die vorstehend genannten oder ähnliche Verfahren, die bisher vorwiegend auf Gaslaser und hier wieder in erster Linie auf den He-Ne-Laser angewendet wurden, zur Frequenzstabilisierung auch anderer Lasertypen herangezogen werden können.

Wir haben bei der Diskussion der Anwendung eines passiven Resonators zur Frequenzstabilisierung bereits eine Methode kennengelernt, die sich in gewisser Abwandlung universell für verschiedene Lasertypen einsetzen läßt. So hat man bereits die Linienbreite von Halbleiterlasern, Festkörper- und Farbstofflasern mit Hilfe eines äußeren Resonators hoher Güte um mehrere Größenordnungen verringern können. Dabei wird in diesen Fällen in erster Linie von der Filtereigenschaft des passiven Resonators Gebrauch gemacht. Aus dem breiten Frequenzspektrum des Lasers wird eine schmale Linie herausgeschnitten, deren Breite — entsprechend der Resonatorlinienbreite — wenige MHz betragen kann. Es ist interessant, daß diese Feststellung auch dann zutrifft, wenn die Laser wie im Falle der Festkörper- und Farbstofflaser Lichtimpulse von nur einigen Nanosekunden Dauer aussenden. In diesem Fall führt die Anwendung eines Fabry-Perot-Filters von wenigen MHz Breite gemäß der bekannten Beziehung $\Delta\omega\Delta t \approx \pi$ zu einer zeitlichen Dehnung der Impulse auf Werte im Bereich von 100 ns.

Das genannte Verfahren hat besondere Bedeutung für die Frequenzstabilisierung von Lasern, deren Wellenlänge über größere Bereiche kontinuierlich durchgestimmt werden kann (vgl. Kapitel 7.). Hier ist die Benutzung eines passiven Resonators mit entsprechend breitbandigen Spiegeln augenblicklich die einzige praktisch angewendete Methode.

Ein anderes Verfahren, das sich ebenfalls durch seinen universellen Charakter auszeichnet, besteht darin, die Stabilität eines bereits stabilisierten Lasers auf einen anderen Laser zu übertragen. Man kann dazu etwa einen kommerziellen frequenzstabilisierten Laser benutzen, um mit seiner Hilfe die Frequenz eines weiteren Lasers zu stabilisieren. Besonders genau wird dieses Verfahren, wenn beide Laser im gleichen Frequenzbereich strahlen. Dann hat man nur die Differenzfrequenz der beiden Laser konstant zu halten, indem man beispielsweise die Abweichungen von einem Festwert der Differenzfrequenz zur Regelung der Frequenz des zu stabilisierenden Lasers verwendet. In diesem Fall läßt sich die Stabilität in

vollem Umfang von einem Laser auf den anderen übertragen. Liegen die Laserwellenlängen in unterschiedlichen spektralen Bereichen, dann bietet sich eine einfache Möglichkeit der Übertragung an, die gewissermaßen in der Umkehrung der weiter oben diskutierten Anwendung eines passiven Resonators zur Frequenzstabilisierung besteht (vgl. S. 316). Während dort die Zentrumsfrequenz der Resonatorlinie als Bezugspunkt für die veränderliche Laserfrequenz benutzt wird, kann man hier die feste Frequenz des stabilisierten Lasers als Bezugspunkt für die Eigenfrequenz des Resonators des zu stabilisierenden Lasers verwenden. Die Genauigkeit dieses Verfahrens ist einmal durch die endliche Linienbreite des zu stabilisierenden Laserresonators begrenzt, zum anderen werden die durch das aktive Lasermedium im Resonator verursachten Störungen zu einer Verminderung der erreichbaren Frequenzstabilität führen. Immerhin ist es beispielsweise gelungen, auf diese Weise einen Argon-Laser mit Hilfe eines kommerziellen frequenzstabilisierten He-Ne-Lasers auf Werte von 10^8 für etwa 1/2 Stunde zu stabilisieren.

8.4.3. Metrologie

Die Bedeutuung von Laserlichtquellen, deren Frequenz (bzw. Wellenlänge) mit großer relativer oder absoluter Genauigkeit bekannt ist, basiert in erster Linie auf ihrem Einsatz als Meßmittel für Präzisionsmessungen. Bekanntlich ist beispielsweise die Längeneinheit, das Meter, durch ein bestimmtes Vielfaches der Wellenlänge 0,606 μm des Krypton-86-Isotops bei fest vorgegebenen äußeren Bedingungen definiert. Jede genaue Längenmessung besteht praktisch in einem Auszählen der Krypton-Wellenlängen, die in die zu vermessende Distanz hineinpassen. Da genaue Längenvergleiche und Längenmessungen ausschließlich auf interferometrischem Wege durchgeführt werden, bietet sich der gut gebündelte intensive Laserstrahl mit seiner großen Kohärenzlänge geradezu für solche Meßzwecke an. Es liegt auf der Hand, daß dann die Stabilität der Laserwellenlänge den Genauigkeitsanforderungen der Längenmessung entsprechen muß. Will man also beispielsweise eine Distanz von 10 m mit der Genauigkeit von 0,1 μm vermessen, muß die relative Stabilität des Lasers besser als 10^8 sein. Dabei ist für absolute Längenmessungen natürlich erforderlich, daß die Wellenlänge mit dieser Genauigkeit reproduzierbar eingestellt werden kann.

Bisher hat man den absoluten Wert der für solche Meßaufgaben verwendeten Laserwellenlänge durch interferometrischen Vergleich mit der Krypton-Wellenlänge als primärem Längenstandard erhalten. Da aber diese Prozedur recht aufwendig ist und darüber hinaus Laserlichtquellen mittlerweile mit wesentlich höheren Werten für die Reproduzierbarkeit der Wellenlänge als konventionelle Krypton-Lampen gebaut werden können, liegt der Gedanke nahe, eine geeignete Laserwellenlänge selbst als primären Längenstandard zu definieren. Tatsächlich wird diese Möglichkeit in den zuständigen internationalen Gremien bereits in Erwägung gezogen in Hinsicht

auf den mit Hilfe der Methan-Absorption stabilisierten He-Ne-Laser, der — wie oben erwähnt — eine Reproduzierbarkeit der Frequenz von 10^{12} gestattet. Lediglich der Umstand, daß dieser Laser in dem für viele Messungen ungünstigen infraroten Spektralbereich arbeitet, dürfte dieses Projekt erschweren. Sobald daher vergleichbare Werte für die Reproduzierbarkeit der Frequenz eines Lasers im sichtbaren Bereich erreicht werden, wird sicher eine Laserwellenlänge als neuer Primärstandard für die Länge eingeführt werden. Dabei sei allerdings nicht verschwiegen, daß es erhebliche Schwierigkeiten bereiten wird, insbesondere wegen der Brechungsindexänderungen der Luft, die extreme Genauigkeit eines solchen Längenstandards praktisch wirklich voll auszuschöpfen. Auf der anderen Seite verspricht natürlich die Kopplung einer solch genauen Längenmessung mit einer Zeitmessung, die mit Hilfe der konventionellen Mikrowellenstandards durchgeführt werden kann, wesentlich genauere Werte für die Lichtgeschwindigkeit und andere damit verbundene Naturkonstanten.

Hinsichtlich der Entwicklung eines Zeitstandards erscheint zwar zur Zeit die relative Genauigkeit des jetzt benutzten Mikrowellen-Cäsium-Standards von 10^{11} bis 10^{12} als ausreichend, hier sollte jedoch ein Zeitstandard bei Lichtfrequenzen dem bisher im Mikrowellenbereich benutzten vor allem im Hinblick auf eine Verkürzung der Meßdauer überlegen sein. In diesem Zusammenhang ist allerdings das Problem einer absoluten Frequenzmessung zu lösen, das in der recht komplizierten Aufgabe besteht, eine geeignete Laserfrequenz an die bekannte Standardfrequenz im Mikrowellenbereich anzuschließen. An dieser Problematik wird jedoch bereits seit einigen Jahren, insbesondere in den USA, gearbeitet. Ausgehend von der Absolutmessung einer Laserfrequenz im fernen Infrarot (z. B. $\lambda = 337\,\mu$m, HCN-Laser) ist man schrittweise über die Frequenz der CO_2-Laserstrahlung bis zu der Frequenz der 3,39 μm-Linie des He-Ne-Lasers gelangt, deren Absolutwert bereits mit einer Genauigkeit von etwa 10^9 bestimmt werden konnte. Man mischt dabei in einer sogenannten Punktkontaktdiode (z. B. mit einem Wolfram-Whisker) die zu messende Laserfrequenz auf geeignete Weise mit einer Harmonischen einer schon bekannten Laserfrequenz sowie bekannten Mikrowellenfrequenzen, so daß mit dem Nachweis der Differenzfrequenz im MHz-Bereich die unbekannte Laserfrequenz ermittelt werden kann. Die Gruppe amerikanischer Autoren (Evenson u. a. (1972)), die auf diese Weise die absolute Frequenz des He-Ne-Lasers mit der angegebenen Genauigkeit von etwa 10^9 ermittelte, hat auch die absolute Wellenlänge dieses Lasers mit Hilfe eines frequenzkontrollierten Interferometers mit ähnlicher Genauigkeit gemessen. Sie fanden damit einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit, dessen Genauigkeit $\frac{\delta c}{c} = 4 \cdot 10^{-9}$ um etwa zwei Größenordnungen über der des bisher bekannten Wertes liegt.

Zu den physikalisch interessantesten Experimenten, die ferner mit frequenzstabilen Lasern möglich werden, zählt zweifellos die Überprüfung der von Dirac stammenden Hypothese, nach der sich die physikalischen Grundkonstanten im Laufe der Zeit als Folge der Expansion des Weltalls ändern (vgl. Basow und Letochow (1968)).

Eine weitere in diesem Zusammenhang interessante Anwendung bietet sich in der Mikroseismographie an. Hier wird der frequenzstabile Laser benutzt, um relative Längenänderungen mit höchster Empfindlichkeit nachzuweisen. So wurde beispielsweise über Experimente berichtet (Levin und Hall (1970)), bei denen mit Hilfe eines auf die Methan-Linie stabilisierten He-Ne-Lasers relative Längenänderungen bis zu 10^{-13} registriert werden konnten. Man glaubt, mit einer ähnlichen Meßanordnung die Gravitationsstrahlung von Pulsaren nachweisen zu können.

8.4.4. Hochauflösende Spektroskopie

Die wesentlichste und für die Zukunft gewichtigste Anwendung frequenzstabiler Laser liegt jedoch auf dem Gebiet der Spektroskopie höchster Auflösung. Die Grundlage dieses spektroskopischen Verfahrens ist die nichtlineare Absorption von Licht in gasförmigen Substanzen. Wir haben ein Beispiel für einen nichtlinearen Sättigungseffekt bereits bei der Diskussion des „inversen Lamb-dips" im Zusammenhang mit den verschiedenen Methoden der Frequenzstabilisierung kennengelernt. Bringt man ein gasförmiges Molekülsystem in Wechselwirkung mit einer stehenden Lichtwelle ausreichender Intensität, dann erhält man beim Durchstimmen der Laserfrequenz an den Stellen Peaks in der Lichtintensität, wo die Laserfrequenz mit Absorptionslinien des Molekülsystems zusammenfällt. Die Breite dieser Peaks ist — wie oben dargestellt — durch die homogene Linienbreite gegeben und kann daher bei geringen Drücken des gasförmigen Mediums um mehr als 3 Größenordnungen geringer als die Doppler-Breite der entsprechenden Absorptionslinien sein. Man kann auf diese Weise mehr als 1000 Linien innerhalb des Doppler-Profils auflösen und hat damit bei einem Auflösungsvermögen von etwa 10^9 die Möglichkeit, die Hyperfeinstruktur von Molekülspektren mit höchster Genauigkeit zu registrieren.

Die Potenzen und die Aussagefähigkeit dieses neuen spektroskopischen Verfahrens sind mittlerweile an einer ganzen Reihe von Molekülen untersucht worden. Ein eindrucksvolles Beispiel wurde von Goldberg und Yusek (1970) am SF_6 demonstriert. Diese Moleküle zeigen, insbesondere auf Grund ihrer großen Masse und wegen der Coriolis-Wechselwirkung, eine große Dichte von Spektrallinien in dem Wellenlängenbereich des CO_2-Lasers bei 10,6 μm. Die Autoren fanden mit Hilfe der Lamb-dip-Spektroskopie bei Abstimmung der Frequenz eines CO_2-Lasers über einen Bereich von 80 MHz 43 Absorptionslinien, die man bisher wegen der Doppler-Verbreiterung der Linien nicht auflösen konnte. Die Frequenzdifferenz benachbarter Linien wurde dabei auf 0,1 MHz genau bestimmt.

In Abb. 116 ist als weiteres Beispiel das in einem anderen Experiment erhaltene Signal dargestellt, das die Hyperfeinstruktur von molekularem Jod bei der Wellenlänge 0,521 μm eines Krypton-Lasers zeigt.

Für die Anwendung der hochauflösenden Spektroskopie ist eine ausreichende

Breite des spektralen Abstimmbereiches der Lichtquelle von wesentlicher Bedeutung. Zur Zeit ist man auf die mehr oder weniger zufällige Übereinstimmung des Spektralbereichs der zu untersuchenden Substanz mit einer Laserlinie angewiesen, so daß der Abstimmbereich auf die Doppler-Breite der verwendeten Laserlinie (50 bis 1 500 MHz) beschränkt ist. Eine begrenzte Erweiterung des Abstimmbereiches ist über Stark- und Zeeman-Effekt möglich. Mit Hilfe äußerer elektrischer bzw. magnetischer Felder lassen sich die Molekülniveaus der interessierenden Substanz

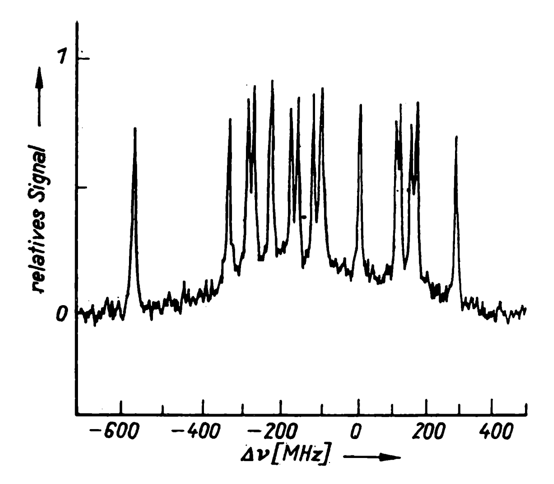


Abb. 116. Hyperfeinstruktur von J_2^{127} bei der Wellenlänge 0,521 μm. Der dargestellte Abstimmbereich der Laserfrequenz entspricht der Doppler-Breite der verwendeten Krypton-Laserlinie (nach LEVENSON und SCHAWLOW (1972))

mit benachbart liegenden Laserfrequenzen synchronisieren. Für eine breitere Anwendung ist allerdings eine kontinuierliche Abstimmung über den Bereich von einigen μm erforderlich. Für diesen Zweck bieten sich die in den Abschnitten 4.5. und 4.6. oder in Kapitel 7. diskutierten abstimmbaren Laserlichtquellen an. In der Tat ist man seit einiger Zeit in verschiedenen Laboratorien bemüht, die Einsatzmöglichkeiten des Farbstofflasers, des optischen parametrischen Oszillators und des Spinflip-Lasers für die hochauflösende Spektroskopie zu prüfen. Ein Hauptproblem ist dabei, die Laserstrahlung mit ausreichender Intensität und Frequenzschärfe zu erhalten. Die Linienbreite des verwendeten Laserlichtes muß natürlich kleiner sein als die Breite der aufzulösenden Absorptionslinien und sollte daher in der Größenordnung von einigen MHz liegen. Nachdem zuerst ein Farbstofflaser im Impulsbetrieb erfolgreich angewendet wurde (HÄNSCH, SHAHIN und SCHAWLOW (1971)), sind in der Zwischenzeit eine ganze Reihe spektroskopischer Untersuchungen mit kontinuier-

lichen Farbstofflasern im sichtbaren Spektralbereich sowie mit dem Spinflip-Laser und dem Halbleiterlaser im Infraroten durchgeführt worden.

Die Intensität der verwendeten Laserstrahlung spielt eine Rolle im Hinblick auf die Nachweisempfindlichkeit des spektroskopischen Verfahrens. Auf Grund des nichtlinearen Charakters der Absorptionseffekte, die bei der hochauflösenden Spektroskopie ausgenutzt werden, wächst der Kontrast der nachzuweisenden Intensitätspeaks mit der Lichtintensität. Da man im Hinblick auf eine eindeutige Zuordnung der Linien meist den Einmodenbetrieb anstrebt, setzt man die Absorptionszelle häufig in den Laserresonator, um bei einer den Einmodenbetrieb garantierenden kurzen Resonatorlänge eine ausreichende Strahlungsdichte zu realisieren. Der in diesem Fall verwendete experimentelle Aufbau entspricht dann völlig dem in Abb. 115 dargestellten Schema. Für spektroskopische Anwendungen günstiger ist jedoch eine äußere Absorptionszelle, weil man in diesem Fall in der Wahl der experimentellen Parameter, beispielsweise der Länge der Absorptionszelle, variabler ist.

Bei geringen Kontrasten der Absorptionspeaks empfehlen sich elektronische Methoden, mit deren Hilfe die Nachweisempfindlichkeit erhöht werden kann. Häufig integriert man dabei das Ausgangssignal über einen größeren Zeitraum von beispielsweise einigen Sekunden, um das Signal/Rausch-Verhältnis zu verbessern. Dafür ist dann allerdings Voraussetzung, daß eventuelle Änderungen der Laserfrequenz für diese Zeit kleiner als die Peakbreite sind, so daß neben einer geringen Linienbreite auch eine gute Konstanz der Laserfrequenz vorliegen muß. Weitere Anforderungen an die Frequenzstabilität des verwendeten Laserlichts lassen sich ableiten, wenn man berücksichtigt, daß für die Relativmessung von Linienabständen die Frequenz für die Dauer der Messung, für Absolutmessungen der Lage einzelner Linien die Frequenz jedoch reproduzierbar stabil sein muß.

Auf dem Gebiet der hochauflösenden Spektroskopie sind in den letzten Jahren intensive Forschungsarbeiten ausgeführt worden. Es existieren zur Zeit neben der bekannten Lamb-dip-Spektroskopie eine Reihe weiterer Verfahren, bei denen Atom- bzw. Moleküllinien mit einer der homogenen Linienbreite entsprechenden Auflösung registriert werden können. Mit Hilfe dieser Methoden sind bereits einige wertvolle Erkenntnisse im Bereich der analytischen Chemie, insbesondere in der Strukturanalyse, gewonnen worden. Aus der Analyse der Fein- und Hyperfeinstruktur der Molekülspektren konnten Angaben über eine Reihe von Molekülkonstanten (z. B. Wechselwirkungskonstanten, Dipol- und Quadrupolmomente) mit einer bisher noch nicht erreichten Genauigkeit erhalten werden. Neben diesen Aussagen von vorwiegend wissenschaftlichem Interesse wird die hochauflösende Spektroskopie in Zukunft auch zur Lösung praktischer Probleme beitragen. So ist beispielsweise denkbar, daß dieses Verfahren benutzt wird, um auf optischem Wege die Zusammensetzung eines Gasgemisches aus vielen Komponenten zu analysieren. Damit wäre dann u. a. bei bestimmten chemischen Umsetzungen eine unmittelbare direkte Kontrolle des Prozeßablaufs möglich. Allgemein kann man feststellen, daß diese neue

spektroskopische Methode überall dort Anwendung finden wird, wo sich die bisher benutzten spektroskopischen Verfahren hoher Auflösung, wie die Mikrowellenspektroskopie, nicht oder nur unter Schwierigkeiten anwenden lassen.

8.4.5. Isotopentrennung mit Laserlicht

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir erläutert, wie durch den Einsatz einer intensiven Laserlichtquelle mit hoher Frequenzstabilität die hochauflösende Spektroskopie mit Werten für die spektrale Auflösung ermöglicht wird, die um mehrere Größenordnungen über denen der besten konventionellen Spektrographen liegen. Darüber hinaus bietet der Laser aber auch als Lichtquelle für bisher übliche Verfahren der Spektroskopie eine Reihe von Vorteilen gegenüber den konventionellen Lichtquellen. Ein eindrucksvolles Beispiel dafür stellt die Isotopentrennung mittels Laserlicht dar, eine Anwendung, zu der in jüngster Zeit verschiedene Vermutungen und Erwartungen geäußert wurden und an deren Grundlagen in führenden Laserlaboratorien der Welt intensiv gearbeitet wird (siehe z. B. LETOCHOW (1973)).

Man nutzt bei diesem Verfahren die Isotopieverschiebung, z. B. in den Rotations-Schwingungs-Banden der Moleküle, aus, um mit einem Laserstrahl geeigneter Frequenz eine bestimmte Molekülgruppe mit dem gewünschten Isotop selektiv anzuregen. Hat der Laser eine hinreichend geringe Linienbreite und eine ausreichende Frequenzstabilität, dann wird nur diese eine Molekülgruppe das Licht absorbieren, während alle anderen Moleküle unbeeinflußt bleiben. In einem der vorgeschlagenen Verfahren benutzt man beispielsweise die Infrarotstrahlung eines CO_2-Lasers, um ein bestimmtes Molekül isotopenselektiv vom Schwingungsgrundzustand in einen höheren Rotations-Schwingungs-Zustand anzuregen. Die angeregten Moleküle können dann durch Absorption der Strahlung einer UV-Lichtquelle in das Ionisations- oder Dissoziationskontinuum überführt und anschließend elektromagnetisch oder durch chemische Reaktionen abgetrennt werden.

Es liegt nahe, daß man bemüht ist, ein derartiges Verfahren zur Urananreicherung zu verwenden. Trotz einer Reihe von Schwierigkeiten — z. B. gibt es nur wenige Uranverbindungen mit ausreichendem Dampfdruck — konnten bereits kleine Mengen stark angereicherten Urans gewonnen werden. Neben dem hohen Anreicherungsgrad ist dabei des weiteren von Vorteil, daß man das natürliche Uran viel weiter abreichern kann als bei den konventionellen Verfahren. Abschätzungen zeigen, daß darüber hinaus der Energiebedarf bei der Lasermethode wesentlich niedriger ist als bei den bisher üblichen Zentrifugen- oder Diffusionsverfahren, so daß eine wirtschaftliche Nutzung der Isotopentrennung mittels Laserlicht aller Voraussicht nach zu erwarten ist.

8.5. Holographie

8.5.1. Einleitung

Das in den Jahren 1947/48 von D. GABOR (1948) entwickelte Verfahren der Holographie ist ein modernes optisches Aufzeichnungs- und Wiedergabeverfahren. Es stellt gegenüber den klassischen Aufzeichnungsverfahren (Kombination von optischer Abbildung und Photographie) ein qualitativ neues Prinzip dar. Mit Hilfe der Holographie ist es erstmals möglich, optische Wellenfelder komplett mit ihren wesentlichen Parametern (Amplitude, Phase, Polarisationszustand) zu speichern und zu reproduzieren. Dabei hat erst die Einführung der Laser mit ihrem weitgehend kohärenten Licht die Holographie zu dem sich rasch entwickelnden Forschungsgegenstand gemacht, der bereits heute vielfache Anwendungen findet. Für seine grundlegenden Arbeiten erhielt GABOR 1971 den Nobelpreis.

8.5.2. Grundlagen

Die Holographie beruht auf der Beugung und Interferenz kohärenter Wellen, deren Gesetzmäßigkeiten beim Aufnahme- und Wiedergabeprozeß (Rekonstruktion) wirksam werden. Bei der Wechselwirkung mit kohärentem Licht prägt das Objekt als Folge der Beugung, Streuung, Reflexion und Transmission die optisch erfaßbare Objektinformation dem Wellenfeld auf. Das führt zu einer Signalwelle mit einer im allgemeinen komplexen Amplitude

$$\mathbf{A}_S = A_S e^{i\varphi_S}, \tag{8,4}$$

die die dem Objekt zugeordnete optische Information enthält. In der optischen Holographie bezeichnet die Größe $\mathbf{A}_S$ die elektrische Feldstärke. Die Größen A_S und φ_S hängen von den Raumkoordinaten ab, die Zeitabhängigkeit kann wegen der Stationarität der Felder außer Betracht bleiben. Diese Signalwelle ist von zentraler Bedeutung, da sie im Prinzip alle optisch erfaßbaren Informationen über das Objekt enthält. Ihre Aufzeichnung jedoch ist mit einfachen photographischen Mitteln nicht möglich, da die Photoschicht als quadratischer Empfänger nur die Intensität, d. h.

$$I = \mathbf{A}_S\mathbf{A}_S^* = |A_S|^2 \tag{8,5}$$

registriert. Die wesentliche Phaseninformation geht dabei also verloren. Um auch die Phase der Signalwelle zu erfassen, bedient man sich nun der Methode des kohärenten

Hintergrundes (ähnlich wie beim Phasenkontrastverfahren). Dieser „Hintergrund“ wird in der Holographie als Referenzwelle bezeichnet, und es ist vorteilhaft, eine einfache Welle (ebene Welle oder Kugelwelle), die natürlich mit der Signalwelle kohärent sein muß, als Referenzwelle zu wählen.

Wird für die Referenzwelle ein komplexer Ausdruck der Form

$$\mathbf{A}_\mathrm{R} = A_\mathrm{R} e^{i\varphi_\mathrm{R}} \tag{8,6}$$

angenommen, so gilt für die Überlagerung und Interferenz von Signal- und Referenzwelle $\mathbf{A} = \mathbf{A}_\mathrm{S} + \mathbf{A}_\mathrm{R}$.

Ein photographisches Medium registriert — in vereinfachter Darstellung — die daraus folgende Intensitätsverteilung

$$I = \mathbf{A}\mathbf{A}^* = |A_\mathrm{S}|^2 + |A_\mathrm{R}|^2 + \mathbf{A}_\mathrm{S}\mathbf{A}_\mathrm{R}^* + \mathbf{A}_\mathrm{S}^*\mathbf{A}_\mathrm{R}. \tag{8,7}$$

Auf diese Weise wird das sogenannte Hologramm erhalten. Gl. (8,7) zeigt, daß die Signalwelle in dem Produkt $\mathbf{A}_\mathrm{S}\mathbf{A}_\mathrm{R}^*$ erhalten bleibt und daß daneben noch der zur Signalwelle $\mathbf{A}_\mathrm{S}$ konjugiert komplexe Ausdruck $\mathbf{A}_\mathrm{S}^*$, d. h. eine Welle mit entgegengesetztem Phasenverlauf, auftritt. Wir haben es hier mit einer Eigentümlichkeit der Holographie zu tun. Diese hat zur Folge, daß im allgemeinen zwei Bilder auftreten, ein virtuelles und ein reelles. Die Gl. (8,7) läßt sich auch in der Form

$$I = |A_\mathrm{S}|^2 + |A_\mathrm{R}|^2 + 2A_\mathrm{S}A_\mathrm{R}\cos(\varphi_\mathrm{S} - \varphi_\mathrm{R}) \tag{8,8}$$

schreiben, und man erkennt, daß es sich um einen üblichen Interferenzausdruck handelt, in dessen variablem Term die Phaseninformation enthalten ist.

Wird in das photographische Medium, das die durch die Gleichungen (8,7) bzw. (8,8) beschriebene Verteilung trägt, eine kohärente Rekonstruktionswelle

$$\mathbf{A}_\mathrm{C} = A_\mathrm{C} e^{i\varphi_\mathrm{C}} \tag{8,9}$$

eingestrahlt, so folgt ein Ausdruck der Form

$$\mathbf{A}_\mathrm{C} I = \mathbf{A}_\mathrm{C}(|A_\mathrm{S}|^2 + |A_\mathrm{R}|^2) + \mathbf{A}_\mathrm{C}\mathbf{A}_\mathrm{S}\mathbf{A}_\mathrm{R}^* + \mathbf{A}_\mathrm{C}\mathbf{A}_\mathrm{S}^*\mathbf{A}_\mathrm{R}. \tag{8,10}$$

Aus Gl. (8,10) lassen sich bereits eine Reihe interessanter Schlußfolgerungen ziehen, die eine Andeutung der spezifischen Möglichkeiten der Holographie vermitteln. Wählt man $\mathbf{A}_\mathrm{C} \equiv \mathbf{A}_\mathrm{R}$, d. h., entsprechen die Rekonstruktionsbedingungen den Aufnahmebedingungen, so liefert Gl. (8,10) u. a. einen Term $|A_\mathrm{R}|^2\mathbf{A}_\mathrm{S}$, die Signalwelle tritt also praktisch in „reiner“ Form auf. Wählt man andererseits $\mathbf{A}_\mathrm{C} \equiv \mathbf{A}_\mathrm{R}^*$, wird also die konjugierte Referenzwelle als Rekonstruktionswelle eingestrahlt, so ergibt sich u. a. ein Term $|A_\mathrm{R}|^2\mathbf{A}_\mathrm{S}^*$, der zeigt, daß jetzt die konjugierte Signalwelle auftritt. Dieses Umstandes bedient man sich oft, um ohne optische Hilfsmittel reelle Bilder zu erzeugen. Es kann jedoch auch die Signalwelle oder die ihrem konjugierten Ausdruck entsprechende zur Rekonstruktion eingestrahlt werden. Aus Gl. (8,10) folgen dann die beiden Terme $|A_\mathrm{S}|^2\mathbf{A}_\mathrm{R}$ bzw. $|A_\mathrm{S}|^2\mathbf{A}_\mathrm{R}^*$, die zeigen, daß nun die frühere Referenzwelle bzw. ihre konjugiert Komplexe hervorgerufen werden. Diese „Reziprozität“ von Signal- und Referenzwelle ist ebenfalls für manche Anwendungen von Bedeutung.

Der eben angedeutete Sachverhalt ist Ausdruck einer allgemeinen Gesetzmäßigkeit in der Theorie von Wellenfeldern bzw. in der skalaren Theorie der Beugung. Wie entsprechende Sätze (Greensches Theorem, Integralsatz von HELMHOLTZ-KIRCHHOFF) besagen, kann die Lösung der Wellengleichung in einem Volumen angegeben werden, wenn die entsprechenden Randwerte auf einer das Volumen umspannenden Fläche bzw. auf einem Ausschnitt derselben bekannt sind. Das Hologramm, das die dem Objekt zugeordnete Signalwelle gespeichert hat, wirkt als Träger der Randwerte und prägt bei der Rekonstruktion diese Größen der Rekonstruktionswelle dergestalt auf, daß die Signalwelle reproduziert wird und ein echt räumliches Bild des Objekts erscheint. Für manche Probleme der Holographie ist allerdings der Rahmen der skalaren Beugungstheorie nicht mehr ausreichend.

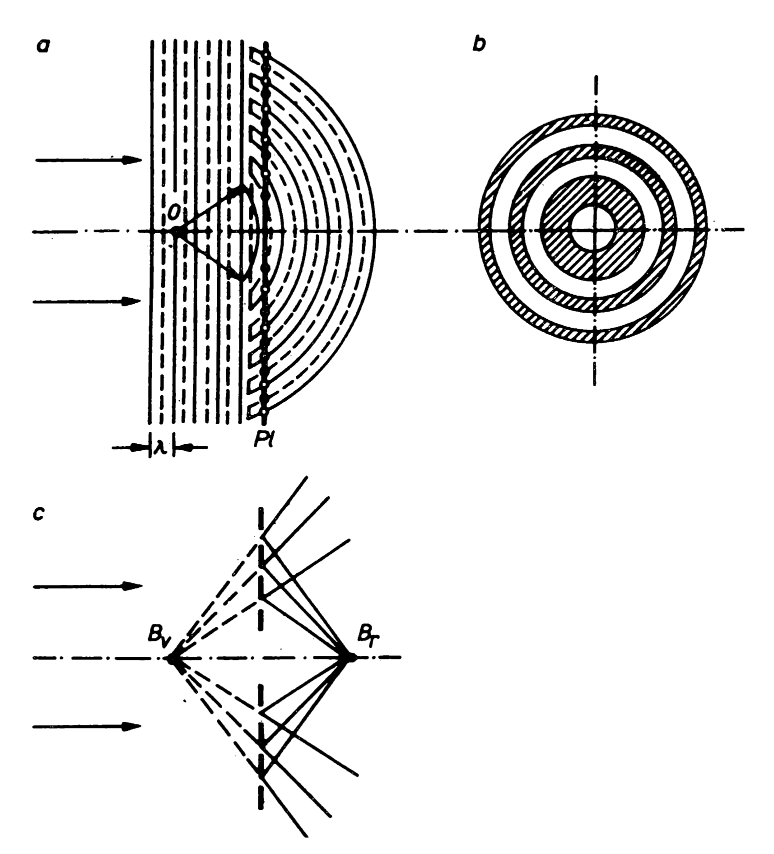


Abb. 117. a) Entstehung des Hologramms eines Punktes in der Ebene *Pl*
b) Hologramm eines Punktes (schematisch)
c) Rekonstruktion des Punktes als virtuelles Bild B_v und reelles Bild B_r

Im folgenden wollen wir einige einfache Beispiele betrachten. Jedes Objekt können wir uns optisch als aus Punkten aufgebaut denken. Ein Punkt stellt damit das einfachste Objekt dar. Gemäß Abb. 117a falle auf ein punktförmiges Objekt *O* eine ebene kohärente Welle. Vom Objekt geht infolge Streuung eine Kugelwelle (Signalwelle A_S des punktförmigen Objekts) aus, die mit der unbeeinflußt weiterlaufenden Welle (Referenzwelle A_R) interferiert. Die resultierende Interferenzfigur (Fresnelsche Zonenfigur, Abb. 117b) wird in der Ebene *Pl* photographisch aufgenommen und ist das Hologramm des punktförmigen Objekts. Nach der Entwicklung wirkt diese Struktur als rotationssymmetrisches Gitter mit nach außen abnehmender Gitterkonstante. Fällt auf dieses Gitter (Abb. 117c) eine ebene kohärente Welle (Rekonstruktionswelle A_C) ein, so treten infolge Beugung zwei Kugelwellen auf. Die divergente Welle scheint von einem virtuellen Bildpunkt B_v auszugehen, der den optischen Ersatz des Objekts darstellt. Da diese Welle der Fortsetzung der bei der Aufnahme vorliegenden Signalwelle entspricht, wird sie auch als „wahre Bildwelle" bezeichnet. Die zum reellen Bildpunkt B_r konvergierende Welle heißt konjugierte Bildwelle und liefert ohne optische Hilfsmittel ein reelles Bild des Objekts.

Den eben beschriebenen Vorgang können wir uns nun sinngemäß auf kompliziertere Objekte erweitert denken. Die Signalwelle ist dann eine entsprechend kompliziertere Welle (Überlagerung von Kugelwellen), woraus eine entsprechend komplexe Struktur des Hologramms (Überlagerung von Zonenlinsen) resultiert. Da bei dieser Art Holographie die mittleren Richtungen von Objekt- und Referenzwelle übereinstimmen, spricht man von Geradeaus-Holographie. Ihr wesentlicher Nachteil besteht darin, daß (vgl. Abb. 117c) virtuelles und reelles Bild in gleicher Blickrichtung liegen, so daß beim Betrachten eines Bildes immer das andere als unscharfer Hintergrund erscheint.

Ausgehend von Abb. 118 ergibt sich ein anderer wichtiger Hologrammtyp. Die Signalwelle möge eine schräg rechts von oben einfallende ebene Welle (Signalwelle des unendlich fernen Punktes) und die Referenzwelle eine senkrecht auf *Pl* fallende ebene Welle sein. Als Interferenzstruktur (Hologramm) resultiert ein ebenes Gitter, dessen Gitterkonstante durch $g = \dfrac{\lambda}{\sin \Theta}$ gegeben ist. Nehmen wir für die Lichtwellenlänge $\lambda = 0{,}5\ \mu\text{m}$ an, so wird g für mittlere Winkel Θ etwa $1\ \mu\text{m} = 10^{-3}$ mm sein. Der Kehrwert von g liefert die zugeordnete Ortsfrequenz $\mu = \dfrac{1}{g} \approx 1000$ Linien/mm. In der praktischen Holographie hat man es im allgemeinen mit Ortsfrequenzen von einigen hundert bis zu einigen tausend Linien pro mm zu tun, so daß die verwendeten Aufzeichnungsmaterialien ein extrem hohes Auflösungsvermögen haben müssen (Mikratmaterialien). Bei Einstrahlung einer ebenen Rekonstruktionswelle in das Gitter (vgl. Abb. 118) treten wahre und konjugierte Bildwelle als die beiden 1. Beugungsordnungen auf. Beide sind richtungsmäßig getrennt. Hätten wir in dieser Konfiguration ein Objekt aufgenommen, so könnten

wir die beiden Bilder in unterschiedlichen Richtungen, d. h. ohne gegenseitige Überlagerung, beobachten. Diese Art der holographischen Aufnahme, bei der die mittleren Richtungen von Objekt- und Referenzwelle einen Winkel einschließen, hat große praktische Bedeutung erlangt und wird als Trägerfrequenzholographie bezeichnet.

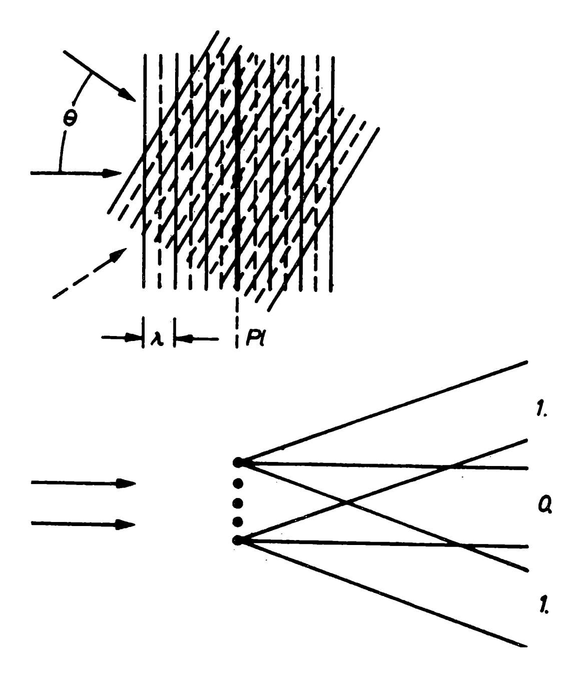


Abb. 118. Entstehung eines Gitters als Interferenzfigur von zwei ebenen Wellen, die unter einem Winkel Θ aufeinandertreffen, und Beobachtung in den beiden Richtungen der 1. Beugungsordnung bei der Rekonstruktion

8.5.3. Hologrammtypen

Neben den mittleren Richtungen der beiden Wellenanteile gibt es noch andere Gesichtspunkte, nach denen man Hologramme einteilen kann und von denen wir im folgenden noch einige stichpunktartig notieren wollen.

Beim Bildfeldhologramm befindet sich das Objekt bzw. sein Bild bei der Aufnahme annähernd am Ort des Hologramms. Ist die Entfernung zwischen Objekt und Hologramm groß gegen die Objektdimensionen, so daß der Fall der Fraunhofer-Beugung vorliegt, so sprechen wir von einem Fraunhofer-Hologramm.

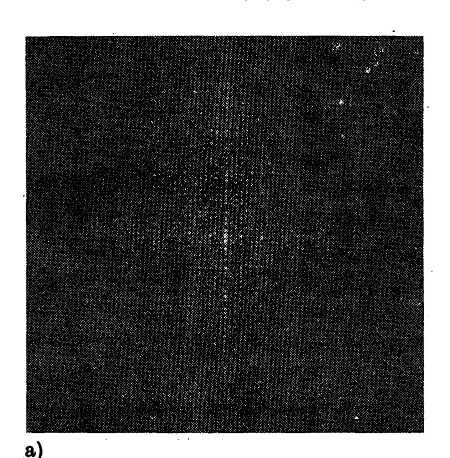
Im Grenzfall der Fraunhofer-Beugung, d. h., wenn der Objektabstand unendlich wird, erhalten wir ein Fourier-Hologramm. Die praktische Realisierung erfolgt z. B. mit einer Linse, in deren vorderer Brennebene das Objekt und in deren hinterer Brennebene das Hologramm angeordnet ist

Beim Amplitudenhologramm ist das Interferenzmuster als Schwärzungsverteilung im Hologramm gespeichert und moduliert die Rekonstruktionswelle durch Extinktion, während beim Phasenhologramm das Interferenzmuster als Oberflächenrelief oder Brechungsindexverteilung gespeichert ist und im Idealfall nur die Phase der Rekonstruktionswelle beeinflußt. Amplitudenhologramme in photographischen Schichten sind durch chemisches Bleichen in Phasenhologramme überführbar.

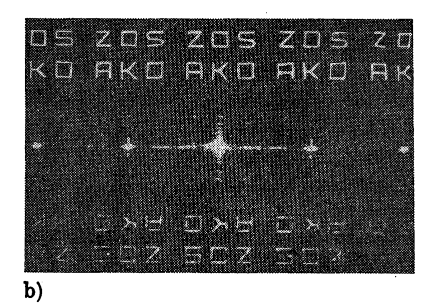
Ist die Dicke des Aufzeichnungsmediums vergleichbar mit der Gitterkonstante der Interferenzstrukturen, so sprechen wir von einem ebenen Hologramm, während bei einem Volumenhologramm die Dicke des Mediums groß gegen die Gitterkonstante der Interferenzstrukturen ist. Ein Volumenhologramm erhält man z. B. bei Verwendung von dicken Photoschichten ($d > 10\,\mu m$) oder von lichtempfindlichen Kristallen zur Hologrammaufzeichnung. Solche Volumenhologramme zeigen besondere Eigenschaften infolge des Bragg-Effekts. Das Zwillingsbild ist mehr oder weniger unterdrückt und beim Rekonstruktionsprozeß tritt Richtungs- und Wellenlängenselektivität auf.

Zu nichtoptischen Hologrammen gehören Hologramme, die mittels Ultraschallwellen oder Mikrowellen nach ähnlichen Prinzipien wie optische Hologramme erzeugt werden. Ihre Umsetzung in eine optische Transparenz und die Rekonstruktion mit Laserlicht liefern ein sichtbares räumliches Bild des mit Ultraschall oder Mikrowellen untersuchten Gegenstandes. Wichtige Anwendungsgebiete der nichtoptischen Holographie sind Materialuntersuchungen, Unterwasserortung, Radiotechnik und medizinische Probleme.

Als besonders interessant erscheint noch das synthetische Hologramm, bei dem das



a)



b)

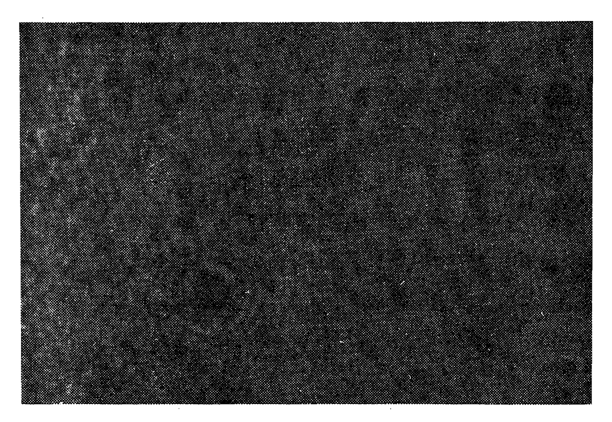
Abb. 119. a) Nach Rechnung gezeichnetes und optisch verkleinertes Hologramm der Struktur ZOS AKO

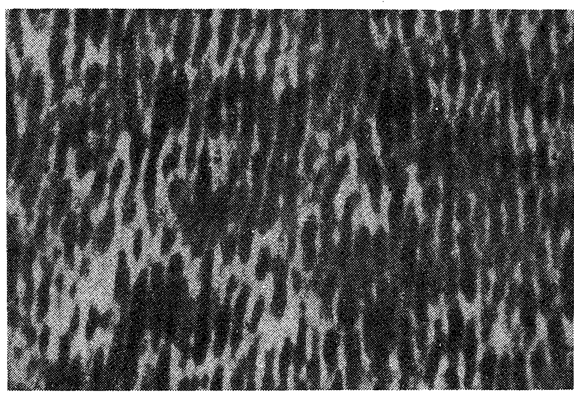
b) Rekonstruktion der Struktur ZOS AKO aus dem Hologramm

(Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie der Akademie der Wissenschaften der DDR)

:inem (mathematisch vorgegebenen) Objekt zug‹ peziellen Rechenvorschriften (z. B. schnelle F‹ Computer berechnet und durch geeignete Vorrich :onstruierbares Hologramm umgesetzt wird. Als Bei: Struktur ZOS AKO berechnet und gezeichnet (Al :eigt Abb. 119b. Daneben gibt es noch weitere Sond Herstellung, Art der Referenzwelle u. dgl. unterschei

Nach dem Dargelegten ist die Bedeutung eines gee ür das Hologramm offensichtlich. Abb. 120 zeigt ‹ größerung, in der erst das die Information tragenc ıochauflösenden Photoemulsionen eignen sich auch





.bb. 120. a) Hologramm in natürlicher Größe (Die sichtba nd haben mit der aufgezeichneten Information nichts zu tı) In 750facher Vergrößerung zeigt sich das die Informat

Dichromatschichten sowie Schichten bzw. Kristalle mit photochromen, ferroelektrischen, thermoplastischen oder magnetooptischen Eigenschaften zur Aufzeichnung von Hologrammen. Die letztgenannte Gruppe ermöglicht die Löschung der eingeschriebenen Informationen und die erneute Verwendung (reversible Medien), eine Eigenschaft, die insbesondere für Zwecke der Datenspeicherung von Bedeutung ist.

Fassen wir die Besonderheiten des holographischen Prozesses kurz zusammen, wie sie sich aus den vorstehenden Überlegungen ergeben.

In der Holographie werden Wellenfelder hinsichtlich ihrer wesentlichen Parameter aufgezeichnet und reproduziert. Insbesondere werden echt räumliche Bilder dreidimensionaler Objektstrukturen geliefert.

Die Abbildungseigenschaften einschließlich Aberrationen hängen von der Aufnahme- und Wiedergabekonfiguration, der Wellenlänge und weiteren Parametern ab.

Die jedem Objektpunkt zugeordnete Information wird über ein gewisses Hologrammgebiet verteilt (redundante Aufzeichnung).

Daraus resultiert eine Unempfindlichkeit gegenüber Störungen. Signal- und Referenzwelle sind zueinander „reziprok", d. h., bei Einstrahlung der Referenzwelle in das Hologramm tritt die Signalwelle auf und umgekehrt.

Im allgemeinen tritt neben der wahren Bildwelle eine konjugierte auf, deren Phasenverhalten gerade gegenläufig zu dem der Signalwelle ist.

In einem Hologramm sind mehrere Signalwellen „übereinander" speicherbar, die verschiedenen Objekten, verschiedenen Objektzuständen, verschiedenen Farben u. dgl. zugeordnet sein können.

Volumenhologramme zeigen infolge des Bragg-Effekts ein selektives Verhalten bezüglich Orientierung bzw. Wellenlänge (Möglichkeit der Winkel- oder Wellenlängencodierung).

Hologramme sind auch berechenbar und synthetisch herstellbar, d. h., ein Objekt muß nicht unbedingt materiell existieren, um im Hologramm und durch Rekonstruktion sein Bild zu erzeugen. Holographie ist auch mit nichtoptischen Wellen möglich. Ultraschallwellen erlauben z. B. einen „Blick" in das Innere von Körpern, die für Licht undurchlässig sind.

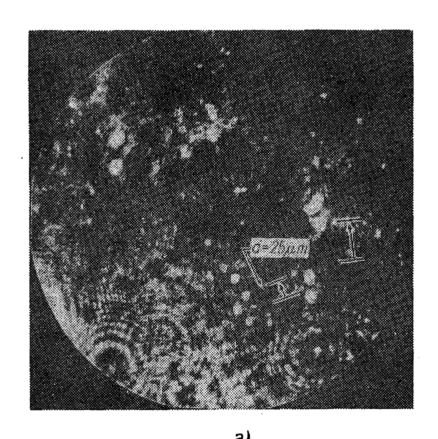
8.5.4. Einige Anwendungsmöglichkeiten der Holographie

Aus den eben aufgezählten Besonderheiten resultieren mannigfache Anwendungsmöglichkeiten, die teilweise bereits Bedeutung für Technik und Forschung erlangt haben.

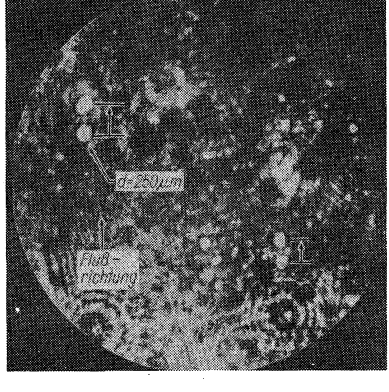
Da ein Tiefenschärfeproblem bei der holographischen Abbildung praktisch nicht existiert, kann man sie vorteilhaft zur Aufnahme räumlicher Teilchenverteilungen (Aerosole, zerstäubte Treibstoffe) einsetzen. Viele tausend Teilchen mit Durch-

messern zwischen etwa 5 und 500 μm können mit einer Aufnahme in Probentiefen von einigen cm bis zu einigen dm erfaßt werden. Die Auswertung kann dann im rekonstruierten reellen Bild erfolgen. Die Abb. 121 zeigt zwei solche Aufnahmen, die durch Doppelbelichtung auch die Bewegung der Teilchen zwischen den beiden Belichtungen festzustellen gestatten. Die Möglichkeit, gewisse Objekttiefen mit einer Aufnahme zu erfassen, ist auch von Bedeutung für die Anwendung der Holographie in der Mikroskopie. Da die rein holographische, linsenlose Erzeugung stark vergrößerter Bilder vor allem infolge der Aberrationen nur begrenzt möglich ist, hat es sich als vorteilhaft erwiesen, Prinzipien der konventionellen Mikroskopie und der Holographie zu kombinieren. Die Anfertigung eines Hologramms des vergrößerten Zwischenbildes liefert Bilder, die fast die Auflösung der konventionellen Mikroskopie erreichen und gleichzeitig Objekttiefen von einigen 10 μm erfassen.

Bereits technische Bedeutung hat die Hologramminterferometrie erlangt. Sie beruht auf der Möglichkeit, die zu einem oder mehreren Objektzuständen gehörende Signalwellenverteilung auf dem Hologramm festzuhalten. Wird z. B. ein Objekt in zwei Zuständen, zwischen denen eine Deformation stattgefunden hat, holographisch aufgenommen (Doppelexpositionstechnik), so treten bei der Rekonstruktion zwei den beiden Zuständen entsprechende Bildwellen auf. Ihre kohärente Überlagerung ergibt ein Interferenzstreifensystem, aus dem man mit großer Genauigkeit Rückschlüsse auf die Deformation ziehen kann (Abb. 122). Es ist auch möglich, Objektveränderungen fortlaufend zu beobachten, indem das Objekt nur einmal aufgenommen und das Hologramm nach Entwicklung wieder genau in die Aufnahmeapparatur



a)



b)

Abb. 121. Analyse bewegter Teilchenströme. Durch Doppelbelichtung sind die Positionen von Teilchen in zwei Zeitpunkten festgehalten. Die markierten Teilchen haben einen Durchmesser von 25 μm und 250 μm. a) und b) sind mit 1 cm Unterschied in der Tiefe angefertigt worden (nach Trolinger, Belz und Farmer (1969)).

eingesetzt wird. Das von ihm rekonstruierte Bild wirkt als „Normal", gegen das Objektveränderungen laufend interferometrisch gemessen werden können. Diese Techniken sind für Auflicht- und Durchlichtobjekte durchführbar.

Bei rasch bewegten Vorgängen ist Impulsholographie erforderlich. Als Lichtquellen dienen hierbei Impulslaser. Die Hologramminterferometrie ist bereits auf viele Probleme, insbesondere Meß- und Prüfaufgaben, mit Erfolg angewendet worden. Einige Beispiele sind die Verformungsanalyse bei Kraft- oder Temperatureinwirkung oder die Vibrationsanalyse hoch belasteter Teile, z. B. der Turbinenräder von Strahltriebwerken. In ähnlicher Weise können Plasmen, Verbrennungsvorgänge, Stoßwellen, chemische Reaktionen u. ä. untersucht werden.

Weitere prinzipielle Einsatzmöglichkeiten der Holographie ergeben sich in der Datenspeicherung (holographisch-optischer Speicher).

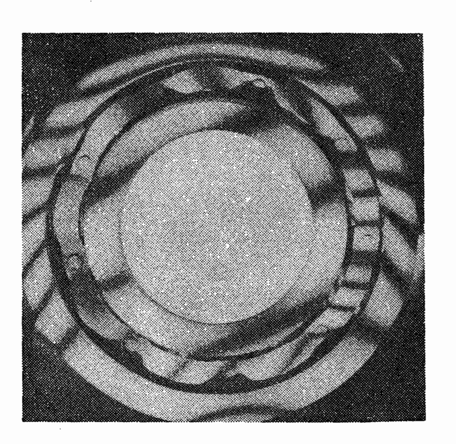


Abb. 122. Zur Hologramminterferometrie. In Doppelexpositionstechnik aufgenommenes Kugellager, das von außen in einem Vierbackenfutter stärker belastet wurde und sich verzogen hat. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Streifen entspricht einer Deformation um eine halbe Lichtwellenlänge

8.5.5. Lichtquellen für die Holographie

Wie die Ausführungen über den holographischen Prozeß gezeigt haben, ist für die Aufnahme und Rekonstruktion von Hologrammen im allgemeinen kohärentes Licht genügender Intensität erforderlich, so daß für eine erfolgreiche Holographie praktisch nur Laser als Lichtquellen in Betracht kommen. Unter speziellen Versuchsbedingungen können zwar Hologramme auch mit inkohärentem Licht (aus konventionellen Lichtquellen) erzeugt werden. Derartige Hologramme haben jedoch keine Bedeutung erlangt, da sie einen hohen Rauschpegel aufweisen und die Speicherkapazität des Aufzeichnungsmediums nur unvollkommen ausgenutzt wird.

Die Eigenschaften der Lichtquellen (räumliche Ausdehnung) und des von ihnen erzeugten Strahlungsfeldes (spektrale Breite, zeitliche und räumliche Kohärenz) beeinflussen bei der holographischen Übertragung vor allem die erzielbare Auflösung

(Punktschärfe) im Bild sowie die Helligkeit des Bildes. Mit sinkendem Kohärenzgrad sowohl bei der Aufnahme als auch bei der Rekonstruktion verschlechtern sich diese Güteparameter. Durch besondere experimentelle Maßnahmen (z. B. Erzeugung achromatischer Streifen) sind Verbesserungen erreichbar. Im allgemeinen gilt jedoch, daß vor allem bei der Aufnahme ein hoher Kohärenzgrad anzustreben ist. Verminderte räumliche Kohärenz führt zur Verringerung des nutzbaren Hologrammdurchmessers und verminderte zeitliche Kohärenz zur Einschränkung des nutzbaren Objektfeldes sowie zur Verkleinerung der effektiven Apertur des Hologramms.

Diese Umstände, verbunden mit der aus einer partiellen Kohärenz resultierenden Herabsetzung des Kontrastes der Interferenzstrukturen im Hologramm bewirken den Abfall an Auflösung und Lichtstärke im rekonstruierten Bild.

Sinngemäß gelten ähnliche Überlegungen für die Rekonstruktion, jedoch sind z. B. bei visueller Beobachtung die Anforderungen an den Kohärenzgrad des Rekonstruktionslichtes bei weitem geringer, da die relativ kleine Augenpupille als Aperturblende wirkt und daher nur kleine Bereiche des Hologramms zur Bildentstehung beitragen, innerhalb welcher auch bei schlechter Gesamtkohärenz der Kohärenzgrad ausreichend ist.

Im allgemeinen sind zur holographischen Aufnahme und Rekonstruktion Gaslaser mit Kohärenzlängen von einigen dm bis zu einigen m oder Impuls-Festkörperlaser erforderlich, deren Kohärenzverhältnisse durch Selektion transversaler und axialer Moden den Bedürfnissen der Holographie angepaßt werden. Dagegen genügt für visuelle Betrachtung als Rekonstruktionslichtquelle eine Metalldampflampe, die über eine Blende (ca. 3 mm Öffnung) und ein Farbfilter (z. B. Schott-Grünglaskombination) das in einer Entfernung von etwa 2 m aufgestellte Hologramm beleuchtet.

8.6. Weitere Anwendungen

Neben den bereits beschriebenen Anwendungen, die die Vielseitigkeit des Einsatzes der Laser in Forschung und Technik andeuten, gibt es zahlreiche weitere, auf die wir im Rahmen dieser Darstellung nicht näher eingehen können, die aber doch erwähnt werden sollen.

So ergeben sich allein aus der Möglichkeit, sehr kurze Lichtimpulse erzeugen zu können, neue spektroskopische Methoden sowie Verfahren der Entfernungsmessung und der Kurzzeitphotographie. Während die bisher benutzten spektroskopischen Methoden Messungen bis in den ms- und zum Teil in den µs-Bereich hinein erlauben, führt die Anwendung von Lasern mit Güteschaltung oder mit Modensynchronisation zu wesentlich kürzeren Meßzeiten, womit ein Zugang zur Untersuchung des Ablaufes von chemischen Reaktionen ermöglicht wird. So können heute im Labor bereits spezielle Raman-Spektren in einigen 10^{-9} bis 10^{-10} s aufgenommen werden.

Die Messung von Entfernungen nach dem Radar-Prinzip kann aus dem Mikrowellenbereich in den optischen Bereich übertragen werden. Dabei wird die Laufzeit eines Lichtimpulses vom Zeitpunkt des Aussendens bis zur Rückkehr des vom Meßobjekt in den Empfänger zurückgestreuten Lichtes gemessen, woraus mit der bekannten Lichtgeschwindigkeit der Abstand bestimmt werden kann. Mit diesem Verfahren kann die Entfernung zu recht kleinen Objekten gemessen werden, da das Verhältnis D/λ groß und somit ein kleiner Öffnungswinkel erzielt werden kann. Dabei ist eine unmittelbare digitale Anzeige der Entfernung möglich. Lichtimpulsleistungen von mehreren MW gestatten mit tragbaren Geräten, Reichweiten bis zu 10 km bei Meßgenauigkeiten von wenigen m zu erzielen. Die Messung einer Entfernung von 3 km mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 1{,}5$ m erfordert beispielsweise eine digitale Zeitmessung mit einer Zählfrequenz von 100 MHz und nimmt eine Gesamtzeit von 20 µs in Anspruch. (Das Licht legt bekanntlich in 10 ns, dem Abstand zwischen zwei Wellenbergen der Zählfrequenz, rund 3 m zurück.) Der absolute Fehler der Messung ist damit nahezu konstant.

Mit wesentlich größerem technischen Aufwand ist nach diesem Prinzip der Abstand Erde—Mond vermessen worden. Dabei wurde das Licht mit Hilfe eines Fernrohres so gebündelt, daß auf dem Mond nur eine Fläche von ca. 1 km Durchmesser beleuchtet wurde. Innerhalb dieser Fläche wurde das Licht, beispielsweise durch die Tripelspiegel der Lunochod-Fahrzeuge, reflektiert. Der Abstand Erde—Mond (genauer Sender—Tripelspiegel) konnte so auf etwa 1 m genau gemessen werden.

Nach anderen Verfahren können mit Lasern Entfernungen noch wesentlich genauer vermessen werden, wenn am Ziel ein geeigneter Spiegel aufgestellt wird. Hierzu wird das Licht mit einer Frequenz von einigen 10 MHz moduliert und die Phase der Modulation nach Durchlaufen der Meßstrecke vom Sender zum Meßobjekt und zurück zum Empfänger mit der Phase des ausgesandten Lichtes verglichen. Mehrdeutigkeiten, die bei der Bestimmung der Entfernung auftreten können, lassen sich durch Benutzung verschiedener Modulationsfrequenzen vermeiden.

Der Einsatz der Laser in der Kurzzeitphotographie ist recht naheliegend. Impulsdauer und Lichtintensität lassen den Laser als eine nahezu ideale Lichtquelle für die Photographie auch selbstleuchtender Vorgänge erscheinen, sowohl für Einzelaufnahmen im Bereich von einigen ns als auch in verschiedenen Anordnungen zur Aufnahme einer (kleinen) Zahl von definiert aufeinanderfolgenden Bildern durch Beleuchtung mit modensynchronisierten Lasern. Auf die Möglichkeiten der Impulsholographie sind wir bereits eingegangen.

Betrachten wir ferner die Möglichkeiten, die sich aus der guten Fokussierbarkeit des Laserlichts ergeben, so werden wir u. a. auf die Forschungsarbeiten zur Schaffung eines optischen Speichers geführt. Dabei lassen sich z. B. Markierungen von wenig mehr als 1 µm Durchmesser in lichtempfindlichen Medien anbringen, so daß bei ähnlich kleinen Abständen sehr dichte Speicherbelegungen erhalten werden können.

Einen schnellen Zugriff zu solchen Speicherplätzen erlaubt die elektronische Lichtablenkung. Ansteuerzeiten von wenigen µs werden angestrebt. Wegen der

möglichen Störungen beim Auslesen solcher kleinen Bildpunkte durch Kratzer oder durch Staub gibt es Bemühungen, über die Holographie eine sicherere Methode zu finden, da hier die Information über eine größere Fläche verteilt gespeichert wird. Während für Festwertspeicher Lösungswege überschaubar sind, bereitet das Problem der reversiblen Speicher noch einige Schwierigkeiten.

Auch in Biologie und Medizin finden wir weitreichende Anwendungen, wie die gezielte Schädigung von Zellen in biologischen Objekten. Bei Netzhautablösungen im menschlichen Auge werden kleine Verletzungen mittels genau dosierter Laserblitze vorgenommen, so daß an den entstehenden Narben die Netzhaut anwächst. Erste Untersuchungen sind ebenfalls in der Zahnmedizin sowie zum Trennen von Gewebe und zur Bekämpfung von Geschwülsten durchgeführt worden.

Eine sehr einfache und naheliegende Anwendung nutzt die extreme Richtungsbündelung des Laserlichts für die verschiedensten Justierprobleme in Forschung und Technik. Der Einsatz des Lasers als Leitstrahl für Fluchtungsarbeiten findet beispielsweise im Bauwesen in zunehmendem Maße Eingang. Diese Anwendung, die auch in der DDR bereits erfolgreich genutzt wird, ist ein Beispiel dafür, wie der Laser in größerer Stückzahl und bei beträchtlichem ökonomischen Nutzen zur Lösung ganz konkreter volkswirtschaftlicher Aufgaben herangezogen wird.

Schließlich haben die hohen Energiekonzentrationen, die mit dem Laser erreichbar sind, die Entwicklung von zwei neuen Forschungsrichtungen ermöglicht, die für die Zukunft nicht nur von großer wissenschaftlicher Tragweite sind, sondern auch eine beträchtliche ökonomische Bedeutung erlangen sollten. Dazu gehört einmal die Möglichkeit einer Beeinflussung chemischer Reaktionen, die nicht auf Wärmeeffekten beruht, sondern bei der die Reaktion durch Licht einer bestimmten Frequenz gestartet oder in ihrem Ablauf beschleunigt werden kann.

Die andere wesentliche Forschungsrichtung betrifft die Erzeugung heißer Plasmen im Fokus eines intensiven Laserstrahls zur Auslösung thermonuklearer Reaktionen. Kurzzeitig und auf engsten Raum lokalisiert, sind auf diese Weise bereits Leistungsdichten bis zu 10^{16} W/cm^2 und damit eine Plasmatemperatur bis zu 10^6 K erreicht worden.

Bei den Untersuchungen zu diesem Problem werden mehrere hochintensive Laserstrahlen eines gütegeschalteten Lasers mit entsprechender Nachverstärkung auf ein LiD-Target fokussiert und die Zahl der bei der Verschmelzungs-Reaktion im Plasma entstehenden Neutronen registriert ($D + D = {}^3He + n$). Bis heute konnten pro Impuls etwa 10^6 Neutronen nachgewiesen werden, was zeigt, daß zwar eine Reaktion schon stattfindet, daß jedoch die Ausbeute noch zu klein ist, um eine (möglichst steuerbare) sich selbst erhaltende Fusion zu erreichen. (Tatsächlich ist eine Temperatur von 10^8 K notwendig, um eine thermonukleare Reaktion auszulösen.) An der Lösung dieses Problems wird intensiv gearbeitet, da hier ein denkbarer Weg erkennbar ist, das Energieproblem der Zukunft auf lange Sicht zu lösen.

Wie unser kurzer Überblick zeigt, gibt es heute bereits vielfältige Anwendungen

der Laser auf den verschiedensten Gebieten der Forschung und in weit auseinanderliegenden technischen Bereichen. Während jedoch in der Forschung schon recht häufig Laserlichtquellen eingesetzt werden, ist die Zahl der Laser in der Produktion — gemessen an den erwarteten Möglichkeiten — noch verhältnismäßig gering. Die Einführung neuer Technologien und das Ersetzen bekannter, lang erprobter Verfahren durch neue Methoden erfordern stets einen gewissen Zeitraum, den es in gemeinsamer Arbeit der Forscher auf dem Gebiet der Quantenelektronik und in den jeweiligen technischen Bereichen zu verkürzen gilt.

Wir erleben gegenwärtig einen anhaltenden, intensiven Prozeß der Erforschung und Nutzbarmachung der Laserphysik, in dessen Verlauf weitere interessante Anwendungen der Laser in der Technik sowie bedeutende wissenschaftliche Erkenntnisse in der Quantenelektronik selbst und auf anderen Gebieten der Physik zu erwarten sind.

Literaturverzeichnis

ABRAMOWITZ, M., und I. A. STEGUN (Hrsg.): Handbook of Mathematical Functions. Dover Publications, Inc., New York 1965.

ACHMANOW, S. A., und R. W. CHOCHLOW: J. exp. theoret. Physik 43 (1962) 351.

ACHMANOW, S. A., A. I. KOWRIGIN, A. S. PISKARSKAS und R. W. CHOCHLOW: J. exp. theoret. Physik, Pisma 2 (1965) 223.

ACHMANOW, S. A., und R. W. CHOCHLOW: Probleme der nichtlinearen Optik. Moskau 1965 (russ.).

ACHMANOW, S. A., und R. W. CHOCHLOW: Uspechi fiz. Nauk 88 (1966) 439.

ACHMANOW, S. A., A. I. KOWRIGIN, W. A. KOLOSOW, A. S. PISKARSKAS, W. W. FADEJEW und R. W. CHOCHLOW: J. exp. theoret. Physik, Pisma 3 (1966) 372.

ALI, A. W.: Appl. Optics 8 (1969) 993.

AMMANN, E. O., J. M. YARBOROUGH, M. K. OSHMAN und P. C. MONTGOMERY: Appl. Physics Letters 16 (1970) 309.

ARMSTRONG, J. A., N. BLOEMBERGEN, J. DUCUING und P. S. PERSHAN: Physic. Rev. 127 (1962) 1918.

ARMSTRONG, J. A., und A. W. SMITH: Progress in Optics, Vol. 6, ed. E. WOLF. North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1967, S. 213.

ASHKIN, A., G. D. BOYD und D. A. KLEINMAN: Appl. Physics Letters 6 (1965) 179.

BAGAJEW, S. N., E. W. BAKLANOW und W. P. TSCHEBOTAJEW: J. exp. theoret. Physik, Pisma 16 (1972) 344.

BARGER, R. L., und J. L. HALL: Physic. Rev. Letters 22 (1969) 4.

BASOW, N. G., und A. M. PROCHOROW: J. exp. theoret. Physik 27 (1954) 431.

BASOW, N. G., B. M. WUL und J. N. POPOW: J. exp. theoret. Physik 37 (1959) 587.

BASOW, N. G., O. N. KROCHIN und J. N. POPOW: J. exp. theoret. Physik 39 (1960) 1486.

BASOW, N. G., und W. S. LETOCHOW: Uspechi fiz. Nauk 96 (1968) 585.

BASOW, N. G., E. M. BELENOW, M. W. DANILEIKO und W. W. NIKITIN: J. exp. theoret. Physik 60 (1971) 117.

BERNARD, M. G. A., und G. DURAFFOURG: Physica Status solidi 1 (1961) 699.

BERRY, M. J.: J. chem. Physics 49 (1968) 5190.

BLOEMBERGEN, N.: Physic. Rev. 104 (1956) 324.

BLOEMBERGEN, N.: Nonlinear Optics. W. A. Benjamin, Inc., New York 1965.

BLOOM, A. L., und F. O. LOPEZ: Physic. Rev. 135, 3 A (1964) 578.

BOGLE, G. S., und H. F. SYMMONS: Austral. J. Physics **12** (1959) 1.
BORN, M., und E. WOLF: Principles of Optics. Pergamon Press, New York 1965.
BRADLEY, D. J., B. LIDDY und W. E. SLEAT: Optics Communications **2** (1971) 391.
BRIDGES, T. J., E. G. BURKHARDT und P. W. SMITH: Appl. Physics Letters **20** (1972) 403.
BRUNNER, W., H. PAUL und G. RICHTER: Ann. Physik **15** (1965/1) 17.
BRUNNER, W., H. PAUL und G. RICHTER: Ann. Physik **16** (1965/2) 343.
BRUNNER, W., H. PAUL und A. BANDILLA: Ann. Physik **27** (1971) 69.
BRUNNER, W.: Fortschr. Physik **20** (1972) 629.
BURNS, G., F. H. DILL, jr. und M. I. NATHAN: Proc. Instn. electr. Engr. **51** (1963) 947.
BYER, R. L., M. K. OSHMAN, J. F. YOUNG und S. E. HARRIS: Appl. Physics Letters **13** (1968) 109.
CHANG, N. C.: J. appl. Physics **34** (1963) 3500.
CHIAO, R. Y., C. H. TOWNES und B. P. STOICHEFF: Physic. Rev. Letters **12** (1964) 592.
CHIAO, R. Y., E. GARMIRE und C. H. TOWNES: Physic. Rev. Letters **13** (1964) 479.
COLLINS, R. J., und P. KISLIUK: J. appl. Physics **33** (1962) 2009.
DEVOR, D. P., I. J. D'HAENENS und C. K. ASAWA: Physic. Rev. Letters **8** (1962) 432.
DIRAC, P. A. M.: Principles of Quantum Mechanics, 4.ed. Oxford University Press, London 1958.
DITCHFIELD, C. R., und P. A. FORRESTER: Physic. Rev. Letters **1** (1958) 448.
ECKARDT, R. C., und C. H. LEE: Appl. Physics Letters **15** (1969) 425.
EINSTEIN, A.: Z. Physik XVII (1917) 121.
ETZEL, H. W., H. W. GANDY und R. J. GINTHER: Appl. Optics **1** (1962) 534.
EVENSON, K. M., J. S. WELLS, F. R. PETERSEN, B. L. DANIELSON, G. W. DAY, R. L. BARGER, und J. L. HALL: Physic. Rev. Letters **29** (1972) 1346.
FAIN, W. M., und J. I. CHANIN: Quantenelektronik, Physik der Maser und Laser. B. G. Teubner Verlagsges., Leipzig 1969.
FILIPPOW, J. A., J. A. IMAS, M. N. LIBENSSON, W. A. MOLTSCHANOW und W. P. WEIKO: Exp. Techn. Physik XV (1967) 241.
FLECK, J. A., jr.: Physic. Rev. B **1** (1970) 84.
FORRESTER, A. T., R. A. GUDMUNDSEN und P. O. JOHNSON: Physic. Rev. **99** (1955) 1691.
FOX, A. G., und T. LI: Bell System techn. J. **40** (1961) 453.
FRANKEN, P. A., A. E. HILL, C. W. PETERS und G. WEINREICH: Physic. Rev. Letters **7** (1961) 118.
FRÖHLICH, H.-J.: Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle, 1967.
GABOR, D.: Nature **161** (1948) 777.
GEBBIE, H. A., N. W. B. STONE und F. D. FINDLAY: Nature **202** (1964) 685.
GERRITSEN, H. J., J. E. HARRISON und H. R. LEWIS: J. appl. Physics **31** (1960) 1566.
GIORDMAINE, J. A.: Physic. Rev. Letters **8** (1962) 19.
GIORDMAINE, J. A., und R. C. MILLER: Physic. Rev. Letters **14** (1965) 973.
GIORDMAINE, J. A.: Physic. Rev. **138** (1965) A 1599.
GLAUBER, R. J.: Physic. Rev. **130** (1963/1) 2529.
GLAUBER, R. J.: Physic. Rev. **131** (1963/2) 2766.
GOLD, A., und H. B. BEBB: Physic. Rev. Letters **14** (1965) 60.
GOLDBERG, M. W., und R. YUSEK: Appl. Physics Letters **17** (1970) 349.
GOLDENBERG, H. M., D. KLEPPNER und N. F. RAMSEY: Physic. Rev. Letters **5** (1960) 361.
GORDON, J. P., H. J. ZEIGER und C. H. TOWNES: Physic. Rev. **95** (1954) 282.
GORDON, J. P., H. J. ZEIGER und C. H. TOWNES: Physic. Rev. **99** (1955) 1264.
GOUBAU, G.: Electronics **39** (1966) 83.
HAKEN, H., und H. SAUERMANN: Z. Physik **173** (1963) 261.

HAKEN, H.: Z. Physik **190** (1966) 327.
HAKEN, H.: Handbuch der Physik, Bd. XXV/2c: Laser Theory. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970.
HÄNSCH, T. W., I. S. SHAHIN und A. L. SCHAWLOW: Physic. Rev. Letters **27** (1971) 707.
HANBURY BROWN, R., und R. Q. TWISS: Nature **177** (1956) 27.
HARGROVE, L. E., R. L. FORK und M. A. POLLAK: Appl. Physics Letters **5** (1964) 4.
HARRIS, S. E., M. K. OSHMAN und R. L. BYER: Physic. Rev. Letters **18** (1967) 732.
HEITLER, W.: The Quantum Theory of Radiation, 3. ed. Oxford University Press, London 1954.
HELLWARTH, R. W.: in: Advances in Quantum Electronics, ed. J. R. SINGER. Columbia University Press, New York 1961.
HODARA, H.: WESCON (1964) paper 17.4.
HOFELICH-ABATE, E., und F. HOFELICH: Z. Physik **209** (1968) 13.
JANOSSY, L., und Zs. NARAY: Acta physica Acad. Sci. hung. **5** (1955) 133.
JAVAN, A., W. R. BENNETT, jr., und D. R. HERRIOTT: Physic. Rev. Letters **6** (1961) 106.
JOHNSON, L. F., G. D. BOYD und K. NASSAU: Proc. I. R. E. **50** (1962/1) 86.
JOHNSON, L. F., G. D. BOYD und K. NASSAU: Proc. I.R.E. **50** (1962/2) 87.
JOHNSON, L. F., G. D. BOYD, K. NASSAU und R. R. SODEN: Proc. I.R.E. **50** (1962) 213.
JOHNSON, L. F., R. E. DIETZ und H. J. GUGGENHEIM: Physic. Rev. Letters **11** (1963) 318.
JOHNSON, L. F., R. E. DIETZ und H. J. GUGGENHEIM: Appl. Physics Letters **5** (1964) 21.
JOHNSON, L. F., J. E. GEUSIC und L. G. VAN UITERT: Appl. Physics Letters **7** (1965) 127.
JOOS, G.: Lehrbuch der Theoretischen Physik, 11. Aufl., Akad. Verlagsges. Geest & Portig, Leipzig 1964.
JUNGE, K.: Exp. Techn. Physik XV (1967) 221.
KAISER, W., C. G. B. GARRETT und D. L. WOOD: Physic. Rev. **123** (1961) 766.
KING, J., und R. W. TERHUNE: J. appl. Physics **30** (1959) 1844.
KINSEL, T. S.: Proc. Instn. electr. Electronics Engr. **58** (1970) 1666.
KISS, Z. J., und R. C. DUNCAN, jr.: Proc. I.R.E. **50** (1962/1) 1531.
KISS, Z. J., und R. C. DUNCAN, jr.: Proc. I.R.E. **50** (1962/2) 1532.
KLEINMAN, D. A.: Physic. Rev. **174** (1968) 1027.
KLEPPNER, D., H. M. GOLDENBERG und N. F. RAMSEY: Appl. Optics **1** (1962) 55.
KLYSCHKO, D. H., und D. P. KRINDATSCH: J. exp. theoret. Physik **54** (1968) 697.
KOGELNIK, H., und T. LI: Appl. Optics **5** (1966) 1550.
KRUMPHOLZ, O.: Wiss. Ber. AEG Telefunken **44** (1971) 64.
KUBE, E.: Dissertation, Technische Universität Dresden 1971.
LAMB, W. E., jr.: Physic. Rev. **134** (1964) A 1429.
LETOCHOW, W. S.: J. exp. theoret. Physik **55** (1968) 1077.
LETOCHOW, W. S.: Science **180** (1973) 451.
LEVENSON, M. D., und A. L. SCHAWLOW: Physic. Rev. A **6** (1972) 10.
LEVIN, J., und J. L. HALL: Abstr. Internat. Conf. Quantum Electronics, Kyoto (1970).
LUGOWOI, V. N., und A. M. PROCHOROW: J. exp. theoret. Physik, Pisma **7** (1968) 153.
MAGYAR, G., und L. MANDEL: Nature **198** (1963) 255.
MAIMAN, T. H.: Nature **187** (1960) 493.
MAIMAN, T. H., R. H. HOSKINS, I. J. D'HAENENS, C. K. ASAWA und V. EVTUHOV: Physic. Rev. **123** (1961) 1151.
MAKER, P. D., R. W. TERHUNE, M. NISENOFF und C. M. SAVAGE: Physic. Rev. Letters **8** (1962) 21.
MAKER, P. D., und R. W. TERHUNE: Physic. Rev. **137** (1965) A 801.

MAKHOV, G., C. KIKUCHI, J. LAMBE und R. W. TERHUNE: Physic. Rev. **109** (1958) 1399.
MANDEL, L.: Proc. physic. Soc. **72** (1958) 1037.
MANDEL, L.: J. opt. Soc. America **51** (1961) 797.
MANDEL, L., und E. WOLF: Rev. mod. Physics **37** (1965) 231.
MANLEY, J. M., und H. E. ROWE: Proc. I.R.E. **47** (1959) 2115.
MARTIENSSEN, W., und E. SPILLER: Amer. J. Physics **32** (1964) 919.
MCWHORTER, A. L., und J. W. MEYER: Physic. Rev. **109** (1958) 312.
MILLER, R. C., und A. SAVAGE: Physic. Rev. **128** (1962) 2175.
MILLER, R. C., und W. A. NORDLAND: Appl. Physics Letters **10** (1967) 53.
MORY, S.: Dissertation, Humboldt-Universität Berlin 1974.
NATHAN, M. I., W. P. DUMKE, G. BURNS, F. H. DILL, jr., und G. LASHER: Appl. Physics Letters **1** (1962) 62.
NEWBAUER, J. A.: Astronautics **4** (1959) 50.
PATEL, C. K. N., W. R. BENNETT, jr., W. L. FAUST und R. A. MCFARLANE: Physic. Rev. Letters **9** (1962) 102.
PATEL, C. K. N.: Physic. Rev. **136** (1964) A 1187.
PATEL, C. K. N.: Appl. Physics Letters **7** (1965) 246.
PAUL, H., W. BRUNNER und G. RICHTER: Ann. Physik **12** (1963) 325.
PAUL, H., W. BRUNNER und G. RICHTER: Ann. Physik **16** (1965) 93.
PAUL, H.: Fortschr. Physik **14** (1966) 141.
PAUL, H., und J. FRAHM: Ann. Physik **19** (1967) 216.
PAUL, H.: Lasertheorie I und II. Akademie-Verlag, Berlin 1969.
PAUL, H.: Nichtlineare Optik I und II. Akademie-Verlag, Berlin 1973.
PFLEEGOR, R. L., und L. MANDEL: Physic. Rev. **159** (1967) 1084.
PLACZEK, G.: in: Handbuch der Radiologie, ed. E. MARX, Band VI, Teil II. Akad. Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1934.
RADLOFF, W.: Ann. Physik **26** (1971) 178.
RECKNAGEL, A.: Physik, Optik, 5. Aufl. Verlag Technik, Berlin 1971.
RENTZEPIS, P. M., J. A. GIORDMAINE und K. W. WECHT: Physic. Rev. Letters **16** (1966) 792.
RICHTER, G., W. BRUNNER und H. PAUL: Ann. Physik **14** (1964) 239.
RICHTER, G.: Ann. Physik **18** (1966) 331.
RIHACZEK, A.: in: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker, Band III, Abschnitt Hohlleiter. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik GmbH; Berlin-Borsigwalde 1954.
RISKEN, H.: Fortschr. Physik **16** (1968) 261.
RÖSS, D.: Laser, Lichtverstärker und -oszillatoren. Akad. Verlagsges., Frankfurt (Main) 1966.
SAITO, F.: Jap. J. appl. Physics **6** (1967) 89.
SAUERMANN, H.: Z. Physik **188** (1965) 480.
SCHÄFER, F. P., W. SCHMIDT und J. VOLZE: Appl. Physics Letters **9** (1966) 306.
SCHAWLOW, A. L., und C. H. TOWNES: Physic. Rev. **112** (1958) 1940.
SCHUBERT, M., und B. WILHELMI: Einführung in die nichtlineare Optik, Band 1. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1971.
SCHWARZ, S. E., und T. A. DETEMPLE: Appl. Physics Letters **17** (1970) 305.
SCOVIL, H., G. FEHER und H. SEIDEL: Physic. Rev. **105** (1956) 762.
SENITZKY, I. R.: Physic. Rev. **119** (1960) 670.
SENITZKY, I. R.: Physic. Rev. **124** (1961) 642.
SENITZKY, I. R.: Physic. Rev. **131** (1963) 2827.

SERIES, G. W., und M. J. TAYLOR: J. Physiqu Radium 19 (1958) 901.
SHAPIRO, S. L., und M. A. DUGUAY: Physics Letters 28 A (1969) 698.
SHEN, Y. R., und N. BLOEMBERGEN: Physic. Rev. 137 (1965) 1787.
SIEGMAN, A. E.: Appl. Optics 1 (1962) 739.
SIEGMAN, A. E.: Microwave Solid-State Masers, McGraw-Hill Book Company, New York—San Francisco—Toronto—London 1964.
SMITH, R. G., J. E. GEUSIC, H. J. LEVINSTEIN, S. SINGH und L. G. VAN UITERT: J. appl. Physics 39 (1968) 4030.
SOFFER, B. H., und B. B. MCFARLAND: Angabe in Laser Focus, Heft 7 (1967) 33.
SOMMERFELD, A.: Vorlesungen über theoretische Physik, Band IV, Optik. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1964.
SOROKIN, P. P., und M. J. STEVENSON: Physic. Rev. Letters 5 (1960) 557.
SOROKIN, P. P., und J. R. LANKARD: IBM J. Res. and Development 10 (1966) 162.
SUSCHTSCHINSKIJ, M. M.: Spektren der Ramanstreuung von Molekülen und Kristallen. Moskau 1969 (russ.).
SWEREW, G. M., A. M. PROCHOROW und A. K. SCHEWTSCHENKO: J. exp. theoret. Physik 44 (1963) 1415.
SZABO, A.: Proc. Instn. electr. Electronics Engr. 51 (1963) 1037.
TANAKA, K.: J. opt. Soc. America 62 (1972) 24.
TANG, C. L., und H. STATZ: J. appl. Physics 38 (1967) 2963.
THEISSING, H. H., P. J. CAPLAN, F. A. DIETER und N. RABBINER: Physic. Rev. Letters 3 (1959) 460.
TITULAER, U. M., und R. J. GLAUBER: Physic. Rev. 145 (1966) 1041.
TREACY, E. B.: Physics Letters 28 A (1968) 34.
TROLINGER, J. D., R. A. BELZ und W. M. FARMER: Appl. Optics 8 (1969) 957.
UNGER, K: Fortschr. Physik 13 (1965) 701.
WAGNER, W. G., und B. A. LENGYEL: J. appl. Physics 34 (1963) 2040.
WANG, C. C., und G. W. RACETTE: Appl. Physics Letters 6 (1965) 169.
WANG, C. C.: Physic. Rev. Letters 16 (1966) 344.
WAYNANT, R. W.: Appl. Physics Letters 17 (1970) 383.
WEISSKOPF, V., und E. WIGNER: Z. Physik 63 (1930) 54.
WEISSKOPF, V., und E. WIGNER: Z. Physik 65 (1930) 18.
WHITE, A. D., und J. D. RIGDEN: Appl. Physics Letters 2 (1963) 211.
WITTEMAN, J. W., und R. BLEEKRODE: Physics Letters 13 (1964) 126.
YARIV, A., S. P. S. PORTO und K. NASSAU: J. appl. Physics 33 (1962) 2519.
YARIV, A., und W. H. LOUISELL: IEEE J. Quantum Electronics QE-2 (1966) 418.

Sachverzeichnis